

M. ATANASIU

Probleme
DE
MECANICĂ
TEHNICĂ
II

EDITURA DE STAT DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ
BUCUREȘTI — 1961



Ing. MIHAIL ATANASIU

PROBLEME
DE
MECANICĂ TEHNICĂ
VOLUMUL II

REZISTENȚA MATERIALELOR ȘI ORGANE DE MAȘINI

Pentru școlile tehnice de maiștri

EDITURA DE STAT DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ
BUCUREȘTI — 1961



PREFAȚĂ

Dezvoltarea deosebit de rapidă a industriei noastre constructoare de mașini, după ce principalele mijloace de producție au devenit un bun al întregului popor și progresele tehnice realizate în această perioadă au pus ca sarcină — pentru prima oară la noi în țară — pregătirea temeinică — teoretică și practică — a unor cadre de tehnicieni, capabili să înțeleagă și să aplice noile cuceriri ale tehnicii moderne.

Sarcinile mărețe, de importanță hotărâtoare pentru construirea socialismului la noi în țară, puse în fața tehnicienilor de către Directivele Congresului al III-lea al P.M.R. nu pot fi realizate pe baza unor metode empirice sau învechite, ci pe baza însușirii și aplicării active, conștiente, a tehnicii celei mai noi, în toate ramurile producției.

Pentru a asigura formarea unui număr corespunzător de cadre tehnice noi și bine pregătite, partidul și guvernul au organizat pe baze noi întregul învățământ tehnico-industrial de la noi din țară, acordând o deosebită atenție școlilor tehnice de maiștri, în care mecanica se predă ca o disciplină având un rol foarte important în formarea tehnică a acestor cadre.

Întrucât la această disciplină rezolvarea de către elevi a problemelor și aplicațiilor numerice joacă un rol deosebit pentru asimilarea cunoștințelor predate, Ministerul Învățământului și Culturii a îndrumat editarea unui manual de probleme de mecanică tehnică, format din două părți.

Prezenta lucrare constituie cea de-a doua parte a acestui manual de probleme, alcătuit pentru a fi pus la dispoziția elevilor școlilor tehnice de maiștri, ca aplicații la cursul de mecanică tehnică.

Lucrarea are două subdiviziuni: prima conține probleme de rezistența materialelor, iar cea de-a doua, probleme de organe de mașini. În anexă sînt prezentate o serie de tabele, abace și nomograme.

Obiectivele acestei lucrări sînt acelea de a-l obișnui pe viitorul tehnician să vadă în relațiile de rezistență a materialelor și organe de mașini nu exprimări matematice fără viață, ci o reflectare a laturii fizice a unui anumit fenomen, să capete o cunoaștere temei-

nică și clară a distribuției eforturilor unitare în diferitele elemente studiate, să capete o anumită deprindere de mînuire a formulelor și calculelor.

Pentru realizarea în cît mai mare măsură a acestor obiective, claritatea, simplitatea și metodică expunerii au constituit grija de seamă la elaborarea lucrării.

S-a căutat ca problemele prezentate să fie dintre cele mai reprezentative și mai legate de activitatea practică a viitorului tehnician.

S-a căutat de asemenea ca în problemele tratate să fie oglindite pe cît posibil domeniile în care vor activa viitorii tehnicieni, cărora le este destinată această lucrare.

Pentru o mai ușoară urmărire a calculelor specifice rezistenței materialelor, studiul eforturilor interioare și al mărimilor geometrice care intervin în formulele de determinare a eforturilor unitare și a deformațiilor a fost tratat în două capitole separate, în capitolele I și II. S-a considerat că în acest mod se elimină din capitolele următoare expuneri suplimentare, care abat atenția de la linia generală.

Calculele numerice s-au efectuat cu rigla de calcul, așa încît rezultatele numerice din probleme diferă de cele exacte cu eroarea riglei de calcul ($\pm 2 \dots 4\%$); această eroare de calcul este admisibilă în calculele tehnice.

București, noiembrie 1960

REZISTENȚA MATERIALELOR

α. PROBLEME GENERALE

Capitolul I.

MĂRIMI MECANICE CARE INTERVIN ÎN CALCULELE DE REZISTENȚĂ A BARELOR DREPTE

A. Definiții și formule

1. **Formule și date importante.** Sarcinile aplicate barei pot fi *concentrate* sau *distribuite*; ele pot fi aplicate perpendicular pe axa barei, înclinat sau axial.

Cele care sînt aplicate înclinat se descompun în forțe *normale* și *axiale* în raport cu axa barei.

În calculele de rezistență materialelor se folosește în locul sarcinii uniform distribuite *sarcina concentrată echivalentă*, care este o forță concentrată, avînd mărimea și punctul de aplicație după cum este arătat în tabela 1.1.

Pentru alcătuirea diagramelor de variație a eforturilor interioare trebuie să se aibă în vedere următoarele reguli :

— *forța axială* (N) într-o secțiune a unei grinzi este egală cu suma algebrică a proiecțiilor pe axa grinzii a tuturor forțelor exterioare (inclusiv reacțiunile) care acționează asupra părții din grindă situate la stînga secțiunii ;

— *forța tăietoare* (T_y sau T_z) într-o secțiune a grinzii este egală cu suma algebrică a proiecțiilor pe normala la axa grinzii a tuturor forțelor exterioare (inclusiv reacțiunile) care acționează asupra grinzii la stînga secțiunii ;

— *momentul încovoietor* (M_y sau M_z) într-o secțiune a grinzii este egal cu suma algebrică a momentelor tuturor forțelor și cuplurilor exterioare (inclusiv reacțiunile) care acționează grinda

la stînga secțiunii în raport cu o axă trecînd prin centrul de greutate al secțiunii considerate și cuprinse în planul său ;

— *momentul de răsucire* (M_x) într-o secțiune a grinzii este egal cu suma algebrică a momentelor tuturor forțelor și cuplurilor exterioare (inclusiv reacțiunile) care acționează grinda la stînga secțiunii în raport cu axa acesteia.

Dacă în loc să se considere fața din dreapta a secțiunii s-ar considera fața din stînga, atunci mărimile N , T_y , T_z , M_x , M_y , M_z ar avea aceleași valori, însă sensuri contrare ; de aceea, pentru a afla valorile lor într-o secțiune a grinzii, se vor putea însuma proiecțiile forțelor și momentele fie din stînga secțiunii, fie din dreapta ei ; rezultatele vor fi aceleași, dar de sensuri contrare.

Convenția de semne pentru mărimile N , T_y , T_z , M_x , M_y , M_z , este arătată în figurile tabeli 1.1 pentru partea din dreapta a grinzii:

În anumite cazuri particulare, o parte din mărimile N , T_y , T_z , M_x , M_y , M_z sînt identic nule în toate punctele grinzii (tabela 1.2).

Pentru construcția diagramelor de variație a eforturilor interioare în lungul grinzii, este util să se rețină următoarele reguli :

$$\text{pentru } \left\{ \begin{array}{l} \text{— forțe axiale} \\ \text{— forțe paralele cu axa } z \\ \text{— forțe paralele cu axa } y \\ \text{— cupluri de răsucire} \\ \text{— cupluri situate în plane} \\ \text{perpendiculare pe axa } y \\ \text{— cupluri situate în plane} \\ \text{perpendiculare pe axa } z \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{concentrate,} \\ \\ \text{diagrama} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} N \\ T_z \\ T_y \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{array} \right\}$$

este formată între sarcini din linii drepte paralele cu axa grinzii, avînd în dreptul sarcinilor concentrate un salt egal cu valoarea sarcinii respective ;

$$\text{pentru } \left\{ \begin{array}{l} \text{— forțe axiale} \\ \text{— forțe paralele cu axa } z \\ \text{— forțe paralele cu axa } y \\ \text{— cupluri de răsucire} \\ \text{— cupluri situate în plane} \\ \text{perpendiculare pe axa } y \\ \text{— cupluri situate în plane} \\ \text{perpendiculare pe axa } z \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{uniform} \\ \text{distribuite,} \\ \text{diagrama} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} N \\ T_z \\ T_y \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{array} \right\}$$

este formată din linii drepte, înclinate față de axa grinzii (variație liniară). Modul de înclinare a diagramei depinde de semnul

sarcinii (sensul de înclinare) și de valoarea sarcinii (mărimea unghiului de înclinare).

Diagrama M_z se reprezintă astfel :

- la sarcini concentrate, ea este formată din linii drepte care se frâng în dreptul forțelor ;

- la sarcini uniform distribuite, ea variază parabolic.

Deoarece forța tăietoare într-o secțiune reprezintă derivata momentului încovoietor în raport cu distanța secțiunii respective la unul dintre reazeme (variabila x), rezultă că :

- momentul încovoietor maxim se găsește în secțiunea în care forța tăietoare se anulează ;

- tangenta unghiului de înclinare al diagramei de momente într-o secțiune este forța tăietoare în acea secțiune ;

- înclinarea diagramei de momente este „în jos” dacă forța tăietoare este pozitivă și „în sus” dacă forța tăietoare este negativă ; pentru $T = 0$, ea este orizontală.

În baza unei convenții, valorile pozitive ale lui T și N se figurează deasupra axei grinzii, iar ale momentului M_z dedesubtul acestei axe.

2. Datele și necunoscutele problemelor. Se cunosc sarcinile exterioare aplicate barei ; dacă bara este supusă la legături, reacțiunile sînt de regulă necunoscute și se determină din ecuațiile de echilibru ale barei respective. Se cere trasarea diagramelor de variație a mărimilor N , T_y , T_z , M_x , M_y , M_z .

3. Metoda de rezolvare. Ordinea de calcul este în general următoarea :

Se alcătuește schema de încărcare a grinzii ; se marchează punctele caracteristice ; se figurează reacțiunile legăturilor.

Schema de încărcare a unei bare drepte este totdeauna un segment de dreaptă, avînd figurate pe el sarcinile exterioare date și reacțiunile aplicate ; în multe probleme ea este dată direct în enunț.

Punctele caracteristice de pe o bară dreaptă sînt :

- extremitățile barei ;
- punctele în care sînt aplicate legăturile ;
- punctele în care sînt aplicate sarcinile concentrate (forțe sau cupluri) ;
- punctele unde începe sau se termină acțiunea unei sarcini distribuite.

Se determină reacțiunile legăturilor.

Aceasta este totdeauna posibil numai prin rezolvarea sistemului ecuațiilor de echilibru static sau dinamic, deoarece s-au luat în considerație bare static determinate. (Pentru cazul barelor static nedeterminate a se vedea capitolul al XII-lea.)

Se determină valorile forței axiale, ale forței tăietoare, ale momentului încovoietor și ale momentului de răsucire în punctele caracteristice ale barei.

Se trasează diagramele de variație a mărimilor menționate mai sus. Pentru aceasta se folosesc regulile date la punctul precedent.

B. Probleme

1.1. Să se traseze diagrama forțelor tăietoare pentru grinda din fig. 1.1, a.

Rezolvare.

Schema de încărcare; punctele caracteristice; figurarea reacțiunilor.

a) Schema de încărcare este dată în figura 1.1, a.

b) Punctele caracteristice sînt punctele de aplicație ale forțelor concentrate: 1, 2, 3, 4, 5.

Determinarea reacțiunilor

Nu există reacțiuni ale reazemelor, bara nefiind supusă la legături.

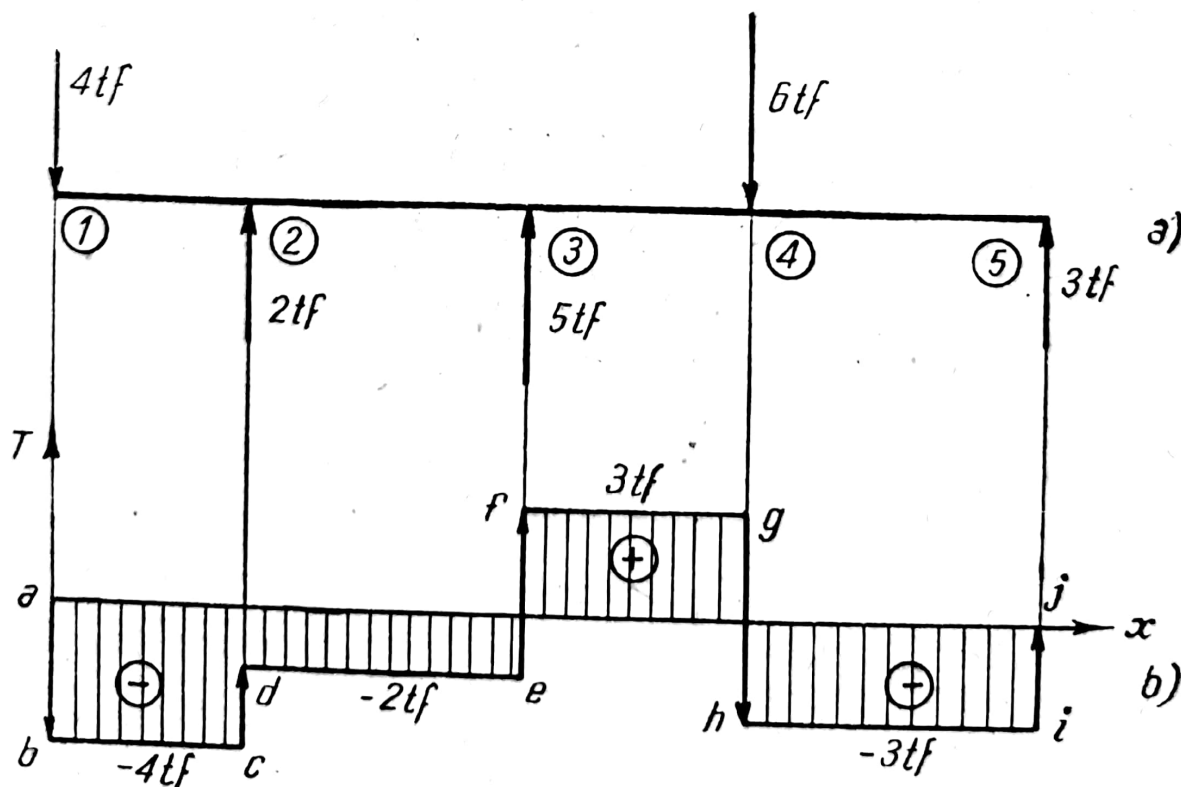


Fig. 1.1

Trasarea diagramei forței tăietoare

Diagrama forței tăietoare este arătată în figura 1.1, b.

Ea a fost alcătuită astfel:

— s-a figurat sistemul de axe xAT , orientat astfel: axa ax paralelă cu grinda, iar axa aT perpendiculară pe grindă și dirijată în sus;

— după trasarea sistemului de axe xAT , se figurează la o anumită scară în dreptul secțiunii 1, pe ordonată, vectorul $\overline{ab}$, avînd modulul 4 tf; prin vîrfurile lui se duce o dreaptă paralelă cu axa grinzii pînă la intersecția cu ordonata punctului 2 în c ; aici se figurează vectorul $\overline{cd}$ de modul 2 tf; prin d se duce o paralelă la axa grinzii pînă la intersecția cu ordonata punctului 3 din e ; aici se figurează vectorul $\overline{ef}$ de modul 5 tf ș.a.m.d.

Valorile forței tăietoare pe porțiunile grinzii situate între punctele caracteristice sînt date de ordonatele diagramei din figura 1.1, b.

1.2. Să se traseze diagrama forțelor tăietoare pentru grindă din figura 1.2.

Rezolvare.

După figurarea punctelor caracteristice și a sistemului de axe xAT , se procedează astfel:

- pe ordonata punctului 1 se așază vectorul $\overline{ab}$ de modul 5 tf (la o scară aleasă);
- prin punctul b se duce o paralelă la axa grinzii pînă ce intersectează ordonata secțiunii 2 în c' ;
- se ia $c'e = 6 \text{ tf/m} \times 1 \text{ m} = 6 \text{ tf}$ (în sensul sarcinii distribuite);
- se unesc între ele punctele b și c ;

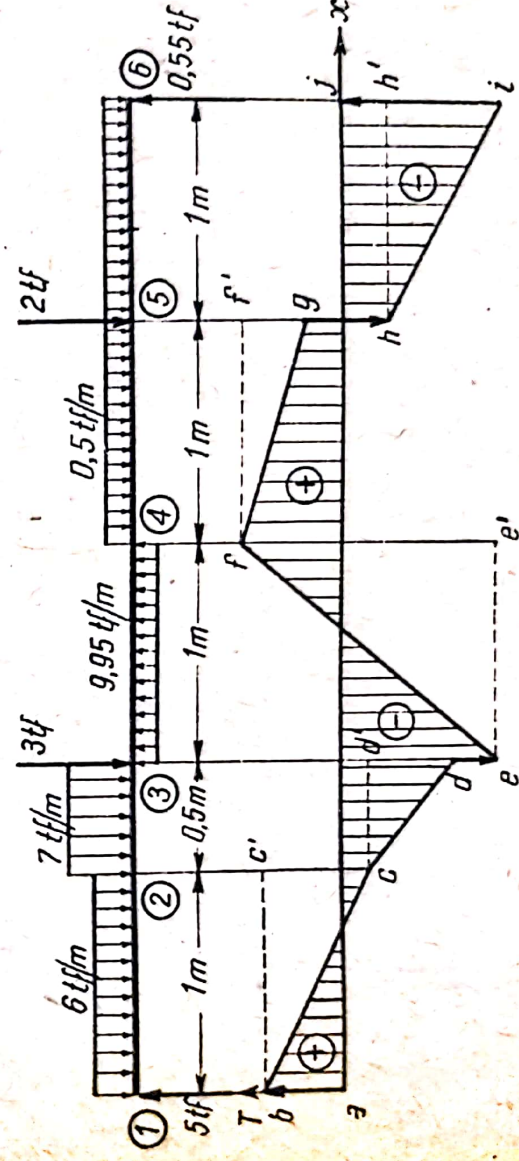


Fig. 1.2

- prin c se duce o paralelă la axa grinzii până intersectează ordonata secțiunii 3 în d' ;
- se ia $d'd = 7 \text{ tf/m} \times 0,5 \text{ m} = 3,5 \text{ tf}$;
- în punctul d se așază pe ordonata secțiunii 3 vectorul $\underline{de}$ de modul 3 tf ;
- prin e se duce o paralelă la axa grinzii până intersectează ordonata secțiunii 4 în e' ;
- se ia $e'f = 9,95 \text{ tf/m} \times 1 \text{ m} = 9,95 \text{ tf}$ (în sensul sarcinii distribuite);
- se unește punctul e cu f ;
- prin f se duce paralela ff'' la axa grinzii;
- pe ordonata punctului 5 se ia $f'g = 0,5 \text{ tf/m} \times 1 \text{ m} = 0,5 \text{ tf}$;
- se unește punctul f cu g ;
- pe ordonata punctului 5 se ia $gh = 2 \text{ tf}$;
- se duce paralela hh' la axa grinzii;
- se ia $h'i = 0,5 \text{ tf/m} \times 1 \text{ m} = 0,5 \text{ tf}$;
- pe ordonata secțiunii 6 se ia $ij = 0,55 \text{ tf}$, cu care diagrama se închide.

1.3. Să se construiască diagrama forțelor axiale pentru grinda din figura 1.3.

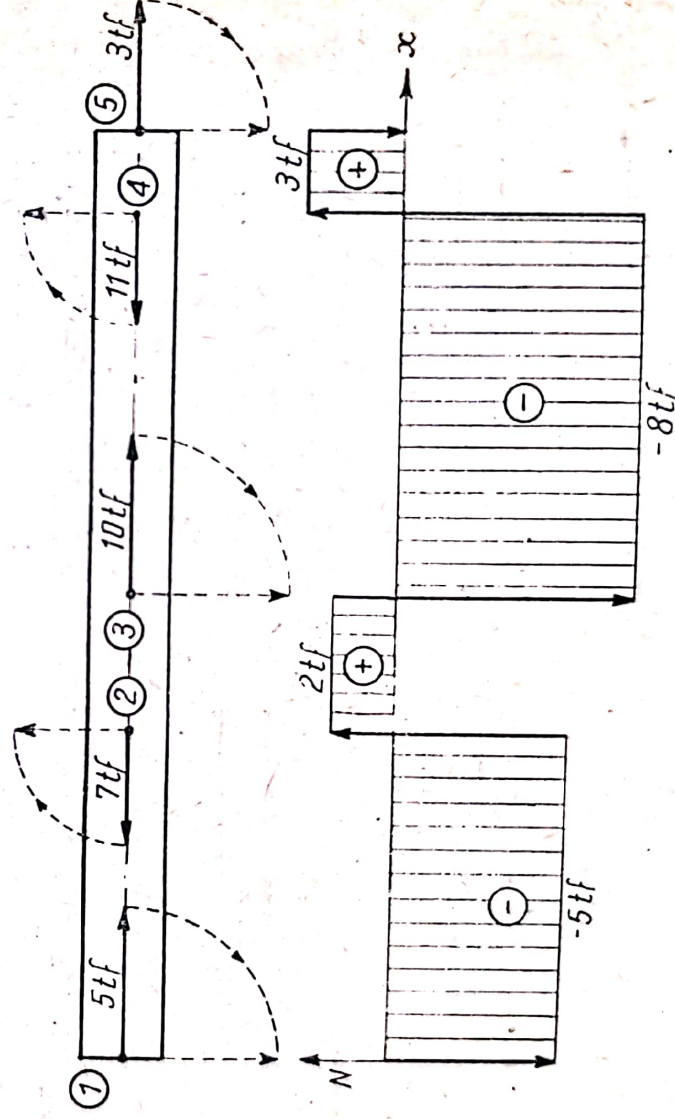


Fig. 1.3

Rezolvare.

Metoda de trasare a diagramei este similară celei indicate în problema 1.1.

Dacă forțele axiale aplicate barei se rotesc în jurul punctelor de aplicație cu 90° în sensul arătat pe figura 1.3, se ob-

ține o nouă încărcare a barei cu forțe perpendiculare pe axa sa. Diagrama forțelor tăietoare pentru această nouă încărcare reprezintă diagrama forțelor axiale pentru încărcarea cu forțe axiale dată inițial.

1.4. Să se construiască diagramele T și M_z pentru grinda din figura 1.4, a.

Rezolvare.

Schema de încărcare; punctele caracteristice; figurarea reacțiunilor:

- Schema de încărcare este dată direct în enunț.
- Punctele caracteristice sînt cele două reazeme 1 și 2, punctele unde sînt aplicate sarcinile exterioare date 3, 4, 5 și punctele unde începe și se termină acțiunea sarcinii uniform distribuite, 4 și 2*.

c) Reacțiunile sînt:

- în reazemul 1 forța verticală V_1 ,
- în reazemul 2 forța verticală V_2 .

Determinarea reacțiunilor

Se vor scrie ecuațiile de echilibru cu valorile numerice (fig. 1.4, a):

$$(\sum M_1 = 0) \quad 4V_2 - 3 \times 1 + 2 \times 4 + 3 - 5 \times 1 - 3 \times 2 \times 3 = 0$$

$$(\sum M_2 = 0) \quad 4V_1 - 5 \times 3 - 3 + 4 \times 2 - 1 \times 1 - 3 \times 2 \times 1 = 0$$

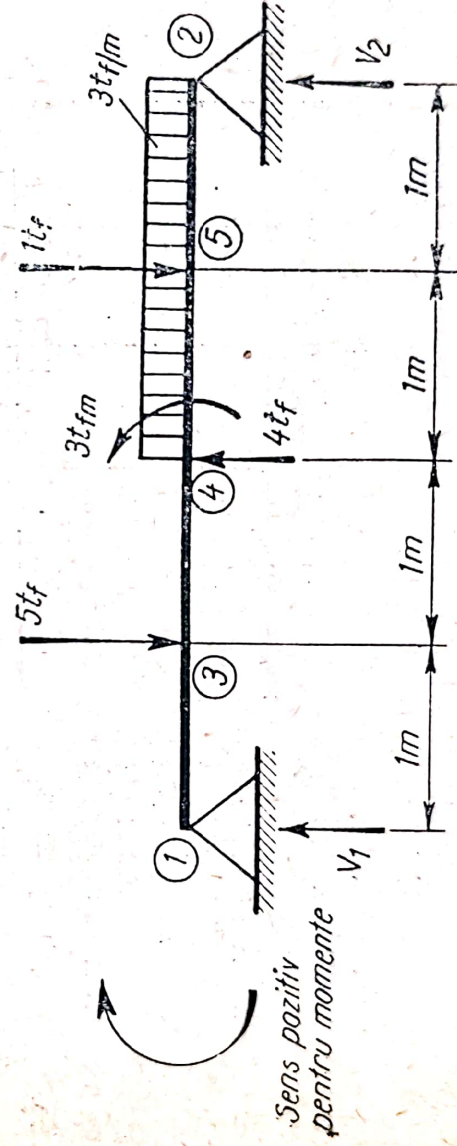


Fig. 1.4, a

Rezultă:

$$V_1 = 4,25 \text{ tf}; \quad V_2 = 3,75 \text{ tf}.$$

Ca verificare se scrie ecuația de proiecții pe verticală:

$$(\sum Y = 0) \quad V_1 + V_2 - 5 - 1 + 4 - 6 = 4,25 + 3,75 - 5 - 1 + 4 - 6 = 0.$$

*Punctele 2 și 4 coincid, din întâmplare, respectiv cu unul din reazeme, precum și cu punctul de aplicare al forței concentrate de 4 tf și al cuplului concentrat de 3 tf·m.

Determinarea valorilor momentului încovoielor în punctele caracteristice

Momentul concentrat de 3 tf·m nu influențează diagrama forțelor tăietoare.

Avem :

$$M_1 = 0 ;$$

$$M_3 = 4,25 \times 1 = 4,25 \text{ tf} \cdot \text{m} ;$$

$$M_4' = 4,25 \times 2 - 5 \times 1 = 3,5 \text{ tf} \cdot \text{m} ;$$

$$M_4'' = 4,25 \times 2 - 5 \times 1 - 3 = 0,5 \text{ tf} \cdot \text{m}^* ;$$

$$M_5 = 4,25 \times 3 - 5 \times 2 - 3 + 4 \times 1 - 3 \times 1 \times \frac{1}{2} = 2,25 \text{ tf} \cdot \text{m} ;$$

$M_2 = 0$ (acest rezultat nu este altceva decât $\Sigma M_2 = 0$, adică ecuația de echilibru a momentelor în raport cu reazemul 2).

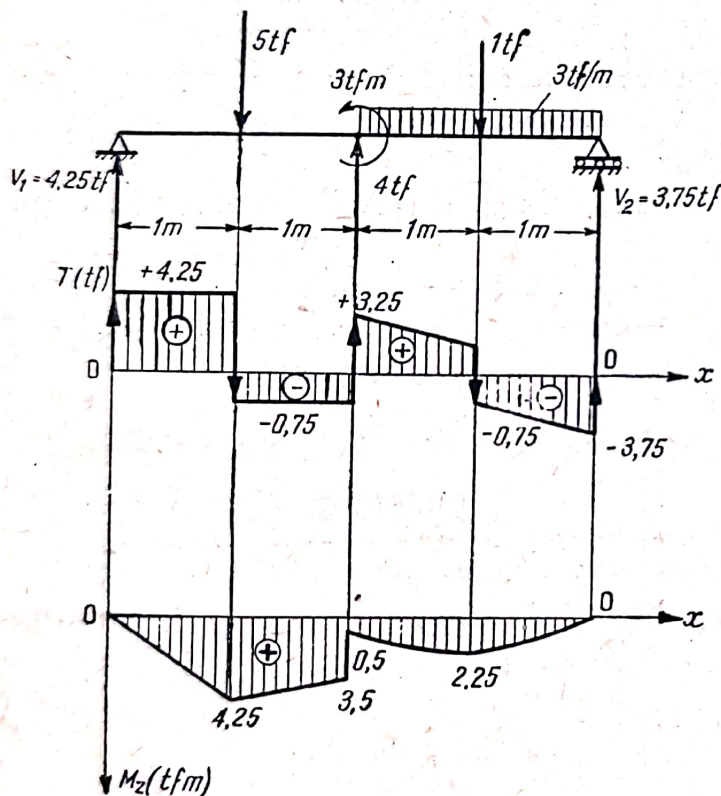


Fig. 1.4, b

Trasarea diagramelor de variație a forței tăietoare și a momentului încovoielor

Aceste diagrame sînt arătate în figura 1.4, b. Ele au fost alcătuite astfel :

— s-au figurat sistemele de axe xOT și xOM_z orientate astfel : axa Ox paralelă cu grinda, axa OT perpendiculară pe grindă, dirijată în sus, iar axa OM_z perpendiculară pe grindă, dirijată în jos ;

— s-a trasat diagrama forțelor tăietoare, așa cum s-a arătat în problema 1.2 ;

— s-au trasat diagrame de momente unind punctele de pe ordonatele 1, 2, 3, 4, 5 prin linii drepte, în porțiunile unde grinda este neîncărcată, și printr-o parabolă cu panta în

* În punctul 4 valorile momentului încovoielor sînt diferite imediat în stînga și imediat în dreapta punctului 4 din cauza cuplului concentrat de moment 3 tf·m. Pe diagramă, ele vor apărea ca două puncte diferite pe ordonata punctului 4.

jos, unde $T > 0$, și cu panta în sus, unde $T < 0$, în porțiunea de grindă încărcată cu sarcină uniform distribuită.

1.5. Să se traseze diagramele N , M_y , M_z pentru grinda din figura 1.5, a.

Rezolvare.

Grinda este solicitată la compresiune excentrică (tabela 1.1 cazul 12). Mărimile N , M_z , M_y sînt constante în lungul grinzii; diagramele lor sînt arătate în figura 1.5, b.

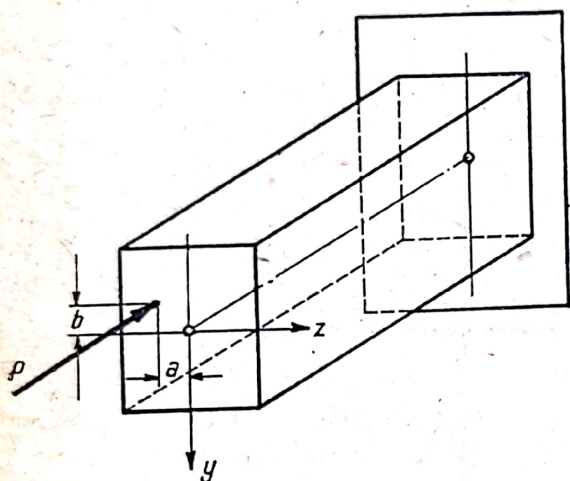


Fig. 1.5, a

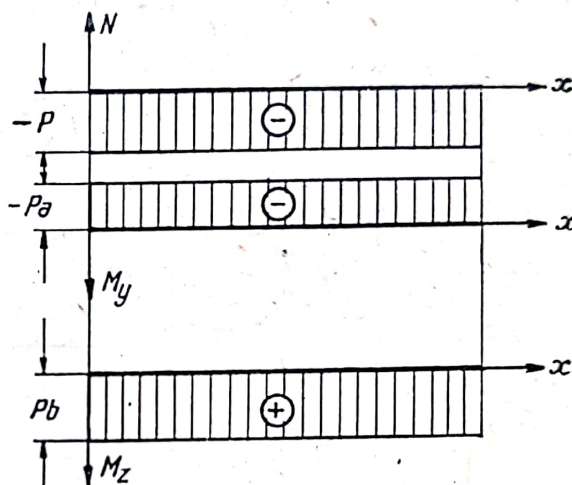


Fig. 1.5, b

1.6. Să se traseze următoarele diagrame pentru grinda dreaptă din figura 1.6 :

1) diagrama forțelor tăietoare pentru încărcarea cu forțele concentrate din figura 1.6, a ;

2) diagrama momentelor încovoietoare pentru încărcarea cu cuplurile concentrate situate în planul figurii 1.6, b ;

3) diagrama momentelor de răsucire pentru încărcarea cu cuplurile de răsucire concentrate situate în plane perpendiculare pe bara din figura 1.6, c ;

4) diagrama forțelor axiale pentru încărcarea cu forțele concentrate din figura 1.6, d.

Rezolvare.

Toate diagramele cerute au aceeași formă ca cea reprezentată în figura 1.6, e. Ceea ce diferă sînt doar unitățile de măsură; pentru forțe, unitatea de măsură este tona-forță, iar pentru cupluri, tona-forță-metrul.

Procedeul de alcătuire a lor este următorul :

— se trasează segmentul AB ;

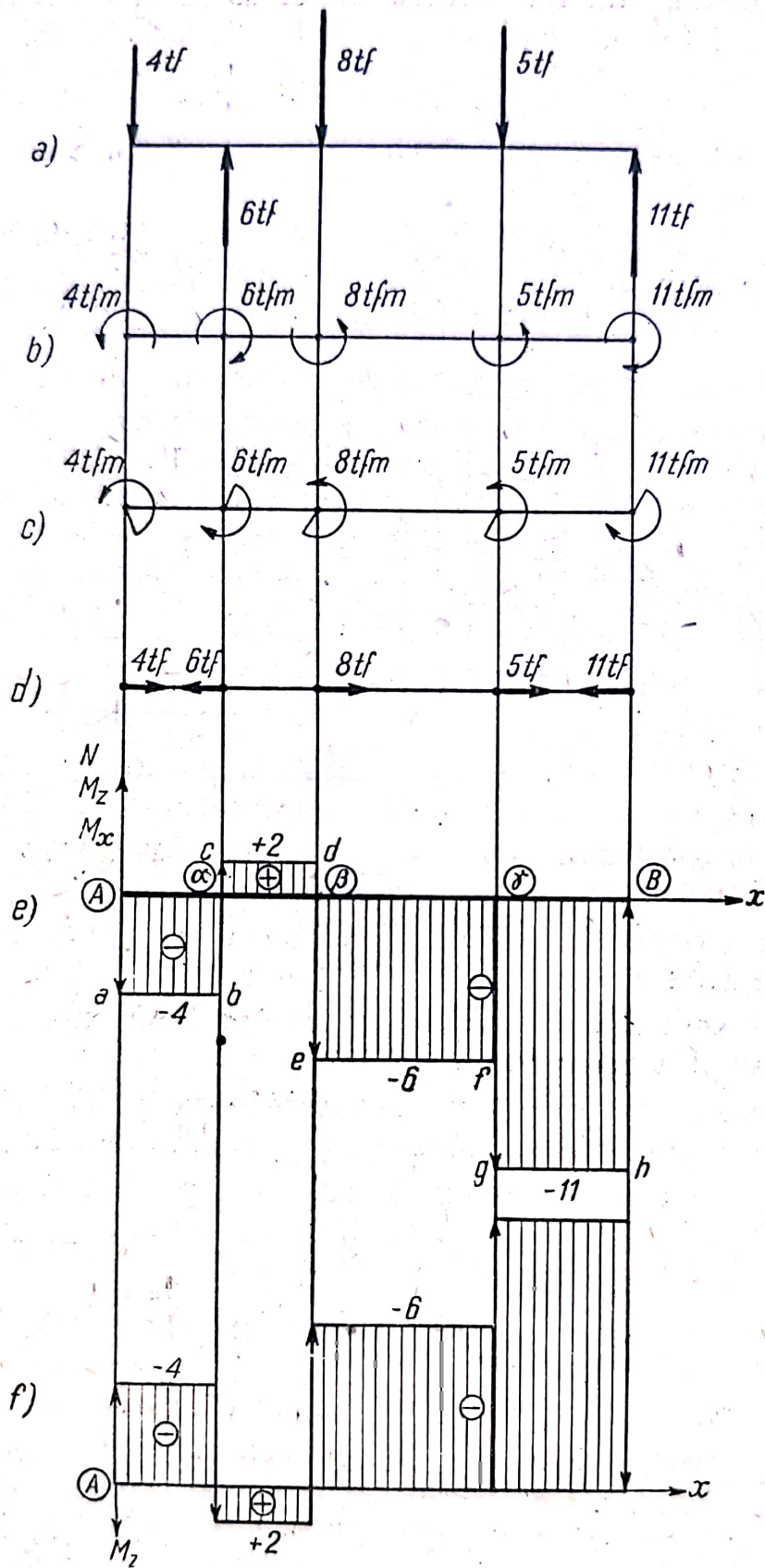


Fig. 1.6

- se figurează punctele caracteristice $A, \alpha, \beta, \gamma, B$ (punctele unde sînt aplicate forțe sau cupluri pe grinda dată);
- pe ordonata punctului A în jos (sensul negativ) se așază vectorul $\overline{Aa}$, avînd modulul 4;
- prin a se duce dreapta ab paralelă cu AB , pînă întîlnește în b ordonata punctului α ;
- în punctul b se așază pe ordonata punctului α vectorul $\overline{bc}$, orientat în sus (sensul pozitiv), avînd modulul 6;
- prin c se duce dreapta cd paralelă cu AB , pînă întîlnește în d ordonata punctului β ;
- în continuare se procedează în același mod, ultimul vector, $\overline{hB}$, trebuind să închidă diagrama, deoarece se presupune că grinda AB se află în echilibru (fig. 1.6, a).

Observație. De regulă, pentru diagrama momentelor încovoietoare, sensul pozitiv este ales în jos, iar cel negativ în sus. În acest caz, diagrama arată ca în figura 1.6, f , adică ea este simetrică diagramei 1.6, e față de axa Ax .

1.7. Să se traseze următoarele diagrame pentru o grindă dreaptă :

- 1) diagrama forțelor tăietoare pentru încărcarea cu forțele concentrate și uniform distribuite din figura 1.7, a ;
- 2) diagrama momentelor încovoietoare pentru încărcarea cu cuplurile concentrate și uniform distribuite situate în planul figurii 1.7, b ;
- 3) diagrama momentelor de răsucire pentru încărcarea cu cuplurile concentrate și uniform distribuite situate în plane perpendiculare pe bară, ca în figura 1.7, c ;
- 4) diagrama forțelor axiale pentru încărcarea cu forțe concentrate și uniform distribuite, ca în figura 1.7, d .

Rezolvare.

Diagramele cerute au forma din figura 1.7, e (pentru diagrama momentelor încovoietoare, cea arătată în figura 1.7, f , care este simetrica diagramei 1.7, e față de axa Ax).

Cifrele din această diagramă reprezintă tone-forță în cazul forțelor, sau tone-forță-metri, în cazul cuplurilor.

Modul de alcătuire a lor este următorul :

- se trasează segmentul AB ;
- se figurează punctele caracteristice $A, \alpha, \beta, \gamma, B$ (punctele unde sînt aplicate forțele sau cuplurile pe grinda dată);
- pe ordonata punctului A se așază segmentul $Aa = 5$, în sensul pozitiv;

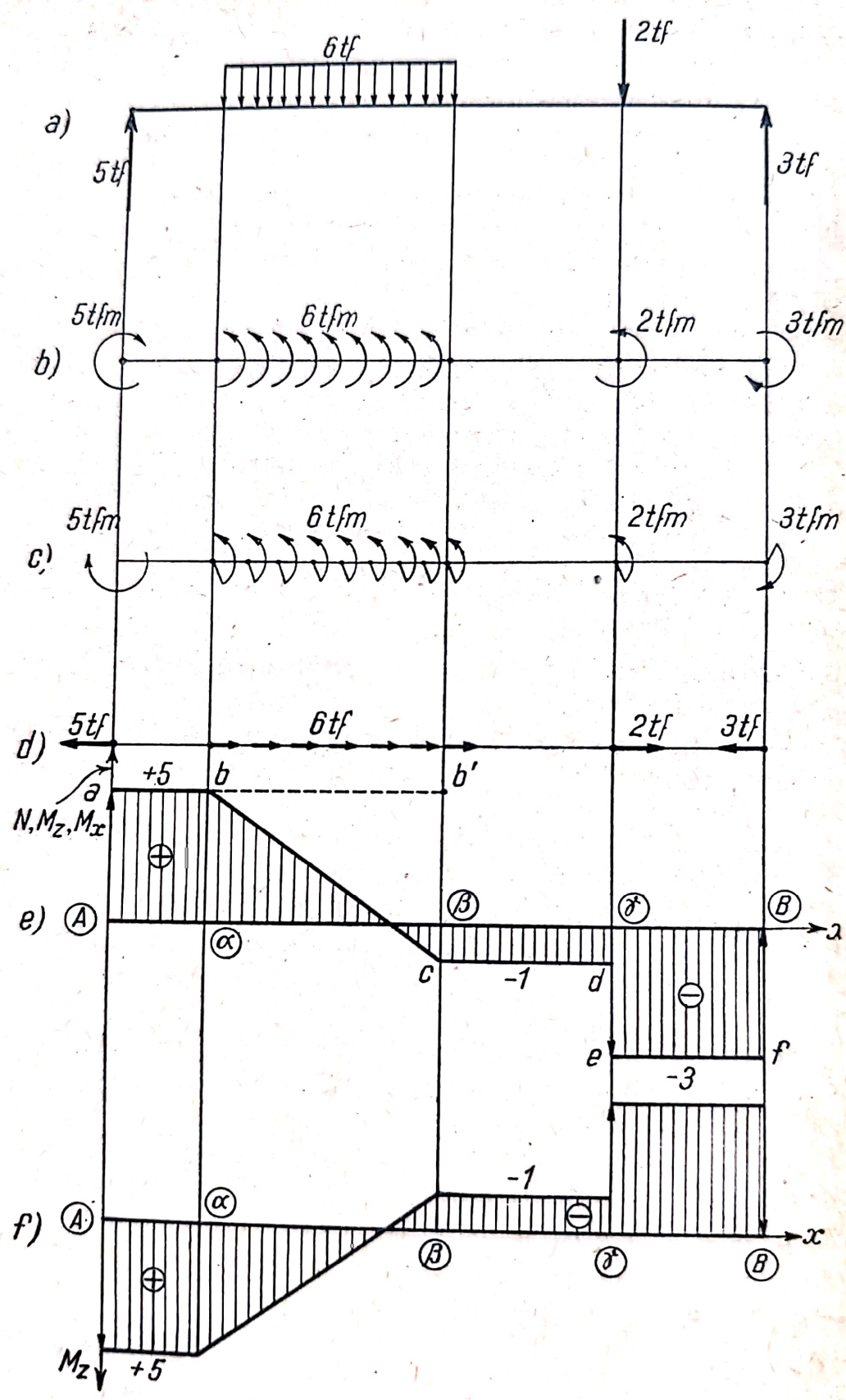


Fig. 1.7

- se duce ab paralel cu AB ;
- se continuă punctat segmentul bb' paralel cu AB ;
- se ia $b'c = 6$;
- se unește b cu c ;
- se duce cd paralel cu AB ;
- în d se așază vectorul de , de modul 2, în sensul negativ;
- se duce ef paralel cu AB ;
- se unește f cu B ; trebuie să rezulte $fB = 3$.

Valorile eforturilor interioare pe porțiuni sînt arătate în figura 1.7, *e*.

1.8. Consola unui lagăr care susține o transmisie este prinsă de o coloană verticală cu ajutorul unor manșoane strînse cu șuruburi. Datele necesare calculului sînt arătate în figura 1.8, *a*. Se cere să se traseze diagramele de variație a forței axiale, a forței tăietoare și a momentului încovoietor în axa coloanei.

Rezolvare.

Alcătuirea schemei de încărcare a grinzii; punctele caracteristice; reacțiunile legăturilor

a) După schița cotată, extrasă de la instalația respectivă, se alcătuieste schema de încărcare din figura 1.8, *b*.

b) Punctele caracteristice ale grinzii sînt:

1, 2, reazemele coloanei, care sînt considerate ca în figura 1.8, *b*; la extremitatea inferioară articulație, iar la extremitatea superioară reazem simplu;

3, 4, locurile unde sînt aplicate forțele transmise de către consolă, care sînt considerate ca fiind concentrate, deși manșonul de prindere are o oarecare lungime, neglijată în raport cu lungimea consolei; forțele de mărimi F și Q (forța de frecare) transmise de consolă sînt considerate ca fiind concentrate.

c) Reacțiunile legăturilor coloanei sînt forțele H_1 , V_1 , în extremitatea inferioară, și forța orizontală H_2 .

Determinarea reacțiunilor

Pentru aceasta va trebui mai întîi să se determine forțele F și Q ca funcții de P ; aceasta se face scriind cele trei ecuații de echilibru ale consolei:

$$\begin{aligned}(\Sigma X = 0) \quad F - F &= 0 \\(\Sigma Y = 0) \quad Q + Q - P &= 0 \\(\Sigma M_3 = 0) \quad Pd - Fb &= 0.\end{aligned}$$

Din aceste ecuații rezultă că:

$$Q = \frac{P}{2}; \quad F = \frac{Pd}{b}.$$

Se observă că forța P se împarte egal între cele două manșoane pe verticală, dând componentele Q și Q .

Reacțiunile reazemelor consolei se determină scriind ecuațiile de echilibru :

$$(\Sigma X = 0) F - F + H_2 - H_1 = 0$$

$$(\Sigma Y = 0) V_1 - 2Q = 0$$

$$(\Sigma M_1 = 0) Fa - F(a + b) + H_2(a + b + c) = 0.$$

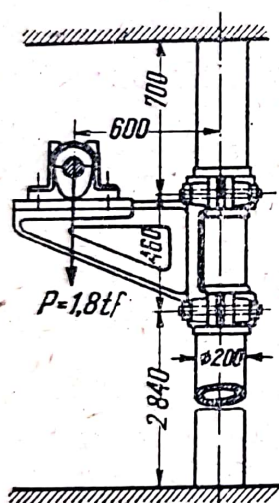


Fig. 1.8, a

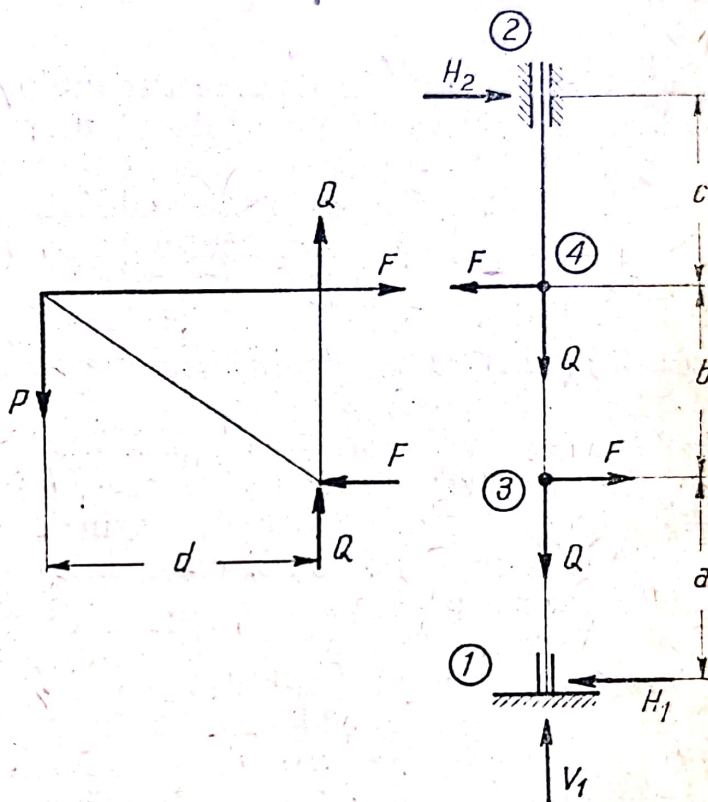


Fig. 1.8, b

Din aceste ecuații rezultă :

$$V_1 = 2Q ; H_1 = H_2 = \frac{Fb}{a + b + c}.$$

Înlocuind valorile lui Q și F aflate mai sus, se obține :

$$V_1 = P ; H_1 = H_2 = \frac{Pd}{a + b + c}.$$

Înlocuind valorile numerice (fig. 1.8, a) :

$$P = 1,8 \text{ tf} ; d = 60 \text{ cm} ; a = 284 \text{ cm} ;$$

$$b = 46 \text{ cm} ; c = 70 \text{ cm},$$

se obțin :

$$Q = \frac{1,8}{2} = 0,9 \text{ tf},$$

$$F = \frac{1,8 \times 60}{46} = 2,35 \text{ tf},$$

$$V_1 = 1,8 \text{ tf}$$

$$H_1 = H_2 = \frac{1,8 \times 60}{284 + 46 + 70} = 0,27 \text{ tf}.$$

Trasarea diagramelor N , T , M_z

Diagrama forțelor axiale și a forțelor tăietoare este arătată în figura 1.8, c.

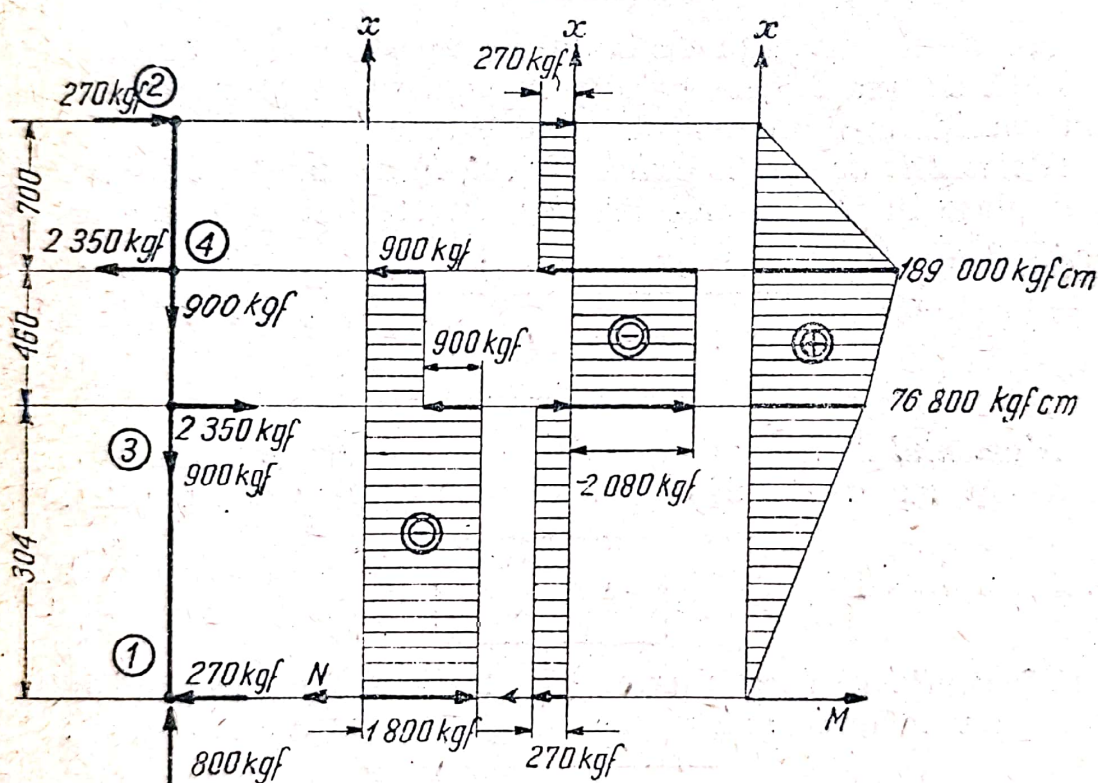


Fig. 1.8, c

Valorile momentului încovoietor în punctele caracteristice :

$$M_1 = 0$$

$$M_3 = 270 \times 284 = 76\,680 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

$$M_4 = 270 \times 700 = 189\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

$$M_2 = 0.$$

Diagrama momentelor încovoietoare este compusă din linii drepte, deoarece grinda este încărcată numai cu sarcini concentrate.

MĂRIMI GEOMETRICE ALE SECȚIUNII TRANSVERSALE, CARE INTERVIN ÎN CALCULUL DE REZISTENȚĂ A BARELOR

A. Definiții și formule

1. **Formule importante.** *Momentul static* al unei secțiuni plane avînd aria A și centrul de greutate G , în raport cu o axă Δ_1 cuprinsă în planul său, este dat de relația (fig. 2, a) :

$$S_{\Delta_1} = Ad \quad (2.1)$$

în care d este distanța centrului de greutate G la axa Δ_1 .

Față de axa Δ care trece prin centrul de greutate al secțiunii considerate, momentul static este nul.

Momentele de inerție axiale (fig. 2, b) ale unei secțiuni dreptunghiulare în raport cu axele Oy , Oz trecînd prin centrul său de greutate G sînt :

$$I_z = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{hb^3}{12} \quad (2.2)$$

Momentul de inerție axial (fig. 2, c) al unei secțiuni circulare în raport cu orice axă Δ trecînd prin centrul său O este :

$$I_{\Delta} = \frac{\pi D^4}{64} \quad (2.3)$$

Momentul de inerție axial (fig. 2, d) al unei secțiuni inelare în raport cu orice axă Δ trecînd prin centrul său O este :

$$I_{\Delta} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) \quad (2.4)$$

Momentul de inerție axial (fig. 2, a) al unei secțiuni oarecare în raport cu o axă Δ_1 situată la distanța d de axa Δ care trece prin centrul de greutate G al secțiunii este :

$$I_{\Delta_1} = I_{\Delta} + Ad^2 \quad (2.5)$$

A fiind aria secțiunii ; aceasta este formula de „mutare“ a momentului de inerție axial la axe paralele.

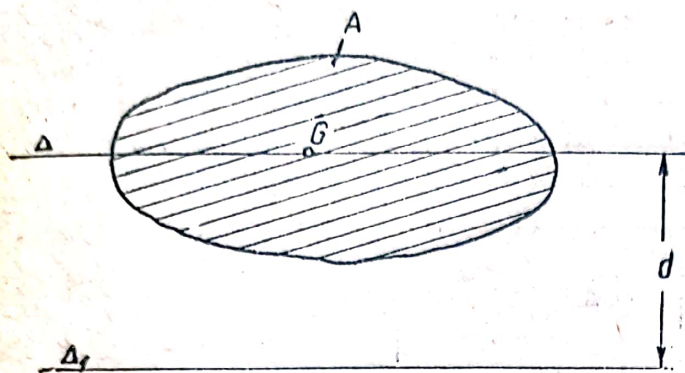


Fig. 2, a

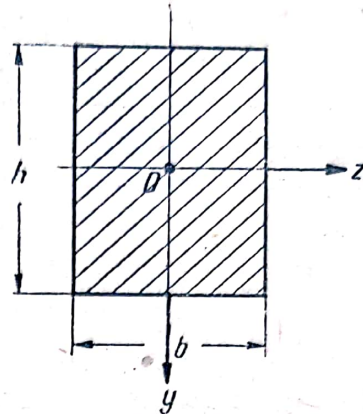


Fig. 2, b

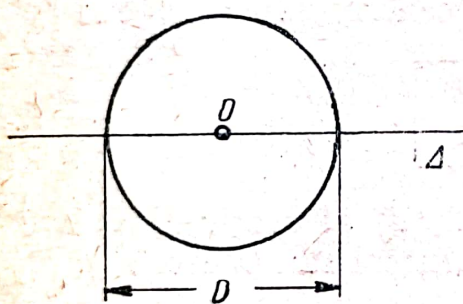


Fig. 2, c

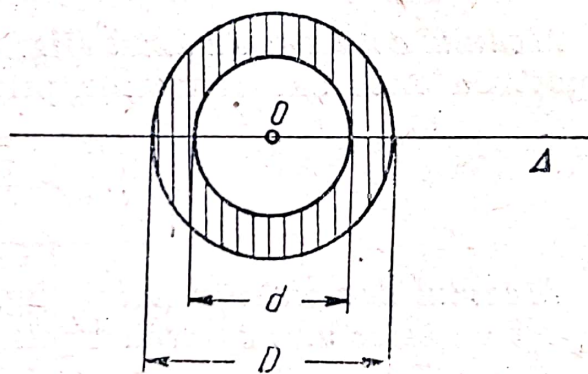


Fig. 2, d

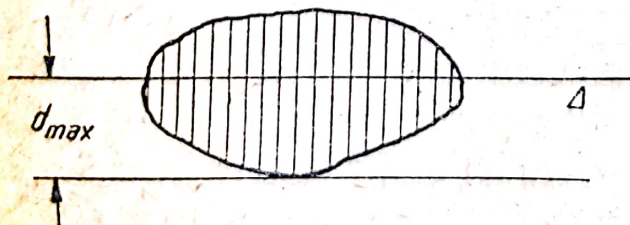


Fig. 2, e

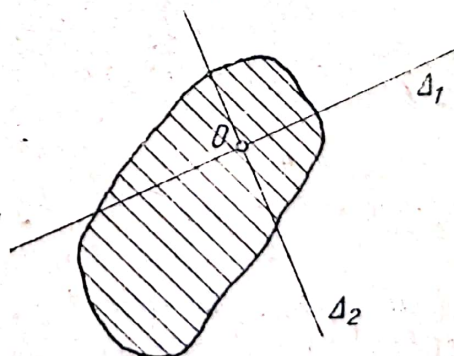


Fig. 2, f

Momentele de inerție față de două axe perpendiculare avînd originea în centrul de greutate al secțiunii transversale, dintre care cel puțin una este axă de simetrie a secțiunii, sînt momente de inerție principale centrale.

Modulul de rezistență axial (fig. 2, e) al unei secțiuni se obține împărțind momentul de inerție față de axa respectivă prin distanța cea mai mare de la axă la marginea secțiunii :

$$W_{\Delta} = \frac{I_{\Delta}}{d_{max}} \quad (2.6)$$

Modulele de rezistență axiale (fig. 2, b) ale secțiunii dreptunghiulare în raport cu axele O_y , O_z sînt :

$$W_z = \frac{bh^2}{6}; \quad W_y = \frac{hb^2}{6} \quad (2.7)$$

Modulul de rezistență axial (fig. 2, c) al secțiunii circulare în raport cu orice axă Δ trecînd prin centrul său O este :

$$W_{\Delta} = \frac{\pi D^3}{32} \quad (2.8)$$

Modulul de rezistență axial (fig. 2, d) al secțiunii inelare în raport cu orice axă Δ trecînd prin centrul său O este :

$$W_{\Delta} = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{32} D^3 \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) \quad (2.9)$$

Momentul de inerție polar al unei secțiuni în raport cu un punct O (fig. 2, f) se obține adunînd între ele momentele de inerție axiale față de două axe perpendiculare trecînd prin punctul O :

$$I_O = I_{\Delta_1} + I_{\Delta_2} \quad (2.10)$$

Momentul de inerție polar al secțiunii circulare în raport cu centrul său O este (fig. 2, c) :

$$I_O = \frac{\pi D^4}{32} = 2 I_{\Delta} \quad (2.11)$$

Momentul de inerție polar al secțiunii inelare în raport cu centrul său O este (fig. 2, d) :

$$I_O = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = 2 I_\Delta \quad (2.12)$$

Modulul de rezistență polar al unei secțiuni circulare în raport cu centrul său O este (fig. 2, c) :

$$W_O = \frac{\pi D^3}{16} = 2 W_\Delta \quad (2.13)$$

Modulul de rezistență polar (fig. 2, d) al unei secțiuni inelare în raport cu centrul său O este :

$$W_O = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi D^3}{16} \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right) = 2 W_\Delta \quad (2.14)$$

Se definește în general drept *rază de inerție* mărimea :

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2.15)$$

Poziția centrului de greutate al unei secțiuni compuse se determină cu ajutorul formulelor cunoscute din statică :

$$x_G = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i}, \quad y_G = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} \quad (2.16)$$

în care A_i sînt ariile figurilor componente, avînd centrele de greutate G_i (x_i, y_i) ; coordonatele x_i, y_i sînt luate față de un sistem convenabil ales.

Dimensiunile și unitățile de măsură ale mărimilor geometrice care fac obiectul capitolului de față sînt arătate în tabela următoare :

Tabela 2.1

Mărimea	Dimensiunea	Unitatea de măsură
Lungime	L	cm
Arie	L^2	cm ²
Moment static	L^3	cm ³
Moment de inerție	L^4	cm ⁴
Moment de rezistență	L^3	cm ³
Rază de inerție	L	cm

Momentul de inerție axial și modulele de rezistență axial și polar pentru secțiunea circulară de diferite diametre se găsesc în tabela 19. Momentele de inerție și modulele de rezistență ale secțiunilor dreptunghiulare pentru materialul lemnos standardizat se găsesc în tabela 20.

2. **Datele și necunoscutele problemelor.** În general se dau forma și dimensiunile secțiunii transversale, de unde se pot extrage toate datele geometrice (distanțe, diametre, arii, poziția centrului de greutate) și se cere determinarea uneia dintre mărimile menționate mai sus.

3. **Metoda de rezolvare.** Se aplică formulele date mai sus.

B. Probleme

2.1. Să se calculeze momentele de inerție și modulele de rezistență față de axele xx și yy pentru secțiunea unei conducte de gaze construită din patru profiluri de oțel, asamblate ca în figura 2.1.

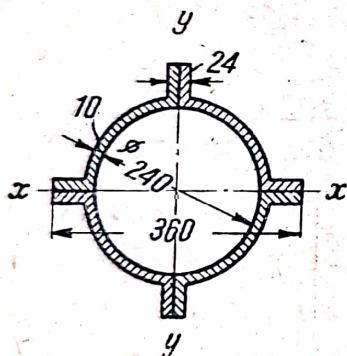


Fig. 2.1

Rezolvare.

Din cauza simetriei se observă că :

$$I_x = I_y \text{ și } W_x = W_y .$$

Se va calcula deci numai unul dintre ele.

a) Momentul de inerție are valoarea :

$$I_x = \underbrace{\frac{\pi \times (26^4 - 4^4)}{64}}_{\text{inelul circular}} + \underbrace{\frac{(36 - 26) \times 2,4^3}{12}}_{\text{aripioarele orizontale}} + \underbrace{\frac{2,4(36^3 - 26^3)}{12}}_{\text{aripioarele verticale}} = 11\,977 \text{ cm}^4 .$$

b) Modulul de rezistență are valoarea :

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} .$$

Înlocuind valorile numerice :

$$I_x = 11\,977 \text{ cm}^4 ; y_{max} = 18 \text{ cm},$$

se obține :

$$W_x = \frac{11\,977}{18} = 665 \text{ cm}^3.$$

2.2. Să se determine distanța dintre două profiluri U 26, astfel ca momentele de inerție față de axele $x'x'$ și $y'y'$ să fie egale (fig. 2.2).

Rezolvare.

Din tabela 17 se extrag valorile momentelor de inerție față de axele principale ale fiecărui profil, aria secțiunii și distanța e :

$$I_x = 4\,820 \text{ cm}^4; \quad I_y = 317 \text{ cm}^4;$$

$$A = 48,3 \text{ cm}^2; \quad e = 2,35 \text{ cm}.$$

Cu notațiile din figura 2.2 se calculează momentele de inerție ale secțiunii compuse :

$$I_{x'} = 2I_x = 2 \times 4\,820 \text{ cm}^4;$$

$$I_{y'} = 2(I_y + Ax^2) = 2(317 + 48,3x^2) \text{ cm}^4.$$

Egalînd între ele aceste momente, rezultă ecuația :

$$4\,820 = 317 + 48,3 x^2,$$

de unde găsim :

$$x = \sqrt{\frac{4\,820 - 317}{48,3}} = 9,67 \text{ cm}.$$

Pentru cele două cazuri de așezare a profilurilor U arătate în figura 2.2, a și 2.2, b, se obține :

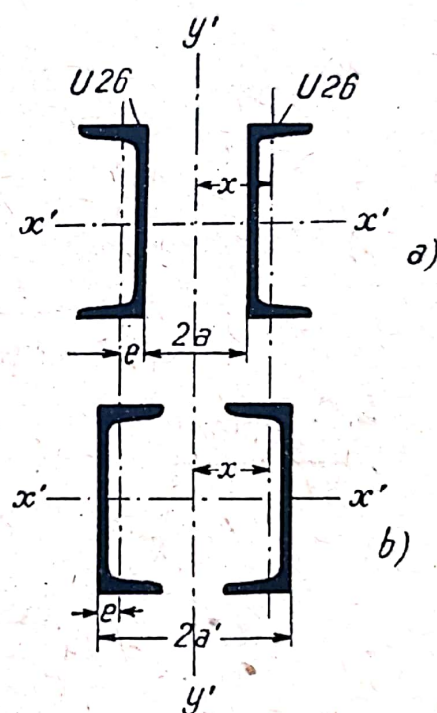


Fig. 2.2

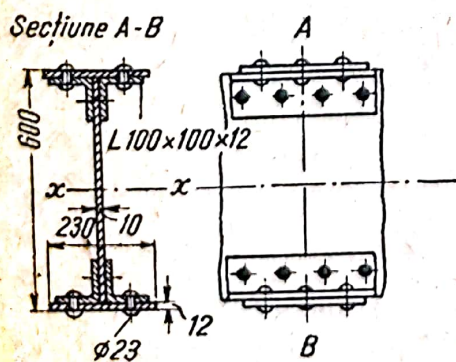


Fig. 2.3

$$2a = 2(x - e) = 2(9,67 - 2,35) = 14,64 \text{ cm}$$

$$2a' = 2(x + e) = 2(9,67 + 2,35) = 24 \text{ cm}.$$

2.3. Grinda unui pod este alcătuită din platbande și corniere nituite, ca în figura 2.3. Să se calculeze momentul de inerție și modulul de rezistență al secțiunii în raport cu axa xx .

Rezolvare.

Din tabela 15 se extrag datele necesare calculului pentru oțelul L 100 × 100 × 12 :

momentul de inerție : $I_x = 207 \text{ cm}^4$;

aria secțiunii : $A = 22,7 \text{ cm}^2$.

a) Momentul de inerție are valoarea :

$$I_x = \underbrace{\frac{1 \times 57,6^3}{12}}_{\text{inima}} + 2 \times \underbrace{\left(\frac{23 \times 1,2^3}{12} + 23 \times 1,2 \times 29,4^2 \right)}_{\text{platbandele}} + 4 \times \underbrace{\left(\frac{207 + 22,7 \times 25,9^2}{12} \right)}_{\text{cornierele}} - 4 \times \underbrace{\left(\frac{2,3 \times 2,4^3}{12} + 2,3 \times 2,4 \times 28,8^2 \right)}_{\text{găurile de nit}} = 106\,814 \text{ cm}^4.$$

b) Modulul de rezistență este :

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{106\,814}{30} = 3\,569 \text{ cm}^3.$$

2.4. Lagărul unei transmisii mecanice dintr-un atelier este susținut printr-o consolă prinsă de peretele halei cu șuruburi,

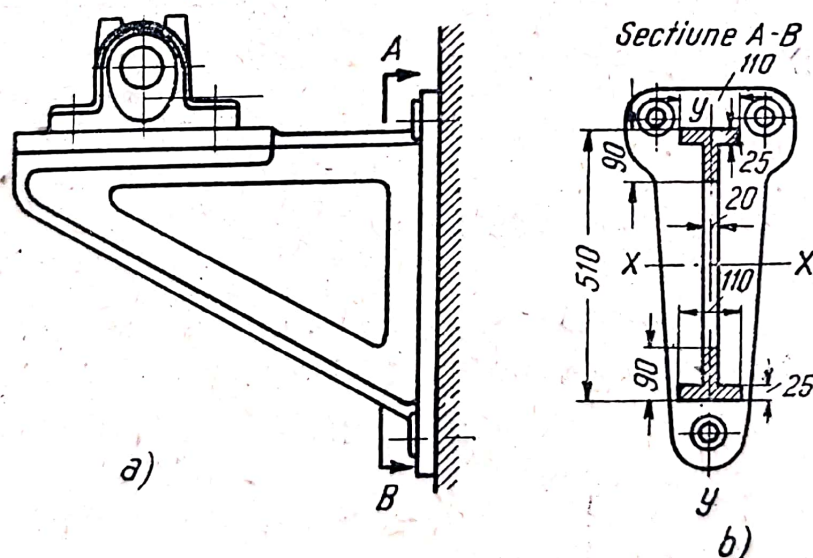


Fig. 2.4, a, b

așa cum se arată în figura 2.4, a. Se cere să se determine :

- momentele de inerție ale secțiunii față de axe de simetrie ;
- modulele de rezistență față de aceleași axe ;
- razele de inerție ale secțiunii față de aceleași axe.

Dimensiunile secțiunii sînt date în figura 2.4, b.

Rezolvare.

Pentru ușurința urmăririi calculelor, secțiunea a fost desenată mărit în figura 2.4, b. Aici s-au notat prin xx și yy cele două axe de simetrie.

a) Momentele de inerție au valorile :

$$I_x = 2 \times \left(\frac{11 \times 2,5^3}{12} + 11 \times 2,5 \times 24,25^2 + \frac{2 \times 6,5^3}{12} + 2 \times 6,5 \times 19,75^2 \right) = 42\,540 \text{ cm}^4;$$

$$I_y = 2 \times \left(\frac{2,5 \times 11^3}{12} + \frac{6,5 \times 2^3}{12} \right) = 562 \text{ cm}^4.$$

b) Calculul modulelor de rezistență se face cu ajutorul formulei (2.6), care în acest caz se scrie :

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}; \quad W_y = \frac{I_y}{x_{\max}},$$

unde, după figura 2.4, b :

$$x_{\max} = 5,5 \text{ cm}; \quad y_{\max} = 25,5 \text{ cm}.$$

Înlocuind valorile numerice ale momentelor de inerție în formulele de mai sus, se obține :

$$W_x = \frac{42\,540}{25,5} = 1\,665 \text{ cm}^3;$$

$$W_y = \frac{562}{5,5} = 102 \text{ cm}^3.$$

c) Razele de inerție au valorile [formula (2.15)] :

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}},$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}},$$

în care înlocuim :

$$I_x = 42\,540 \text{ cm}^4,$$

$$I_y = 562 \text{ cm}^4,$$

$$A = 2[11 \times 2,5 + (9 - 2,5) \times 2] = 81 \text{ cm}^2$$

Se obține :

$$i_x = \sqrt{\frac{42\,540}{81}} = 22,9 \text{ cm};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{562}{81}} = 2,63 \text{ cm}.$$

2.5. Să se calculeze momentul de inerție I_x în raport cu o axă care trece prin centrul de greutate și momentul de inerție polar I_o al secțiunii transversale a unei conducte care are diametrul $D = 42,6$ cm, considerînd grosimea pereților $\delta = 0,9$ cm, mică în comparație cu diametrul.

Rezolvare.

Se folosește formula (2.4), în care se înlocuiește $d = D - 2\delta$; efectuînd ridicările la puteri și neglijînd pe δ la gradele doi și superioare, se obține :

$$a) I_x = \frac{\pi}{8} D^3 \delta = \frac{3,14}{8} \times 42,6^3 \times 0,9 = 27\,250 \text{ cm}^4;$$

$$b) I_o = 2I_x = 2 \times 27\,250 = 54\,500 \text{ cm}^4.$$

2.6. Pentru secțiunea inelară a tubului din figura 2.6 se cere să se calculeze momentul de inerție și modulul de rezistență față de axa xx , precum și momentul de inerție și modulul de rezistență polar față de punctul O .

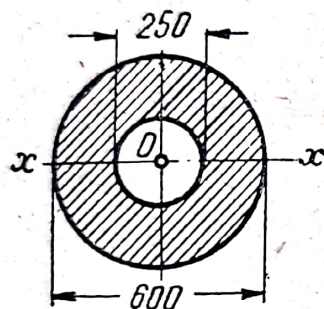


Fig. 2.6

Rezolvare.

a) Momentul de inerție față de axa xx se calculează cu formula (2.4) :

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = \\ &= \frac{\pi}{64} (60^4 - 25^4) = 615\,000 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

b) Modulul de rezistență față de axa xx se calculează cu formula (2.9) :

$$W_x = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{2I_x}{D} = \frac{2 \times 615\,000}{60} = 20\,500 \text{ cm}^3.$$

c) Momentul de inerție polar se calculează cu formula (2.12) :

$$I_o = 2I_x = 2 \times 615\,000 = 1\,230\,000 \text{ cm}^4.$$

d) Modulul de rezistență polar se calculează cu formula (2.13):

$$W_o = 2W_x = 2 \times 20\,500 = 41\,000 \text{ cm}^3.$$

* Este greșit să se calculeze modulul de rezistență prin scăderea modulelor de rezistență a două secțiuni circulare :

$$W \neq \frac{\pi D^3}{32} - \frac{\pi d^3}{32}.$$

β. EFORTURI UNITARE ȘI DEFORMAȚII ÎN BARELE DREPTE STATIC DETERMINATE SUPUSE LA SOLICITĂRI SIMPLE

a) Datele și necunoscutele problemelor

Acestea variază după cele trei mari tipuri de probleme întâlnite în rezistența materialelor :

1. Probleme de dimensionare

date :

- *modul de fixare a barei* (reazem simplu, articulație, încastrare), servind la determinarea reacțiunilor ;
- *toate forțele exterioare* care acționează bara (mai puțin reacțiunile legăturilor, când acestea există) ;
- *materialul* din care este confecționată bara ;
- *forma secțiunii transversale* : $\square$, O, I etc.

Dacă aceste ultime două caracteristici nu sînt date, ele se aleg de către cel care efectuează calculul ;

cerute :

- dimensiunile secțiunii transversale.

2. Probleme de verificare

date :

- *toate dimensiunile barei* (lungimea, forma și dimensiunile secțiunii transversale) ;
- *materialul* din care este construită bara ;
- *modul de fixare a barei* (reazem simplu, articulație, încastrare), servind la determinarea reacțiunilor ;
- *toate forțele exterioare* care acționează bara (mai puțin reacțiunile legăturilor, când acestea există) ;

cerute :

- *efortul unitar efectiv*, care se compară cu efortul unitar admisibil.

3. Probleme de determinare a sarcinii capabile

date :

- toate dimensiunile barei ;
- materialul din care este construită bara ;
- modul de fixare al barei ;
- o parte din forțele exterioare care acționează bara ;

cerute :

- valorile maxime ale uneia sau mai multor sarcini exterioare care acționează bara.

Observații. În problemele de tipul 1 și 3 se folosește în calcule efortul unitar admisibil al materialului din care este construită piesa ; în problemele de tipul 2, efortul unitar admisibil este folosit numai pentru comparație cu cel efectiv ;

— spre deosebire de problemele de tipul 1, în problemele de tipul 2 și 3, piesa de calculat este cunoscută complet (dimensiuni și material).

b) Metoda generală de rezolvare

Ordinea de calcul este în general următoarea :

Se alcătuieste schema de încărcare ; se figurează și se determină reacțiunile legăturilor cu ajutorul ecuațiilor de echilibru ale mecanicii.

În problemele în care bara este supusă numai la forțe exterioare cunoscute, această etapă nu este necesară.

Se determină modul de variație a eforturilor interioare în lungul barei (forță axială, forță tăietoare, moment încovoietor, moment de răsucire).

Aceasta se efectuează după metodele indicate în capitolul I.

Se determină caracteristicile geometrice ale secțiunii transversale, după cazul de solicitare respectiv : arie, moment de inerție, axial sau polar, modulul de rezistență axial sau polar, poziția centrului de greutate.

Se pot întâlni două variante :

a. În problemele de verificare și determinare a sarcinii capabile, caracteristicile geometrice pot fi calculate complet pe baza dimensiunilor secțiunii transversale, care sînt cunoscute.

b. În problemele de dimensionare se alege numai formula corespunzătoare solicitării respective ; caracteristica geometrică nu poate fi calculată, deoarece ea este funcție de dimensiunile secțiunii transversale, care nu sînt cunoscute.

În problemele de dimensionare se determină dimensiunile secțiunii transversale cu ajutorul formulelor corespunzătoare solicitării respective.

Se rotunjesc valorile dimensiunilor obținute din calcul la valori întregi sau normalizate.

În problemele de verificare se determină efortul unitar efectiv cu ajutorul aceluiași formule și se compară cu efortul unitar admisibil în cazul solicitării respective; dacă el este mai mic decât efortul unitar admisibil, piesa respectivă poate funcționa în bune condiții. În caz contrar, piesa trebuie redimensionată.

În problemele de determinare a sarcinii capabile se determină valoarea maximă a uneia dintre sarcinile exterioare necunoscute pe care o poate suporta bara.

Pentru problemele de dimensionare, se calculează efortul unitar efectiv în piesă, care — după alegerea valorilor întregi sau standardizate pentru dimensiunile secțiunii transversale — va diferi de efortul unitar admisibil în plus sau în minus. Diferențele în plus nu trebuie să fie mai mari de 3%, din cauza pericolului de a intra în zona de curgere a materialului, iar cele în minus, de asemenea nu trebuie să fie prea mari, deoarece în acest caz materialul este utilizat neeconomic.

Se calculează deformațiile prin aplicarea formulelor de la solicitarea respectivă.

Capitolul III

ÎNTINDEREA AXIALĂ, COMPRESIUNEA AXIALĂ ȘI STRIVIREA

A. Definiții și formule

1. Formule importante. Cazul întinderii (compresiunii) simple.

Formula care dă efortul unitar σ în funcție de forța exterioară N de întindere sau compresiune și de aria A a secțiunii perpendiculare pe direcția solicitării este:

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{A}} \quad (3.1)$$

din care se obțin următoarele formule servind la dimensionarea, verificarea și determinarea sarcinii capabile:

Dimensionare	Verificare	Sarcina capabilă
$A_{nec} \geq \frac{N}{\sigma_a}$	$\sigma_{ef} = \frac{N}{A_{ef}} \leq \sigma_a$	$N_{cap} = A_{ef} \sigma_a$

(3.2)

Tabela 3.1

Formule privind solicitarea de întindere (compresiune)

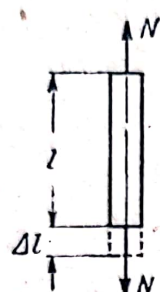
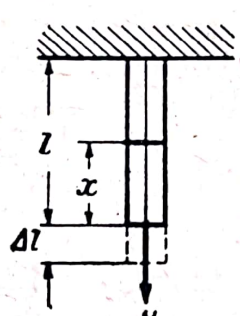
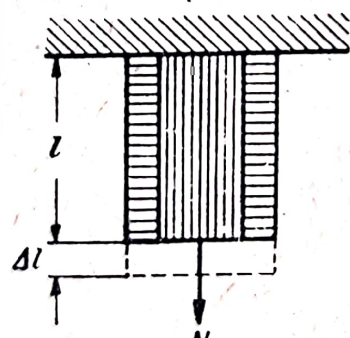
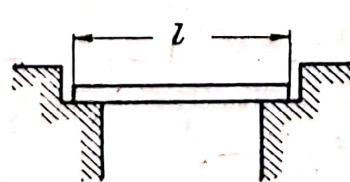
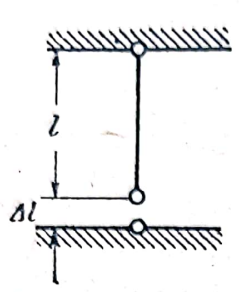
Solicitarea	Figura	Efortul unitar	Deformația
Întindere (compresiune) simplă		$\sigma = \frac{N}{A}$	$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{\sigma l}{E} \quad (3.3)$ $\Delta l = l\varepsilon \quad (3.4)$
Întindere (compresiune) sub forță axială și greutate proprie		$\sigma = \frac{N}{A} + \gamma x \quad (3.5)$	$\Delta l = \frac{\left(N + \frac{\gamma A l}{2} \right) l}{EA} \quad (3.6)$
Întinderea (compresiunea) materialelor neomogene		$\sigma_1 = \frac{N}{A_1 + \frac{E_2}{E_1} A_2} \quad (3.7)$ $\sigma_2 = \frac{N}{A_2 + \frac{E_1}{E_2} A_1}$	$\Delta l = \frac{Nl}{E_1 A_1 + E_2 A_2} \quad (3.8)$
Întindere (compresiune) la dilatare împiedicată		$\sigma = E \alpha \Delta t \quad (3.9)$	$\Delta l = 0 \quad (3.10)$

Tabela 3,1 continuare

Solicitarea	Figura	Efortul unitar	Deformația
Întindere (compresiune) provocată de inexactități de execuție		$\sigma = E \frac{\Delta l}{l} \quad (3.11)$	$\Delta l \neq 0 \quad (3.12)$

E este modulul de elasticitate longitudinală, γ greutatea specifică, α coeficientul de dilatare liniară, Δt diferență de temperatură.

Coeficientul de siguranță la întindere sau compresiune este :

$$C = \frac{\sigma_r}{\sigma_{ef}} \quad (3.13)$$

Formula de calcul la *strivire* este identică cu cea de calcul la compresiune :

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{as} \quad (3.14)$$

Rezistențele admisibile la *strivire* se iau :

$$\begin{array}{l} \text{oțel} \quad \sigma_{as} \approx 2 \sigma_{ac} \\ \text{lemn} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{as} \approx 0,7 \sigma_{ac} \quad (\text{secțiune perpendiculară pe direcția fibrelor}) \\ \sigma_{as} \approx 0,3 \sigma_{ac} \quad (\text{secțiune paralelă cu direcția fibrelor}) \end{array} \right. \end{array} \quad (3.15)$$

în care : σ_{as} este rezistența admisibilă la *strivire* ; σ_{ac} — rezistența admisibilă la compresiune.

2. Datele și necunoscutele problemelor

Datele și necunoscutele problemelor sînt arătate la p. 29—30.

3. Metoda de rezolvare

Metoda de rezolvare este arătată la p. 30—31.

B. Probleme

3.1. Să se verifice un tirant din oțel pentru care :

Se dă :

- forța de întindere $N = 6 \text{ tf}$;
- aria secțiunii transversale $A_{ef} = 6 \text{ cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv dintr-o secțiune a tirantului σ_{ef} .

Rezolvare.

Se aplică formula (3.2) :

$$\sigma_{ef} = \frac{N}{A_{ef}} = \frac{6\,000}{6} = 1\,000 \text{ kgf/cm}^2.$$

3.2. Să se calculeze modulul de elasticitate longitudinală al unei bare de oțel de la o fermă metalică ce susține acoperișul unei hale.

Se dă :

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------|
| — lungimea barei | $l = 5 \text{ m}$; |
| — aria secțiunii transversale | $A = 25 \text{ cm}^2$; |
| — forța de întindere a barei | $N = 21 \text{ tf}$; |
| — alungirea barei în stare montată | $\Delta l = 0,2 \text{ cm}$. |

Se cere :

- modulul de elasticitate longitudinală E .

Rezolvare.

Se aplică formula (3.3) din care rezultă :

$$E = \frac{Nl}{A\Delta l} = \frac{21\,000 \times 500}{25 \times 0,2} = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2.$$

3.3. Să se determine alungirea absolută și cea relativă a unei bare de oțel aparținînd unei ferme metalice de la o macara.

Se dă :

- forța de întindere a barei $N = 48 \text{ tf};$
- lungimea barei $l = 8 \text{ m};$
- aria secțiunii transversale $A = 32 \text{ cm}^2;$
- modulul de elasticitate longitudinală al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$

Se cere :

- alungirea absolută a barei $\Delta l;$
- alungirea relativă a barei $\varepsilon.$

Rezolvare.

Se aplică formulele (3.3) și (3.4) :

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{48\,000 \times 800}{2,1 \times 10^6 \times 32} = 0,57 \text{ cm.}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,57}{800} = 0,00071 = 0,071\%.$$

3.4. Se cere să se determine coeficientul de siguranță al unui tirant construit din OL 38.

Se dă :

- efortul unitar efectiv în tirant $\sigma_{ef} = 1\,000 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- coeficientul de siguranță $c.$

Rezolvare.

Materialul fiind OL 38, el are rezistența de rupere :

$$\sigma_r = 38 \text{ kgf/mm}^2 = 3\,800 \text{ kgf/cm}^2.$$

Coeficientul de siguranță se află aplicînd formula (3.13); el are valoarea :

$$c = \frac{\sigma_r}{\sigma_{ef}} = \frac{3\,800}{1\,000} = 3,8.$$

3.5. Să se determine forța cu care este întinsă în lungul fibrelor coarda unei ferme de acoperiș avînd secțiunea pătrată.

Se dă :

- latura secțiunii coardei $a = 10 \text{ cm};$
- alungirea specifică a coardei $\varepsilon = 0,0012;$
- modulul de elasticitate longitudinală al lemnului $E = 10^5 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

— forța de întindere a coardei N .

Rezolvare.

Se aplică formulele (3.3) și (3.4) :

$$\varepsilon = \frac{N}{AE},$$

de unde :

$$N = \varepsilon AE = 0,0012 \times 10^2 \times 10^5 = 12\,000 \text{ kgf}.$$

3.6. Să se determine forța de întindere pe care o poate suporta, precum și deformația unei bare din oțel avînd secțiunea circulară.

Se dă :

- diametrul secțiunii transversale $d = 5 \text{ cm}$;
- lungimea barei $l = 1 \text{ m}$;
- rezistența admisibilă a oțelului $\sigma_a = 1\,200 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate longitudinală al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- forța de întindere N_{cap} ;
- alungirea barei Δl .

Rezolvare.

Se aplică formulele (3.2) și (3.3) :

$$N_{cap} = A_{ef} \sigma_a = \frac{\pi \times 5^2}{4} \times 1\,200 = 23\,556 \text{ kgf};$$

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{\sigma l}{E} = \frac{1\,200 \times 100}{2,1 \times 10^6} = 0,0571 \text{ cm}.$$

3.7. Să se determine coeficientul de siguranță al tijei unui compresor supuse la întindere, datorită presiunii gazului exercitate asupra pistonului (fig. 3.7).



Fig. 3.7

Se dă :

- diametrul tijei
- presiunea gazului
- diametrul cilindrului compresor
- rezistența de rupere a materialului tijei

$$\begin{aligned} d &= 4 \text{ cm}; \\ p &= 200 \text{ kgf/cm}^2; \\ D &= 12 \text{ cm}; \\ \sigma_r &= 64 \text{ kgf/cm}^2 \end{aligned}$$

Se cere :

- coeficientul de siguranță al tijei c .

Rezolvare.

Coeficientul de siguranță are expresia (3.12) :

$$c = \frac{\sigma_r}{\sigma_{ef}}$$

în care :

$$\sigma_{ef} = \frac{N}{A} = \frac{p \frac{\pi D^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{p D^2}{d^2};$$

înlocuind expresia lui σ_{ef} și datele numerice în formula (3.12) se obține :

$$c = \frac{d^2 \sigma_r}{p D^2} = \frac{4^2 \times 64 \times 10^2}{200 \times 12^2} = 3,56.$$

3.8. Să se verifice un lanț compus din plăci, supus la întindere. Fiecare verigă a lanțului este formată din două plăcuțe, avînd forma și dimensiunile din figura 3.8.

Se dă :

- forța de întindere a verigii $N = 500 \text{ kgf}$.

Se cere :

- efortul unitar de întindere în secțiunea A — A, σ'_{ef} ;
- efortul unitar de întindere în secțiunea B — B, σ''_{ef} .

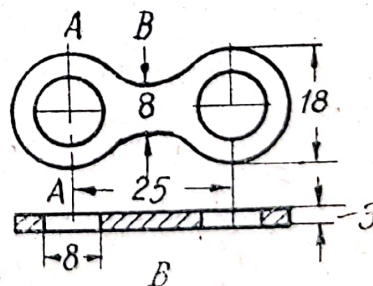


Fig. 3.8

Rezolvare.

Se aplică formula (3.2) :

a) în secțiunea A — A :

$$\sigma'_{ef} = \frac{N}{A_1} = \frac{500}{2 \times (1,8 - 0,8) \times 0,3} = 833 \text{ kgf/cm}^2;$$

b) în secțiunea $B - B$:

$$\sigma_{ef}'' = \frac{N}{A_2} = \frac{500}{2 \times 0,8 \times 0,3} = 1\,040 \text{ kgf/cm}^2.$$

3.9. Să se dimensioneze și să se calculeze deformația unui cablu de oțel cu ajutorul căruia se coboară o motopompă într-un puț. Cablul se va considera ca o tijă cilindrică plină; la dimensionare se va ține seama și de influența greutateii proprii.

Se dă:

- lungimea cablului $l = 100 \text{ m}$;
- sarcina maximă (ținând seama și de eventuale suprasarcini) $N = 10 \text{ tf}$;
- rezistența admisibilă a materialului cablului $\sigma_a = 500 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate longitudinală al materialului cablului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- greutatea specifică a materialului cablului $\gamma = 7,8 \text{ kgf/dm}^3$.

Se cere:

- diametrul cablului d ;
- alungirea cablului Δl .

Rezolvare.

Se folosește formula (3.5):

$$A_{nec} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{N}{\sigma_a - \gamma l},$$

de unde rezultă:

$$d = \sqrt{\frac{4N}{\pi(\sigma_a - \gamma l)}} = \sqrt{\frac{4 \times 10\,000}{3,14(500 - 7,8 \times 10^{-3} \times 10\,000)}} = 5,49 \text{ cm}.$$

Se alege valoarea:

$$d = 55 \text{ mm}.$$

Deformația se calculează cu relația (3.6):

$$\Delta l = \frac{\left(N + \frac{\gamma A l}{2}\right) l}{EA} = \frac{\left(10\,000 + \frac{7,8 \times 10^{-3} \times \pi \times 5,5^2 \times 10^4}{2 \times 4}\right) 10^4}{2,1 \times 10^6 \frac{\pi \times 5,5^2}{4}} = 2,02 \text{ cm}.$$

3.10. Să se determine eforturile unitare în materialele unui cablu de la o mașină de ridicat, format dintr-o sîrmă centrală de cupru și din zece sîrme de oțel.

Se dă :

- diametrul sîrmei de cupru $d = 5 \text{ mm}$;
- diametrul sîrmei de oțel $d_1 = 2 \text{ mm}$;
- forța de întindere a cablului $N = 600 \text{ kgf}$;
- modulul de elasticitate longitudinală al oțelului $E_{Ol} = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate longitudinală al cuprului $E_{Cu} = 1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv în cupru σ_{Cu} ;
- efortul unitar efectiv în oțel σ_{Ol} .

Rezolvare.

Se aplică formulele (3.7), în care indicele 1 se referă la cupru, iar indicele 2 la oțel :

$$\sigma_{Cu} = \frac{N}{A_{Cu} + \frac{E_{Ol}}{E_{Cu}} A_{Ol}} = \frac{600}{\frac{3,14 \times 0,5^2}{4} + \frac{2,1 \times 10^6}{1 \times 10^6} \times 10 \times \frac{3,14 \times 0,2^2}{4}} = 700 \text{ kgf/cm}^2.$$

$$\sigma_{Ol} = \frac{N}{A_{Ol} + \frac{E_{Cu}}{E_{Ol}} A_{Cu}} = \frac{600}{10 \times \frac{3,14 \times 0,2^2}{4} + \frac{1 \times 10^6}{2,1 \times 10^6} \times \frac{3,14 \times 0,5^2}{4}} = 1475 \text{ kgf/cm}^2.$$

3.11. O bară de oțel AB , ce susține un cablu care traversează spațiul dintre doi pereți din zid, este încastrată la un capăt și liberă de a se dilata la celălalt capăt pe o anumită porțiune, după care dilatarea este împiedicată (fig. 3.11). Presupunând că cei doi pereți sînt rigizi, se cere să se verifice bara la compresiune, după ce a luat contact cu peretele.

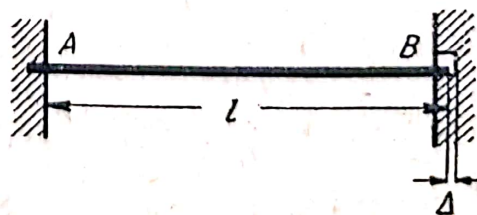


Fig. 3.11

Se dă :

- lungimea porțiunii de dilatare liberă $\Delta = 0,5 \text{ mm}$;
- lungimea barei $l = 1,5 \text{ m}$;
- creșterea de temperatură $\Delta t = 50^\circ \text{C}$;
- coeficientul de dilatare liniară al oțelului $\alpha = 1,2 \times 10^{-5} \text{ grd}^{-1}$;
- modulul de elasticitate longitudinală al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă a oțelului $\sigma_a = 1\,200 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv de compresiune din bară σ_{ef} .

Rezolvare.

Diferența de temperatură Δt poate fi considerată ca fiind formată din :

— $\Delta t'$ — diferența de temperatură necesară dilatării libere a barei pe lungimea Δ ;

— $\Delta t''$ — diferența de temperatură datorită căreia se produce un efort unitar de compresiune σ_{ef} în bară, după ce aceasta a luat contact cu peretele.

Valorile lor sînt date, prima de formula dilatării liniare cunoscută din fizică, iar cea de-a doua de formula (3.9) :

$$\Delta t' = \frac{\Delta}{\alpha l} ; \Delta t'' = \frac{\sigma_{ef}}{E\alpha},$$

care, introduse în formula :

$$\Delta t = \Delta t' + \Delta t'',$$

determină valoarea lui σ_{ef} .

Se obține :

$$\Delta t = \frac{\Delta}{\alpha l} + \frac{\sigma_{ef}}{E\alpha},$$

de unde :

$$\sigma_{ef} = E\alpha \Delta t - \frac{E\Delta}{l} = 2,1 \times 10^6 \times 12 \times 10^{-6} \times 50 - \frac{2,1 \times 10^6 \times 0,5 \times 10^{-1}}{1,5 \times 10^2} = 510 \text{ kgf/cm}^2 < 1\,200 \text{ kgf/cm}^2.$$

Cum efortul unitar efectiv de compresiune este mai mic decît rezistența admisibilă, nu există pericolul ruperii barei.

3.12. Un stîlp de beton armat al unei construcții este supus la compresiune axială. Se cere să se determine eforturile unitare

în cele două materiale ale stîlpului (în beton și în armătura de oțel) și deformația sa specifică :

Se dă :

- sarcina de compresiune axială a stîlpului $N = 120 \text{ tf}$;
- aria secțiunii betonului $A_b = 2\,700 \text{ cm}^2$;
- aria secțiunii armăturii de oțel $A_{Ol} = 25 \text{ cm}^2$;
- modulul de elasticitate al betonului $E_b = 2,1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate al oțelului $E_{Ol} = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv în secțiunea betonului σ_b ;
- efortul unitar efectiv în secțiunea armăturii de oțel σ_{Ol}
- scurtarea specifică a întregului stîlp ε .

Rezolvare.

Se aplică formulele (3.7), (3.8) și (3.4) :

$$\sigma_b = \frac{N}{A_b + \frac{E_{Ol}}{E_b} A_{Ol}} = \frac{120\,000}{2\,700 + \frac{2,1 \times 10^6}{2,1 \times 10^5} \times 25} = 40,6 \text{ kgf/cm}^2.$$

$$\sigma_{Ol} = \frac{N}{A_{Ol} + \frac{E_b}{E_{Ol}} A_b} = \frac{120\,000}{25 + \frac{2,1 \times 10^5}{2,1 \times 10^6} \times 2\,700} = 406 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{E_{Ol} A_{Ol} + E_b A_b} = \frac{120\,000}{2,1 \times 10^6 \times 25 + 2,1 \times 10^5 \times 2\,700} = 1,94 \times 10^{-4} \text{ cm (scurtarea)}.$$

3.13. Două din barele unei susțineri metalice executate din oțel pătrat, care se montează în prelungire cu ajutorul unui bulon între doi stîlpi considerați rigizi, au fost executate astfel încît suma lungimilor lor este mai mică decît distanța dintre stîlpi. Pentru a fi montate, ele trebuie să fie întinse forțat. Se cere să se arate dacă cele două bare rezistă acestei operații.

Se dă :

- diferența de lungime $\Delta = 0,3 \text{ cm}$;
- lungimea primei bare $l_1 = 1 \text{ m}$;
- lungimea celei de-a doua bare $l_2 = 1,5 \text{ m}$;

- latura pătratului secțiunii primei bare $a_1 = 1 \text{ cm}$;
- latura pătratului secțiunii celei de-a doua bare $a_2 = 0,6 \text{ cm}$;
- modulul de elasticitate al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă a oțelului $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv de întindere în prima bară σ_1 ;
- efortul unitar efectiv de întindere în cea de-a doua bară σ_2 .

Rezolvare.

Determinarea eforturilor unitare se face ținându-se seama de următoarele observații :

— forța de întindere a ambelor bare este aceeași :

$$T_1 = T_2 = T;$$

— suma deformațiilor celor două bare montate trebuie să fie egală cu diferența Δ de dinainte de montaj :

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta.$$

Ținându-se seama de faptul că :

$$\Delta l_1 = \frac{T l_1}{E A_1}, \quad \Delta l_2 = \frac{T l_2}{E A_2}$$

se obține înlocuind în ecuația deformațiilor :

$$\frac{T}{E} \left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} \right) = \Delta,$$

Fig. 3.13

de unde :

$$T = \frac{E \Delta}{\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}} = \frac{2,1 \times 10^6 \times 0,3}{\frac{100}{1^2} + \frac{150}{0,6^2}} = 1\,220 \text{ kgf}.$$

Eforturile unitare în cele două bare sînt :

$$\sigma_1 = \frac{T}{A_1} = \frac{1\,220}{1^2} = 1\,220 \text{ kgf/cm}^2.$$

$$\sigma_2 = \frac{T}{A_2} = \frac{1\,220}{0,6^2} = 3\,390 \text{ kgf/cm}^2.$$

Cele două bare nu pot fi asamblate, din cauza efortului unitar prea mare care ar lua naștere în bara 2 ($\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$).

3.14. O bară de oțel cu secțiunea în trepte, întrebuințată la susținerea unui corp de iluminat, este încercată la întindere; se cere să se verifice bara și să se calculeze deformația (fig. 3.14).

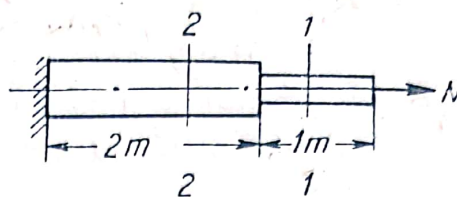


Fig. 3.14

Se dă :

- diametrul tronsonului 1 $d_1 = 3 \text{ cm}$;
- diametrul tronsonului 2 $d_2 = 5 \text{ cm}$;
- lungimea tronsonului 1 $l_1 = 1 \text{ m}$;
- lungimea tronsonului 2 $l_2 = 2 \text{ m}$;
- valoarea forței de întindere $N = 4 \text{ tf}$;
- modulul de elasticitate longitudinală al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la întindere $\sigma_a = 1\,200 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar de întindere în secțiunea 1 — 1 σ_{1-1} ;
- efortul unitar de întindere în secțiunea 2 — 2 σ_{2-2} ;
- alungirea barei Δl .

Rezolvare.

a) Pentru calculul efortului unitar se aplică formula (3.1) :

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4N}{\pi d^2} = 1,27 \cdot \frac{N}{d^2}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obțin :

$$\sigma_{1-1} = 1,27 \frac{N}{d_1^2} = 1,27 \times \frac{4\,000}{3^2} = 566 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_a.$$

$$\sigma_{2-2} = 1,27 \frac{N}{d_2^2} = 1,27 \times \frac{4\,000}{5^2} = 204 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_a.$$

Deoarece ambele eforturi unitare sînt inferioare rezistenței admisibile, nu există pericolul ruperii barei.

b) Alungirea barei se calculează cu formula (3.3); ea se compune din suma alungirilor celor două tronsoane ale barei:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{1}{E} (\sigma_1 l_1 + \sigma_2 l_2).$$

Înlocuind valorile numerice, se obține:

$$\Delta l = \frac{1}{2,1 \times 10^6} (566 \times 100 + 204 \times 200) = 0,0464 \text{ cm}.$$

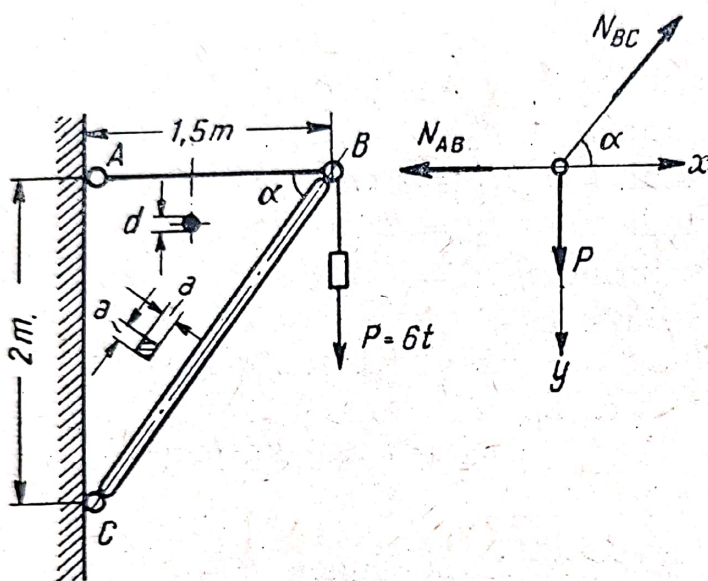


Fig. 3.15

3.15. Se cere să se dimensioneze tirantul de oțel AB și grinda de lemn BC ale unei macarale de perete (fig. 3.15).

Se dă:

- sarcina macaralei $P = 6 \text{ tf}$;
- rezistența admisibilă a oțelului $\sigma_{aOl} = 1400 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă a lemnului $\sigma_{aI} = 100 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere:

- diametrul secțiunii tirantului de oțel d ;
- latura pătratului secțiunii grinzii de lemn a .

Rezolvare.

Stabilirea eforturilor interioare din tirant și grindă

Sub acțiunea forței P , bara AB este supusă la întindere, bara BC la compresiune.

Studiind echilibrul nodului B, se pot scrie următoarele două ecuații de echilibru:

$$\begin{aligned} (\Sigma X = 0) \quad & -N_{AB} + N_{BC} \cos \alpha = 0, \\ (\Sigma Y = 0) \quad & P - N_{BC} \sin \alpha = 0, \end{aligned}$$

din care se deduc:

$$\begin{aligned} N_{BC} &= \frac{P}{\sin \alpha}, \\ N_{AB} &= N_{BC} \cos \alpha = P \operatorname{ctg} \alpha. \end{aligned}$$

Ținând seama că :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{1,5} = 1,33,$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{1,33} = 0,75,$$

$$\sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1,33}{\sqrt{1 + 1,33^2}} = 0,8,$$

găsim :

$$N_{BC} = \frac{6\,000}{0,8} = 7\,500 \text{ kgf.}$$

$$N_{AB} = 6\,000 \times 0,75 = 4\,500 \text{ kgf.}$$

Dimensionarea tirantului și a grinzii

Se aplică formula (3.2) ; rezultă :

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{N_{AB}}{\sigma_{a_{ol}}} ; \quad a^2 = \frac{N_{BC}}{\sigma_{a_l}},$$

de unde :

$$d = \sqrt{\frac{4 N_{AB}}{\pi \sigma_{a_{ol}}}} = \sqrt{\frac{4 \times 4\,500}{3,14 \times 1\,400}} = 2,02 \text{ cm},$$

$$a = \sqrt{\frac{N_{BC}}{\sigma_{a_l}}} = \sqrt{\frac{7\,500}{100}} = 8,65 \text{ cm.}$$

Se ia :

$$d = 2 \text{ cm} ; \quad a = 9 \text{ cm.}$$

Capitolul IV FORFECAREA

A. Definiții și formule

1. **Formule importante.** Formula care dă efortul unitar τ în funcție de forța tăietoare T și de aria A a secțiunii este :

$$\boxed{\tau = \frac{T}{A}} \quad (4.1)$$

din care se obțin trei formule, servind la dimensionarea, verificarea și determinarea sarcinii capabile :

Dimensionare	Verificare	Sarcina capabilă
$A_{nec} \geq \frac{T}{\tau_a}$	$\tau_{ef} = \frac{T}{A_{ef}} \leq \tau_a$	$T_{cap} = A_{ef} \tau_a$

(4.2)

Formula care dă *lunecarea absolută* a secțiunii ca funcție de forța tăietoare T , distanța l la secțiunea fixă, modulul de elasticitate transversală G și aria secțiunii A este :

$$\Delta l = \frac{Tl}{GA} \quad (4.3)$$

Formula care dă *lunecarea absolută* Δl ca funcție de distanța l și *lunecarea specifică* γ este :

$$\Delta l = l\gamma \quad (4.4)$$

Relația dintre *modulele de elasticitate* G și E este :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (4.5)$$

în care μ este coeficientul lui Poisson.

Calculul niturilor se face astfel :

- diametrele niturilor sînt date în tabela 8 ;
- numărul niturilor se calculează cu formulele :

$$\left| \begin{array}{l} n' \geq \frac{N}{f \frac{\pi d^2}{4} \tau_a} \\ n'' \geq \frac{N}{dt \sigma_{ag}} \end{array} \right| \quad (4.6)$$

în care : N este forța care solicită nituirea ; f — numărul secțiunilor de forfecare ; d — diametrul niturilor ; t — grosimea tablei ; τ_a — rezistența admisibilă la forfecarea niturilor ; σ_{ag} — rezistența admisibilă la strivirea găurii de nit.

Se va alege cel mai mare număr dintre n' și n'' :

— distanța de la nit la marginea tablei se ia :

$$e_2 = 2d ; \quad (4.7)$$

— distanța dintre două nituri pe același șir se ia :

$$e_1 = 3d. \quad (4.8)$$

La calculul sudurilor, lungimea de calcul a cordonului se ia :

$$l = l_s = 2a \quad (4.9)$$

în care : a este grosimea cordonului ; l_s — lungimea efectivă a cordonului.

La sudura cap la cap înclinată de un unghi α (fig. 4, a),

eforturile unitare de întindere și forfecare sînt :

$$\sigma_s = \frac{P \cos^2 \alpha}{(b - 2t \cos \alpha)t} \quad \tau_s = \frac{P \sin \alpha \cos \alpha}{(b - 2t \cos \alpha)t} \quad (4.10)$$

în care : t este grosimea tablei, b — lățimea tablei.

Sudura de colț (fig. 4, b) se dimensionează cu formula :

$$\tau_s = \frac{P}{2al} = \frac{P}{1,4tl} \leq \tau_{as} \quad (4.11)$$

Sudurile laterale pentru care forța care le soliciță nu are suportul drept axă de simetrie (fig. 4, c) se calculează cu formulele :

$$\begin{aligned} l_e e &= l_c c \\ l &= l_e + l_c = \frac{P}{0,7t\tau_{as}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

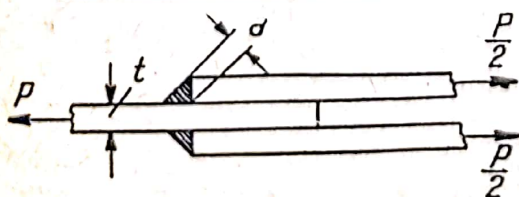


Fig. 4, b

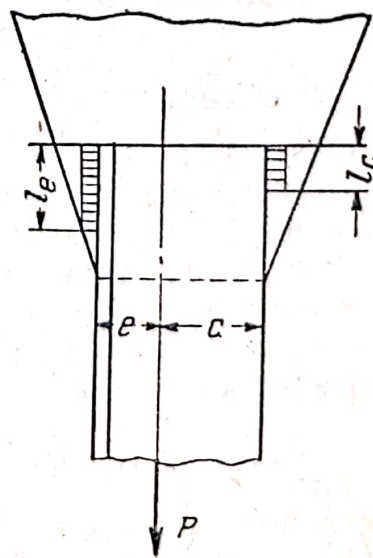


Fig. 4, c

Forța P necesară ștanțării sau tăierii cu foarfecele a unui material care are rezistența de rupere τ_r și se foarfecă pe aria A este :

$$P = A \tau_r \quad (4.13)$$

2. Datele și necunoscutele problemelor sînt arătate la p. 29—30.

3. Metoda de rezolvare este arătată la p. 30.

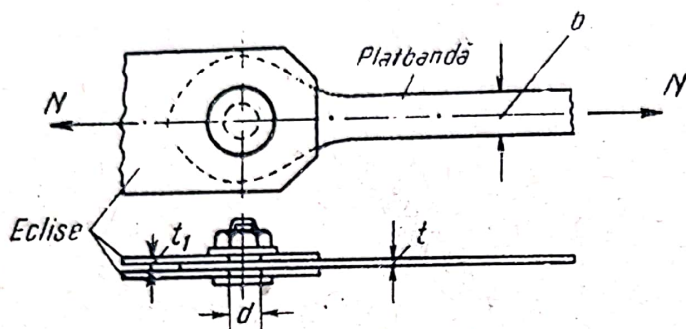


Fig. 4.1, a

B. Probleme.

4.1. Să se dimensioneze îmbinarea compusă dintr-o platbandă și două eclise prinse cu un bulon (fig. 4.1, a).

Se dă :

- grosimea platbandei $t = 12 \text{ mm}$;
- forța de întindere $N = 10 \text{ tf}$;
- rezistența admisibilă la întindere $\sigma_a = 800 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la forfecare $\tau_a = 600 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la strivire pe gaură $\sigma_{ag} = 1\,600 \text{ kgf/cm}^2$,

Se cere :

- lățimea platbandei b ;
- diametrul bulonului d .

Rezolvare.

În figura 4.1, b este reprezentat în perspectivă modul în care lucrează îmbinarea : bulonul este solicitat la forfecare pe cele două secțiuni circulare care se găsesc în dreptul porțiunilor de contact dintre platbandă și eclise ; pe suprafețele semicilindrice de contact dintre eclise și bulon (în dreapta) și pe suprafața semicilindrică de contact dintre disc și bulon (stînga) se exercită „presiunea pe gaură”. Platbanda este solicitată la întindere.

Determinarea lățimii platbandei. Pentru aceasta, se aplică formula :

$$A_{nec} \geq \frac{N}{\sigma_a} .$$

Dar :

$$A_{nec} = bt = 1,2 \, b ;$$

$$N = 10\,000 \text{ kgf} ; \sigma_a = 800 \text{ kgf/cm}^2.$$

Introducînd datele numerice în relația de mai sus, găsim :

$$b \geq \frac{10\,000}{1,2 \times 800} = 10,4 \text{ cm}.$$

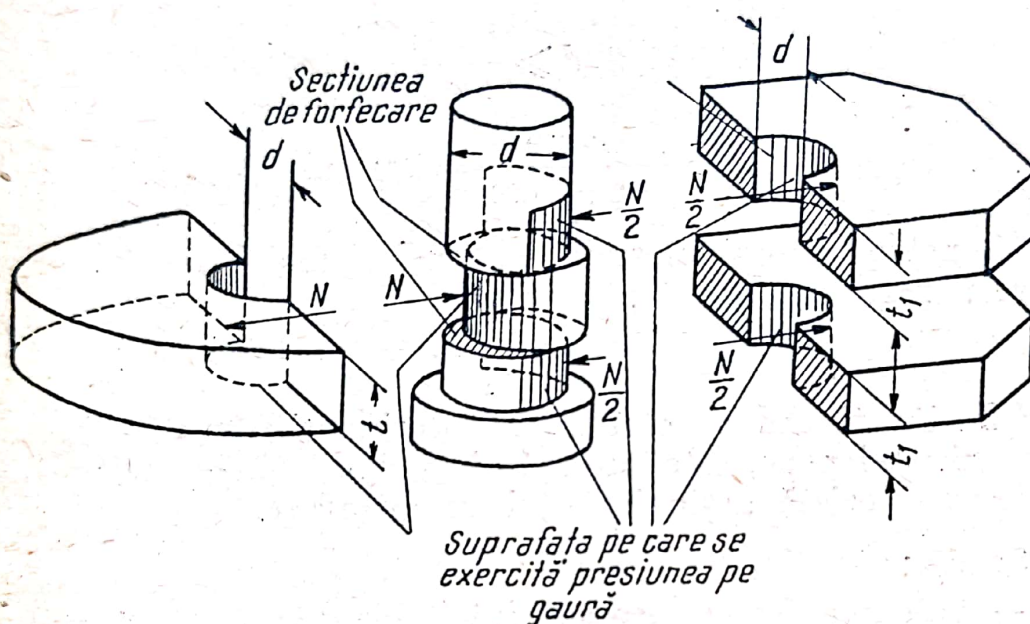


Fig. 4.1, b

Determinarea diametrului bulonului. Va trebui să se țină seama de ambele solicitări: forfecare și presiunea pe gaură, alegîndu-se la sfîrșit cel mai mare dintre diametrele care au rezultat.

Pentru dimensionarea la forfecare a bulonului se folosește prima formulă (4.2), în care se înlocuiește :

$A_{nec} = 2 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^2}{2}$ (deoarece bulonul are două secțiuni de forfecare) ;

$$T = 10\,000 \text{ kgf} ; \tau_a = 600 \text{ kgf/cm}^2.$$

Rezultă :

$$\frac{\pi d^2}{2} \geq \frac{10\,000}{600},$$

$$d \geq \sqrt{\frac{2 \times 10\,000}{\pi \times 600}} = 3,25 \text{ cm}.$$

Pentru dimensionarea la presiunea pe gaură, se folosește formula (3.14) :

$$A_{nec} \geq \frac{N}{\sigma_{ag}},$$

în care :

$$A_{nec} = td = 1,2 d;$$

$$N = 10\,000 \text{ kgf}; \sigma_{ag} = 1\,600 \text{ kgf/cm}^2.$$

Înlocuind, găsim :

$$1,2 d \geq \frac{10\,000}{1\,600},$$

$$d \geq \frac{10\,000}{1,2 \times 1\,600} = 5,2 \text{ cm.}$$

Diametrul bulonului se ia egal cu cel mai mare dintre diametrele rezultate, adică :

$$d = 5 \text{ cm.}$$

1.35
4.2. Un tirant de oțel avînd secțiunea pătrată, fixat cu ajutorul unei pene, este supus la întindere. Să se verifice dacă îmbinarea rezistă acțiunii forței de întindere.

Se dă :

- valoarea forței care solicită îmbinarea $P = 19 \text{ tf};$
- dimensiunile îmbinării (în figura 4.2, a).

Se cere :

- eforturile unitare în secțiunile 1—1, 2—2, 3—3 și 4—4.

Rezolvare.

a) Secțiunea 1 — 1 este supusă la întindere ; efortul unitar normal are valoarea (fig. 4.2, b) :

$$\tau_1 = \frac{P}{A_1} = \frac{19\,000}{(6 - 2,5) \times 6} = 904 \text{ kgf/cm}^2.$$

b) Secțiunile 2 — 2 sînt supuse la forfecare ; efortul unitar tangențial are valoarea (fig. 4.2, c) :

$$\tau_2 = \frac{P}{A_2} = \frac{19\,000}{2 \times 2,5 \times 5} = 760 \text{ kgf/cm}^2.$$

c) Secțiunile 3 — 3 sînt supuse la forfecare ; efortul unitar tangențial are valoarea (fig. 4.2, d) :

$$\tau_3 = \frac{P}{A_3} = \frac{19\,000}{2 \times 4 \times 6} = 396 \text{ kgf/cm}^2.$$

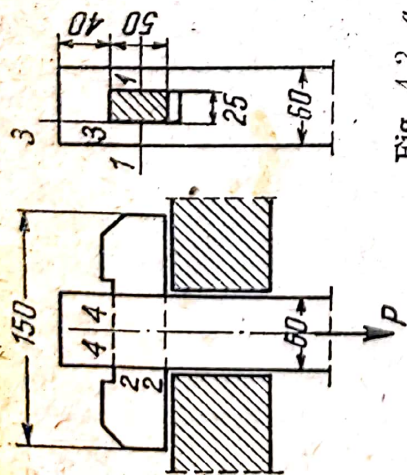


Fig. 4.2, a

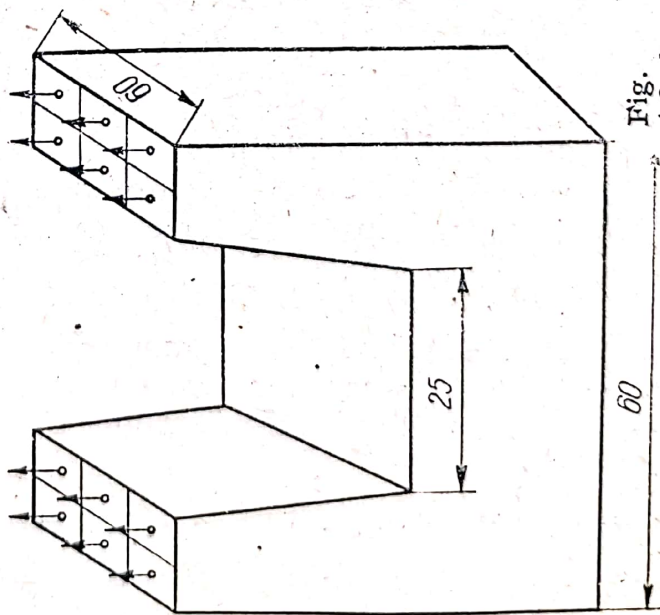


Fig. 4.2, b

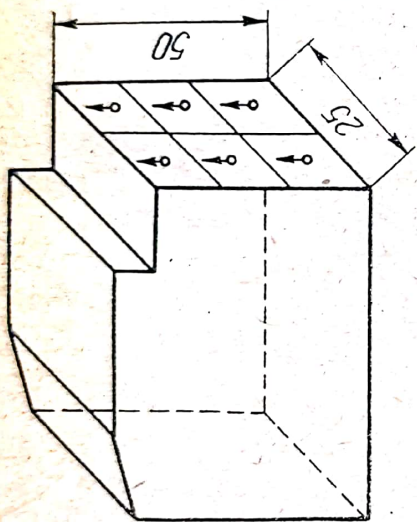


Fig. 4.2, c

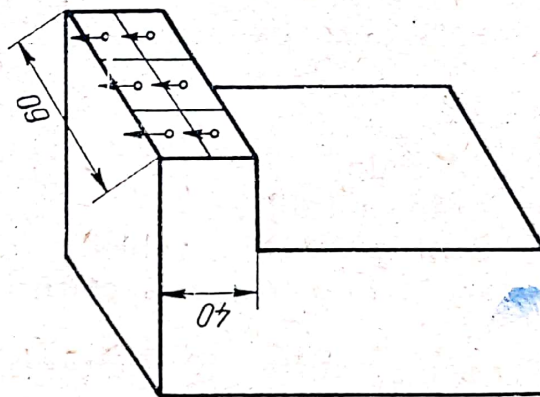


Fig. 4.2, d

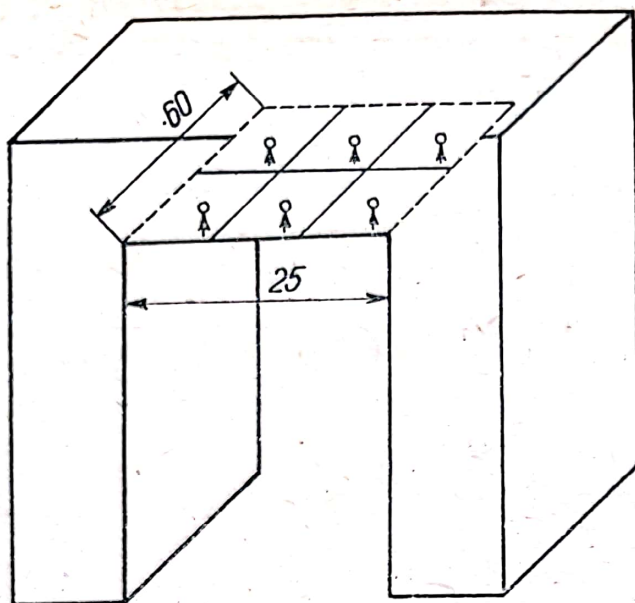


Fig. 4.2, e

d) Secțiunea 4 — 4 este supusă la strivire; efortul unitar normal are valoarea (fig. 4.2, e):

$$\tau_4 = \frac{P}{A_4} = \frac{19\,000}{2,5 \times 6} = 1\,265 \text{ kgf/cm}^2.$$

4.3. Să se calculeze forța necesară pentru a ștanța dintr-o tablă de oțel o piesă avînd forma unui pătrat, racordată la colțuri prin sferturi de arce de cerc.

Se dă:

- materialul tablei
- grosimea tablei
- latura pătratului tablei
- raza de racordare la colțuri

OL 38;

$h = 2 \text{ mm}$;

$l = 200 \text{ mm}$;

$r = 10 \text{ mm}$.

Se cere:

- valoarea forței de ștanțare

P .

Rezolvare.

Se folosește formula (4.13):

$$P = A \tau_r,$$

în care A este aria laterală a unei prisme avînd drept bază un pătrat de latură $l = 200 \text{ mm}$, racordat la colțuri cu patru sferturi de cerc de rază $r = 10 \text{ mm}$, și de înălțime $h = 2 \text{ mm}$, iar τ_r rezistența de rupere la forfecare a tablei de OL 38.

a) Calculul ariei A

Perimetrul tablei se compune din patru segmente de lungime $200 - 2 \times 10 = 180 \text{ mm}$ și patru sferturi de cerc de rază $r = 10 \text{ mm}$; aria laterală a prisme pe care se foarfecă materialul va fi deci:

$$A = (4 \times 18 + 2 \times 3,14 \times 1) 0,2 = 78,28 \times 0,2 = 15,651 \text{ cm}^2.$$

b) Calculul efortului unitar de rupere la forfecare

$$\tau_r = 0,8 \sigma_r = 0,8 \times 3\,800 = 3\,040 \text{ kgf/cm}^2.$$

c) *Calculul forței de ștanțare*

Înlocuind în formula (4.13) avem :

$$P = A \tau_r = 15,65 \times 3\,040 = 47\,600 \text{ kgf.}$$

4.4. Să se determine numărul necesar de nituri pentru îmbinarea cap la cap a platbandelor de oțel din figura 4.4, cu ajutorul unor eclise.

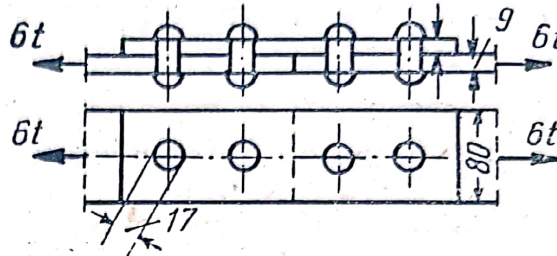


Fig. 4.4

Se dă :

- diametrul niturilor $d = 17 \text{ mm};$
- forța care solicită îmbinarea $N = 6 \text{ tf};$
- rezistența admisibilă la forfecare $\tau_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2;$
- presiunea admisibilă la strivirea pe gaură $\sigma_{ag} = 2\,800 \text{ kgf.}$

Se cere :

- numărul niturilor îmbinării $n.$

Rezolvare.

Se aplică formulele (4.6) de unde, înlocuind valorile numerice, se obține :

$$n' = \frac{4 \times 6\,000}{3,14 \times 1,7^2 \times 1\,400} = 1,89 \approx 2,$$

$$n'' = \frac{6\,000}{1,7 \times 0,9 \times 2\,800} = 1,4 \approx 2.$$

Deoarece numărul de nituri a rezultat același atât din condiția de rezistență la forfecare, cât și din condiția de rezistență la strivire, se va lua :

$$n = 2 \text{ nituri.}$$

Observație. În cazul că numerele de nituri rezultă diferite, se adoptă cel mai mare dintre ele.

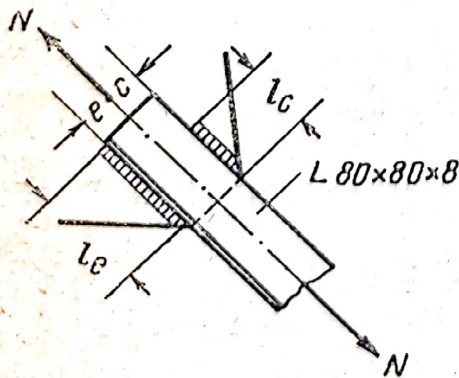


Fig. 4.5

4.5. Să se determine lungimea cordonelor de sudură necesare pentru a îmbina diagonală unei grinzi cu zăbrele, de guseu (fig. 4.5).

Se dă :

- diagonală grinzii cu zăbrele $L \ 80 \times 80 \times 8$;
- rezistența admisibilă a oțelului la întindere $\sigma_a = 1\ 400 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă a sudurii la forfecare $\tau_{as} = 910 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- lungimile cordoanelor de sudură l_e, l_c .

Rezolvare.

Se va dimensiona îmbinarea la efortul capabil al diagonalei.

a) Efortul capabil al diagonalei este [formula (3.2)] :

$$N_{cap} = A_{ef} \sigma_a.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$A_{ef} = 12,3 \text{ cm}^2 \text{ (din tabela 15)}$$

$$\sigma_a = 1\ 400 \text{ kgf/cm}^2,$$

se obține :

$$N_{cap} = 12,3 \times 1\ 400 = 17\ 200 \text{ kgf.}$$

b) Lungimile cordoanelor de sudură se calculează cu formulele (4.12) :

$$l_e e = l_c c,$$

$$l_e + l_c = \frac{N}{0,7 t \tau_{as}}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$e = 2,26 \text{ cm (din tabela 15)};$$

$$c = 8 - 2,26 = 5,74 \text{ cm};$$

$$t = 0,8 \text{ cm};$$

$$N = 17\ 200 \text{ kgf};$$

$$\tau_{as} = 910 \text{ kgf/cm}^2,$$

se obține :

$$2,26 l_e = 5,74 l_c,$$

$$l_e + l_c = \frac{17\ 200}{0,7 \times 0,8 \times 910}.$$

Rezolvînd acest sistem de două ecuații cu două necunoscute, se obține :

$$l_c = 9,6 \text{ cm}; l_e = 24,2 \text{ cm};$$

astfel, lungimile cordoanelor vor fi [v. formula (4.9)] :

$$l_c = 9,6 - 2 \times 0,7 \times 0,8 \approx 9 \text{ cm};$$

$$l_e = 24,2 - 2 \times 0,7 \times 0,8 \approx 24 \text{ cm.}$$

Se dă :

- diagonală grinzii cu zăbrele $L \ 80 \times 80 \times 8$;
- rezistența admisibilă a oțelului la întindere $\sigma_a = 1\ 400 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă a sudurii la forfecare $\tau_{as} = 910 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- lungimile cordoanelor de sudură l_e, l_c .

Rezolvare.

Se va dimensiona îmbinarea la efortul capabil al diagonalei.

a) Efortul capabil al diagonalei este [formula (3.2)] :

$$N_{cap} = A_{ef} \sigma_a.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$A_{ef} = 12,3 \text{ cm}^2 \text{ (din tabela 15)}$$

$$\sigma_a = 1\ 400 \text{ kgf/cm}^2,$$

se obține :

$$N_{cap} = 12,3 \times 1\ 400 = 17\ 200 \text{ kgf.}$$

b) Lungimile cordoanelor de sudură se calculează cu formulele (4.12) :

$$l_e e = l_c c,$$

$$l_e + l_c = \frac{N}{0,7 t \tau_{as}}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$e = 2,26 \text{ cm (din tabela 15)};$$

$$c = 8 - 2,26 = 5,74 \text{ cm};$$

$$t = 0,8 \text{ cm};$$

$$N = 17\ 200 \text{ kgf};$$

$$\tau_{as} = 910 \text{ kgf/cm}^2,$$

se obține :

$$2,26 l_e = 5,74 l_c,$$

$$l_e + l_c = \frac{17\ 200}{0,7 \times 0,8 \times 910}.$$

Rezolvînd acest sistem de două ecuații cu două necunoscute, se obține :

$$l_c = 9,6 \text{ cm}; l_e = 24,2 \text{ cm};$$

astfel, lungimile cordoanelor vor fi [v. formula (4.9)] :

$$l_c = 9,6 - 2 \times 0,7 \times 0,8 \approx 9 \text{ cm};$$

$$l_e = 24,2 - 2 \times 0,7 \times 0,8 \approx 24 \text{ cm}.$$

4.6. Să se verifice îmbinarea unui arbaletrier cu coarda unei ferme din lemn, rezemată pe un zid, prin intermediul unei plăci (fig. 4.6).

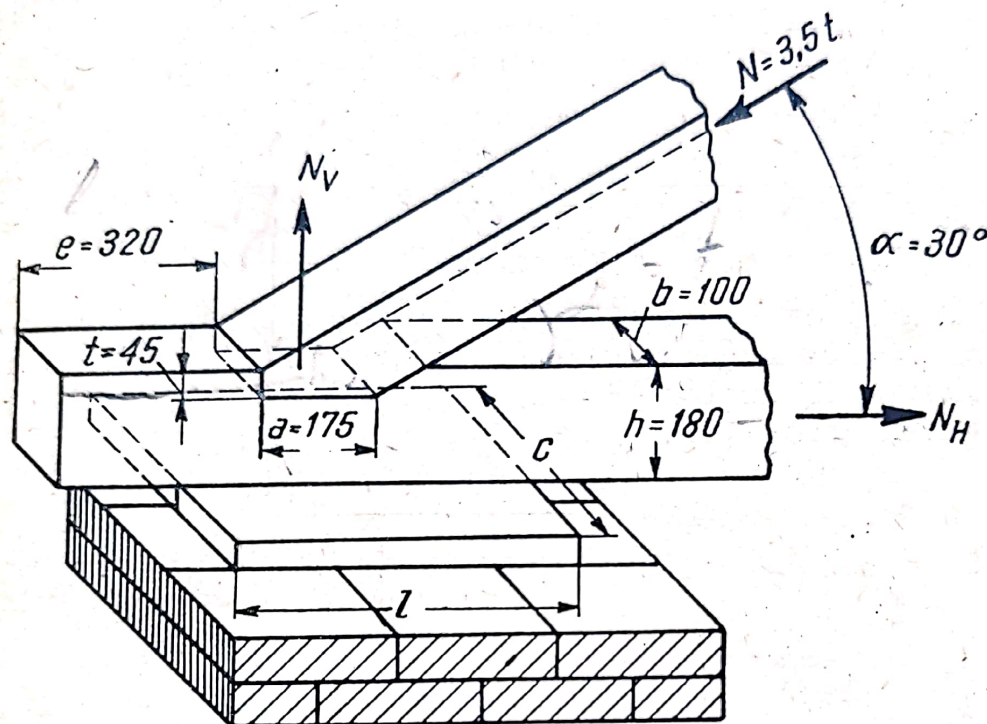


Fig. 4.6

Se dă :

- rezistența admisibilă la strivirea zidului $\sigma_{ac} = 7 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la întindere a lemnului $\sigma_{as\parallel} = 100 \text{ kgf/cm}^2$;
- idem $\sigma_{as\perp} = 25 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența la forfecare a lemnului $\tau_a = 10 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv în secțiunea $A_1 = be$ τ_{ef} ;
- idem în secțiunea $A_2 = bt$ σ'_{ef} ;
- idem în secțiunea $A_3 = ab$ σ''_{ef} ;
- idem în secțiunea $A_4 = b(h - t)$ σ'''_{ef} ;
- dimensiunile plăcii de sprijin pe zid $l \times c$.

Se va lua pentru zid $\sigma_{ac} = 7 \text{ kgf/cm}^2$, pentru lemn $\sigma_{as\parallel} = 100 \text{ kgf/cm}^2$, $\tau_a = 10 \text{ kgf/cm}^2$, $\sigma_{as\perp} = 25 \text{ kgf/cm}^2$.

Rezolvare.

Îmbinarea este solicitată la forfecare și strivire.
Valorile forțelor N_H și N_V sînt :

$$N_H = N \cos \alpha = 3\,500 \cos 30^\circ = 3\,020 \text{ kgf},$$
$$N_V = N \sin \alpha = 3\,500 \sin 30^\circ = 1\,750 \text{ kgf}.$$

Verificarea la forfecare a pragului pe suprafața $A_1 = be$:

$$\tau_{ef} = \frac{N_H}{be} = \frac{3\,020}{10 \times 32} = 9,45 \text{ kgf/cm}^2 < \tau_a = 10 \text{ kgf/cm}^2.$$

Verificarea la strivire pe secțiunile $A_2 = bt$ și $A_3 = ab$:

Fibrele barei orizontale sînt supuse la strivire în lungul lor ($\sigma_{as\parallel} = 100 \text{ kgf/cm}^2$), iar fibrele barei înclinate sînt supuse la strivire sub unghiul $\alpha = 30^\circ$, pentru care σ_{as} se calculează cu formula (tabela 7) :

$$\sigma_{as\alpha^\circ} = \frac{\sigma_{as\parallel}}{1 + \left(\frac{\sigma_{as\parallel}}{\sigma_{as\perp}} - 1 \right) \sin^3 \alpha},$$
$$\sigma_{as\,30^\circ} = \frac{100}{1 + \left(\frac{100}{25} - 1 \right) 0,5^3} = 72,8 \text{ kgf/cm}^2.$$

Avem :

$$\sigma'_{ef} = \frac{N_H}{b \cdot t} = \frac{3\,020}{10 \times 4,5} = 67,1 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_{as\,30^\circ} = 72,8 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\sigma''_{ef} = \frac{N_V}{a \cdot b} = \frac{1\,750}{17,5 \times 10} = 10 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_{as\perp} = 25 \text{ kgf/cm}^2.$$

Verificarea coardei la întindere în secțiunea slăbită $A_y = b(h - t)$:

$$\sigma'''_{ef} = \frac{N_H}{b(h-t)} = \frac{3\,020}{10(18 - 4,5)} = 22,4 \text{ kgf/cm}^2.$$

Dimensionarea plăcii de sprijin pe zid :

Zidăria este solicitată la compresiune :

$$A_{nec} = \frac{N_V}{\sigma_{ac}} = \frac{1\,750}{7} = 250 \text{ cm}^2.$$

Se aleg dimensiunile plăcii :

$$l = 18 \text{ cm};$$
$$c = 14 \text{ cm};$$

cu care $A = 18 \times 14 = 252 \text{ cm}^2$.

Capitolul V

EFORTURI UNITARE ÎN BARELE SOLICITATE
LA ÎNCOVOIERE

A. Definiții și formule

1. **Formule importante.** *Calculul la încovoiere.* Formula care dă efortul normal maxim de întindere egal cu cel de compresiune pentru secțiunile avînd axa neutră drept axă de simetrie este :

$$\sigma = \frac{M_z}{W_z} \quad (5.1)$$

în care : M_z este momentul încovoietor în secțiune (momentul forțelor din stînga secțiunii considerate față de axa neutră Oz) ; W_z — modulul de rezistență al secțiunii față de axa Oz .

Din ea derivă trei formule servind la dimensionarea, verificarea și determinarea sarcinii capabile :

Dimensionare	Verificare	Sarcină capabilă
$W_{nec} \geq \frac{M_z}{\sigma_a}$	$\sigma_{ef} = \frac{M_z}{W_{ef}} \leq \sigma_a$	$M_{cap} = W_{ef} \sigma_a$

(5.2)

În cazul secțiunii la care *axa neutră nu este axă de simetrie*, eforturile unitare în fibrele extreme sînt date de relațiile :

$$\left[\sigma_1 = \frac{M_z e_1}{I_z} \quad \sigma_2 = \frac{M_z e_2}{I_z} \right] \quad (5.3)$$

în care e_1 și e_2 sînt distanțele fibrelor întinse și comprimate la axa neutră.

Calculul la lunecarea longitudinală. Relația de bază folosită în calcule este :

$$T_l = T_{cap} \quad (5.4)$$

în care T_l este forța de lunecare longitudinală, iar T_{cap} este forța pe care este capabilă s-o preia îmbinarea respectivă (nîtuire, sudură etc.).

a. Grinzi cu inimă plină (fig. 5, a) ; calculul distanței dintre nituri se face cu formulele :

$$T_l = \frac{e T S}{I_z}$$

$$T_{cap\ nit} = 2 \frac{\pi d^2}{4} \tau_{an} \quad (5.5)$$

$$T_{cap\ gaură} = dt \sigma_{ag}$$

în care : τ_{an} este efortul unitar tangențial admisibil pentru nit ;
 σ_{ag} — efortul unitar admisibil la strivirea pe gaură.

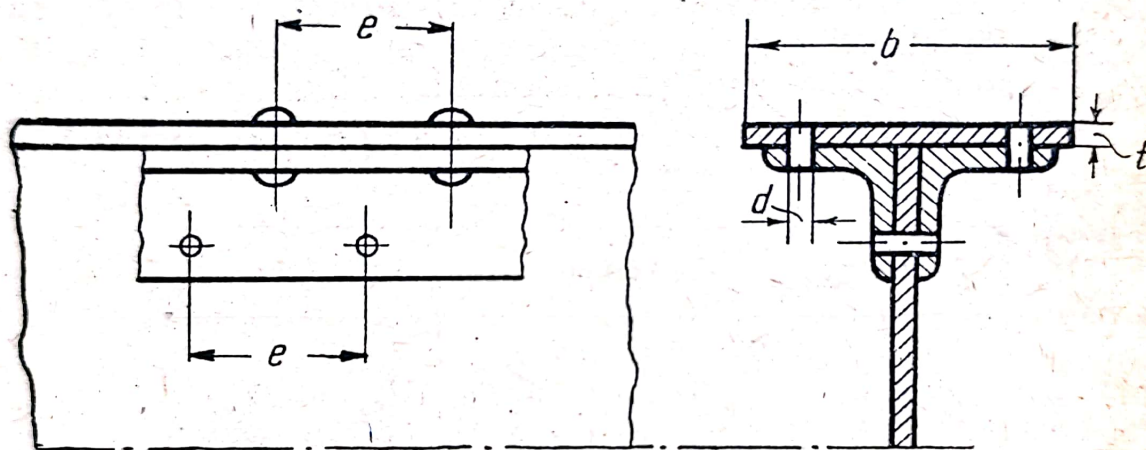


Fig. 5, a.

Înlocuind în formula (5.5) rezultă :

$$e_1 \leq \frac{\pi d^2 I_z \tau_{an}}{2 T S}$$

$$e_2 \leq \frac{dt I_z \sigma_{ag}}{T S}$$

(5.6)

Se va alege cea mai mică dintre valorile e_1 și e_2 .

Niturile de pe tălpi și cele de pe inimă au aceeași distanță e , care, din motive constructive, trebuie să satisfacă condiția :

$$3d \leq e \leq 6d.$$

(5.7)

b. Sudură continuă (fig. 5, b); calculul grosimii cordonului de sudură :

$$T_l = \frac{TS}{I_z} \quad (5.8)$$

$$T_{cap s} = 2a I \tau_{as} \quad (5.9)$$

Înlocuind în formula (5.5) rezultă :

$$a \geq \frac{TS}{2 I_z \tau_{as}} \quad (5.10)$$

c. Sudură discontinuă (fig. 5, c); calculul distanței dintre cordoane succesive :

$$T_l = \frac{eTS}{I_z} \quad (5.11)$$

$$T_{cap s} = 2ac \tau_{as} \quad (5.12)$$

Fig. 5, c

Înlocuind în formula (5.5) rezultă :

$$\frac{e}{c} \leq \frac{2a\tau_{as}I_z}{TS} \quad (5.13)$$

Din motive constructive trebuie să avem :

$$a \geq 4 \text{ mm} \quad c \geq 40 \text{ mm.} \quad (5.14)$$

2. Datele și necunoscutele problemelor sînt arătate la p. 29—30.

3. Metoda de rezolvare este arătată la p. 30.

B. Probleme

5.1. Să se dimensioneze un arbore așezat pe două lagăre. încărcat nesimetric printr-o roată de curea, ca în figura 5.1, a, fără a ține seama de greutatea proprie.

Se dă :

- tensiunea din curea
- poziția volantului față de lagărul din stînga
- poziția volantului față de lagărul din dreapta
- rezistența admisibilă

$$P = 600 \text{ kg};$$

$$a = 0,7 \text{ m};$$

$$b = 1,3 \text{ m};$$

$$\sigma_a = 700 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se cere :

- diametrul arborelui

d.

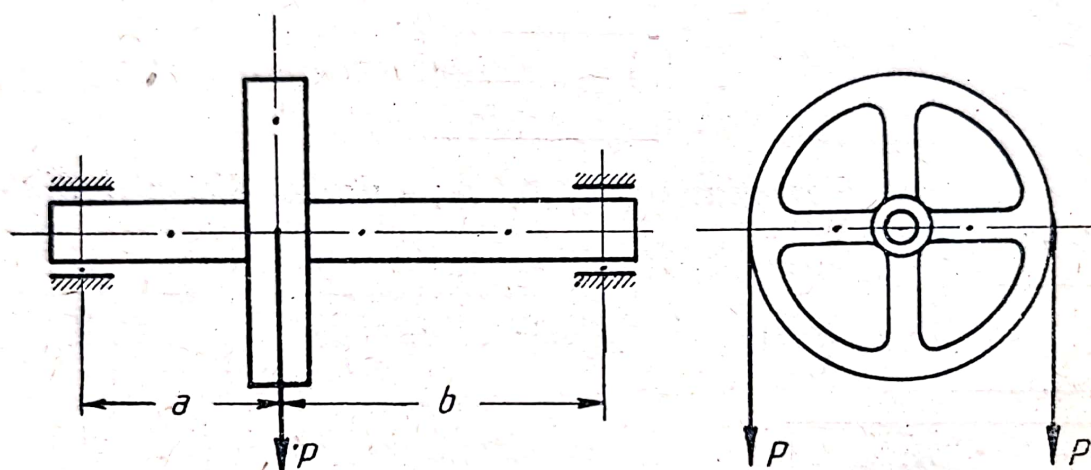


Fig. 5.1, a

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă de dimensionare la încovoiere.

Schema de încărcare; determinarea reacțiunilor din reazeme.

a) Schema de încărcare a grinzii este arătată în figura 5.1, b : grindă pe două reazeme, încărcată cu o sarcină concentrată $2P$.

b) Reacțiunile celor două reazeme simple V_1 și V_2 se determină din ecuațiile de echilibru :

$$(\sum M_B = 0) \quad 2Pb - V_1(a + b) = 0,$$

$$(\sum M_A = 0) \quad 2Pa - V_2(a + b) = 0.$$

Rezultă că :

$$V_1 = \frac{2Pb}{a + b}; \quad V_2 = \frac{2Pa}{a + b}.$$

Pentru verificare se utilizează ecuația de proiecții pe verticală :

$$(\sum Y = 0) \quad V_1 + V_2 - 2P = 0.$$

Înlocuind valorile reacțiunilor, se obține :

$$\frac{2Pb}{a+b} + \frac{2Pa}{a+b} - 2P = 0.$$

Introducând valorile numerice, obținem :

$$V_1 = \frac{2 \times 600 \times 130}{70 + 130} = 780 \text{ kgf},$$

$$V_2 = \frac{2 \times 600 \times 70}{70 + 130} = 420 \text{ kgf}.$$

Determinarea momentului încovoietor maxim

Pentru aceasta se alcătuiesc diagramele T , M , după indicațiile de la capitolul I (fig. 5.1, b). Momentul maxim se află în dreptul forței concentrate $2P$ și are valoarea :

$$M_{\max} = \frac{2Pab}{a+b}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$M_{\max} = \frac{2 \times 600 \times 70 \times 130}{70 + 130} = 54\,600 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Determinarea caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale.

Caracteristica geometrică la încovoiere este modulul de rezistență axial ; deoarece axul are secțiune circulară, rezultă că :

$$W = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Dimensionarea secțiunii arborelui.

Se folosește prima formulă (5.2) :

$$W_{\text{nec}} \geq \frac{\pi d^3}{32} = \frac{M_{\max}}{\sigma_a},$$

din care rezultă :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{\max}}{\pi \sigma_a}}.$$

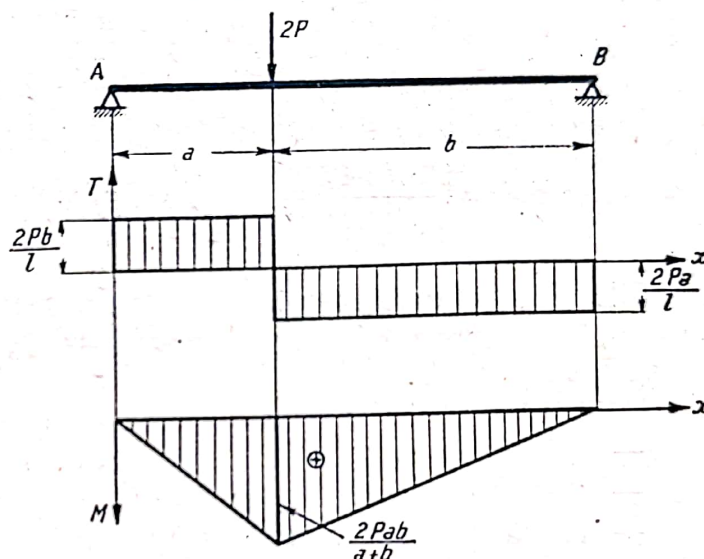


Fig. 5.1, b

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times 54\,600}{3,14 \times 700}} = 9,25 \text{ cm.}$$

Din tabela 9 se alege valoarea normalizată :

$$d = 95 \text{ mm.}$$

Calculul efortului unitar efectiv

Avem :

$$\sigma_{ef} = \frac{M_{max}}{W_{ef}} = \frac{M_{max}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 M}{\pi d^3}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$\sigma_{ef} = \frac{32 \times 54\,500}{3,14 \times 9,5^3} = 648 \text{ kgf/cm}^2 < 700 \text{ kgf/cm}^2.$$

5.2. Să se dimensioneze grinda unui cărucior al unui pod rulant executată din două profiluri U, dispuse ca în figura 5.2.

Se dă :

- valoarea sarcinii
- distanța dintre roți
- distanța dintre sarcini
- rezistența admisibilă a oțelului la încovoiere

$$p = 6 \text{ tf;}$$

$$l = 220 \text{ cm;}$$

$$a = 70 \text{ cm;}$$

$$\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se cere :

- valoarea profilului U după STAS 564—49 Uh.

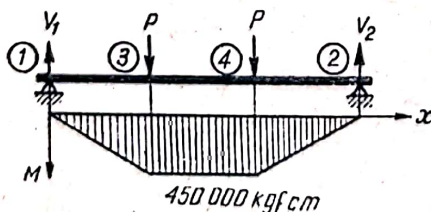
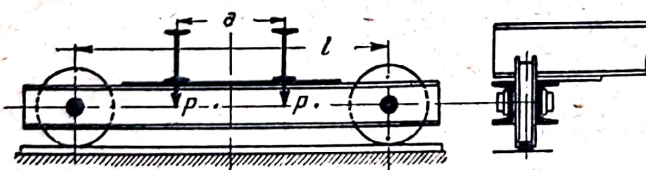


Fig. 5.2

Rezolvare.

Grinda considerată este supusă la încovoiere.

Alcătuirea schemei de încărcare; determinarea reacțiunilor

Schema de încărcare a grinzii este arătată în figura 5.2, jos.

Deoarece grinda este simetrică și simetric încărcată, reacțiunile

transmise de axele celor două roți ale căruciorului, considerate reazeme simple, sînt egale :

$$V_1 = V_2 = P = 6\,000 \text{ kgf.}$$

Acest fapt rezultă și din scrierea și rezolvarea ecuațiilor de echilibru.

Determinarea momentului încovoietor maxim

Pentru aceasta, se alcătuieste diagrama momentelor încovoietoare după indicațiile de la capitolul I (fig. 5.2). Punctele caracteristice ale grinzii sînt :

1, 2, reazemele de la extremități ;

3, 4, punctele de aplicație ale sarcinilor concentrate transmise grinzii.

Momentele încovoietoare în punctele caracteristice au valorile :

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 = 0, \\ M_3 &= M_4 = V_1 \frac{l - a}{2}. \end{aligned}$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$M_3 = M_4 = 6\,000 \times \frac{220 - 70}{2} = 450\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm.}$$

Acesta este totodată și momentul maxim, după cum rezultă din figura 5.2.

Caracteristica geometrică a secțiunii transversale este modulul de rezistență axial ; notînd prin W modulul de rezistență al unuia dintre profilurile U, rezultă :

$$W_{nec} = 2W.$$

Dimensionarea grinzii

Se folosește prima dintre formulele (5.2) :

$$W_{nec} \geq \frac{M_{max}}{\sigma_a}.$$

Înlocuind valorile numerice și valoarea lui W_{nec} se obține :

$$W \geq \frac{450\,000}{2 \times 1\,400} = 161 \text{ cm}^3.$$

Se alege din tabela 17 un profil U 20, avînd $W = 191 \text{ cm}^3$.

Calculul efortului unitar efectiv.

Se folosește a doua dintre formulele (5.2) :

$$\sigma_{ef} = \frac{M_{max}}{W_{ef}}.$$

Înlocuind valorile numerice se obține :

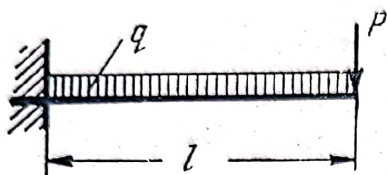


Fig. 5.3

$$\sigma_{ef} = \frac{450\,000}{2 \times 191} = 1\,180 \text{ kgf/cm}^2.$$

5.3. O grindă de balcon este solicitată ca în figura 5.3. Se cere să se dimensioneze grinda din oțel I.

Se dă :

- valoarea sarcinii concentrate $P = 250 \text{ kgf}$;
- valoarea sarcinii uniform distribuite $q = 600 \text{ kgf/m}$;
- lungimea grinzii $l = 1,5 \text{ m}$;
- rezistența admisibilă a oțelului la încovoiere $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- numărul profilului I după STAS 565—49 Ih.

Rezolvare.

Grinda se dimensionează la încovoiere ; deoarece se știe că valoarea maximă a momentului încovoiător se află la încastare, nu se vor mai alcătui diagramele T și M .

Momentul încovoiător maxim este :

$$M_{max} = Pl + \frac{ql^2}{2}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$M_{max} = 250 \times 1,5 + \frac{600 \times 1,5^2}{2} = 1\,050 \text{ kgf/m}.$$

Dimensionarea grinzii se face cu formula

$$W_{nec} = \frac{M_{max}}{\sigma_a}.$$

Înlocuind valorile numerice se obține :

$$W_{nec} = \frac{105\,000}{1\,400} = 75 \text{ cm}^3.$$

Din tabela 18 se află profilul I 14 avînd :

$$W_{ef} = 81,9 \text{ cm}^3.$$

Calculul efortului unitar efectiv

Se folosește a doua din formulele (5.2) :

$$\sigma_{ef} = \frac{M_{max}}{W_{ef}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$\sigma_{ef} = \frac{105\,000}{81,9} = 1\,280 \text{ kgf/cm}^2 < 1\,400 \text{ kgf/cm}^2.$$

5.4. O consolă metalică din oțel profilat susține un ventilator; ea se consideră încărcată cu o sarcină concentrată în extremitatea liberă. În locul încastrării, consola este slăbită printr-o gaură, în care se montează un bulon ce susține brățara metalică a unei conducte ce trece pe sub consolă.

Se întreabă care este sarcina maximă pe care o poate suporta consola.

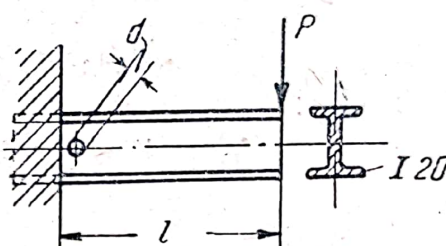


Fig. 5.4

Se dă :

- | | |
|--|--|
| — profilul consolei | I 20 ; |
| — diametrul găurii | $d = 25 \text{ mm}$; |
| — lungimea consolei | $l = 90 \text{ cm}$; |
| — rezistența admisibilă la încovoiere a oțelului | $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$. |

Se cere :

- | | |
|------------------------------|-------|
| — valoarea maximă a sarcinii | P . |
|------------------------------|-------|

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă de determinare a sarcinii capabile.

Stabilirea momentului maxim în secțiunea slăbită

$$M_{max} = Pl = 90 P.$$

Stabilirea caracteristicii geometrice

Va trebui calculat modulul de rezistență al secțiunii slăbite, care este totodată și secțiunea în care are loc momentul maxim.

Pentru aceasta se vor extrage din tabela 18 datele privind profilul I 20 :

$$I_z = 2\,140 \text{ cm}^4 ; a = 7,5 \text{ mm (grosimea inimii)}.$$

Momentul de inerție al secțiunii slăbite se obține scăzând din momentul de inerție al profilului momentul de inerție al găurii :

$$I_n = \underbrace{2\,140}_{\text{profilul I}} - \underbrace{\frac{0,75 \times 2,5^3}{12}}_{\text{gaura}} = 2\,138,5 \text{ cm}^4.$$

Modulul de rezistență este :

$$W = \frac{I_n}{y_{\max}} = \frac{2\,138,5}{10} = 213,85 \text{ cm}^3.$$

Determinarea sarcinii capabile

Pentru aceasta se folosește formula :

$$M_{\text{cap}} = M_{\text{max}} = W \sigma_a = 90 P,$$

de unde :

$$P = \frac{W \sigma_a}{90} = \frac{213,85 \times 1\,400}{90} = 3\,320 \text{ kgf}.$$

Se observă că gaura modifică foarte puțin modulul de rezistență al profilului, deci și valoarea sarcinii capabile. Aceasta se întâmplă datorită faptului că ea este dată chiar în axa neutră, avînd din acest motiv un moment de inerție foarte mic.

5.5. O grindă de lemn, de secțiune dreptunghiulară, este sollicitată la încovoiere printr-o sarcină concentrată, aplicată la mijlocul său. Se cere să se calculeze valoarea eforturilor unitare normale care iau naștere în punctele situate de-a lungul unei linii AB , situată sub axa neutră și paralelă cu aceasta, într-o secțiune dată a grinzii (fig. 5.5, a).

Se dă :

- dimensiunile secțiunii grinzii $b \times h = 20 \times 30 \text{ cm}^2$;
- lungimea grinzii $l = 2 \text{ m}$;
- valoarea sarcinii concentrate $P = 6\,000 \text{ kgf}$;
- distanța secțiunii în care se cere calculul efortului unitar față de reazemul din stînga $x = 50 \text{ cm}$;
- distanța dintre linia AB din secțiune și axa neutră $y = 6 \text{ cm}$.

Se cere :

- efortul unitar normal în punctele situate de-a lungul liniei AB σ ;
- idem, pentru efortul unitar tangențial τ .

Rezolvare.

Determinarea reacțiunilor din reazeme

Deoarece grinda este simetrică și simetric încărcată, nu mai este nevoie să se scrie cele trei ecuații de echilibru pentru determinarea reacțiunilor; ele sînt :

$$V_1 = V_2 = \frac{P}{2} = 3\,000 \text{ kgf.}$$

Determinarea forței axiale, a forței tăietoare și a momentului încovoietor în secțiunea considerată

Din diagramele T și M de pe figura 5.5, *a* se observă că, în secțiunea în care se află linia AB , cele trei elemente de mai sus au valorile :

$$T = V_1 = 3\,000 \text{ kgf.}$$

$$M = V_1 x_M = 3\,000 \times 50 = 150\,000 \text{ kgf/cm.}$$

Determinarea caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale necesare calculului eforturilor unitare

Pentru calculul efortului unitar normal, trebuie determinat momentul de inerție I_z al secțiunii, iar pentru calculul efortului unitar tangențial, trebuie determinat momentul static al secțiunii hașurate (fig. 5.5, *a*) față de axa Oz . Avem :

Momentul de inerție al secțiunii transversale :

$I_z = \frac{b h^3}{12}$ (formula momentului de inerție al secțiunii dreptunghiulare).

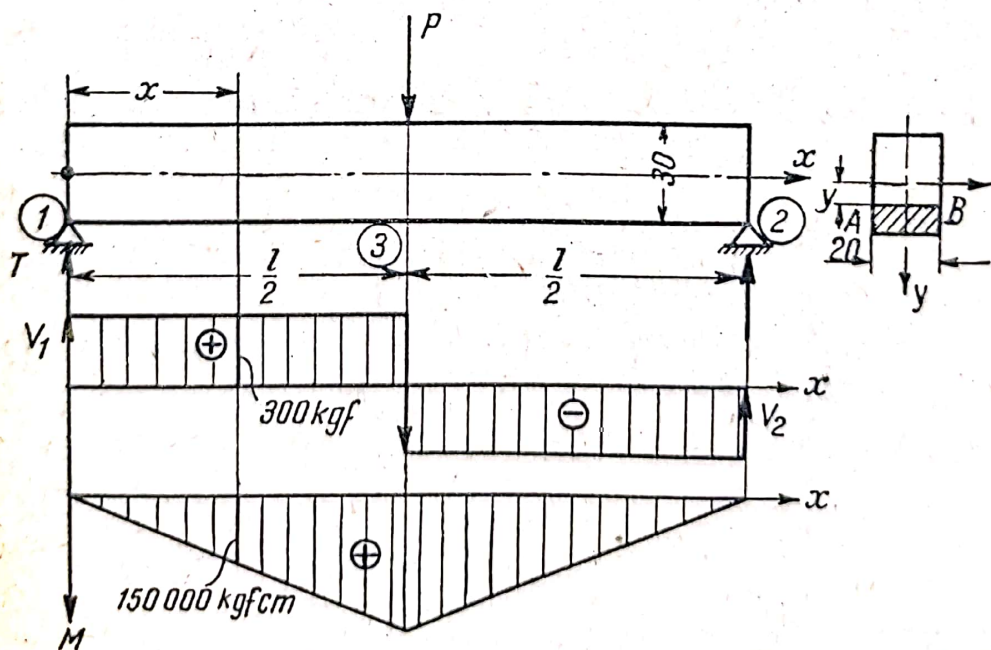


Fig. 5.5, *a*

Înlocuind valorile numerice :

$$b = 20 \text{ cm} ; \quad h = 30 \text{ cm},$$

se obține :

$$I_z = \frac{20 \times 30^3}{12} = 45\,000 \text{ cm}^4.$$

Momentul static al secțiunii hașurate este :

$$S = b \left(\frac{h}{2} - y \right) \times \left(y + \frac{\frac{h}{2} - y}{2} \right)$$

(produsul dintre aria hașurată și distanța de la centrul său până la axa z).

Înlocuind valorile numerice :

$$b = 20 \text{ cm} ; \quad h = 30 \text{ cm} ; \quad y = 6 \text{ cm},$$

se obține :

$$S = 20 \left(\frac{30}{2} - 6 \right) \times \left(6 + \frac{\frac{30}{2} - 6}{2} \right) = 1\,890 \text{ cm}^3.$$

Determinarea eforturilor unitare într-un punct al liniei AB

Efortul unitar normal se calculează cu ajutorul formulei lui Navier :

$$\sigma = \frac{My}{I_z} = \frac{150\,000 \times 6}{45\,000} = 20 \text{ kgf/cm}^2.$$

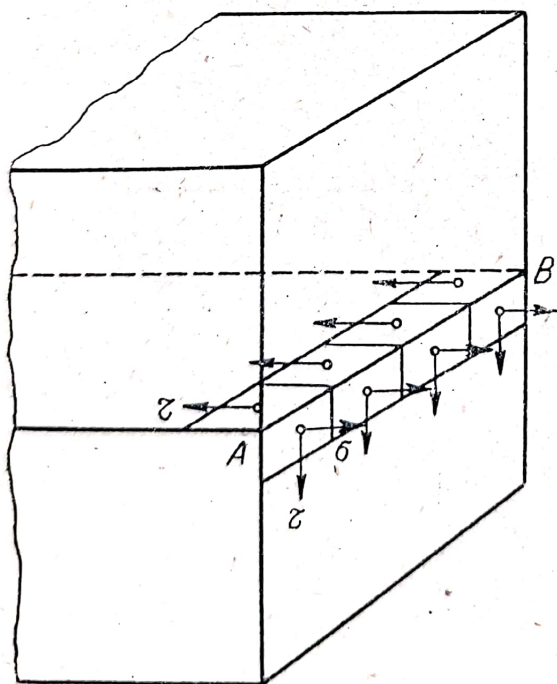


Fig. 5.5, b

Efortul unitar tangențial se calculează cu ajutorul formulei lui Juravski

$$\tau = \frac{TS}{bI_z} = \frac{3\,000 \times 1\,890}{20 \times 45\,000} = 6,3 \text{ kgf/cm}^2.$$

După cum se observă și din figura 5.5, b, atât efortul unitar σ cât și efortul unitar τ sînt constante în lungul liniei AB. Efortul unitar τ care apare de-a lungul muchiei AB și este situat în secțiunea transversală a grinzii este egal cu efortul uni-

tar τ de-a lungul aceleiași linii, care este situat în secțiunea longitudinală a grinzii paralelă cu planul neutru. Acest ultim efort provoacă lunecarea longitudinală a grinzii.

5.6. O grindă de fontă a cărei secțiune transversală are forma unui T este încastrată la un capăt și liberă la celălalt. Ea este încărcată în extremitatea liberă cu o sarcină concentrată.

Se dă :

- lungimea grinzii $l = 1,20 \text{ m}$;
- lățimea părții verticale, egală cu înălțimea părții orizontale a secțiunii $a = 26 \text{ mm}$;
- lățimea părții orizontale a secțiunii $b = 260 \text{ mm}$;
- înălțimea părții verticale a secțiunii $c = 130 \text{ mm}$;
- valoarea sarcinii concentrate $P = 1\,000 \text{ kgf}$;
- rezistența admisibilă la întindere a fontei $\sigma_{at} = 230 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la compresiune a fontei $\sigma_{ac} = 650 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere să se verifice grinda și să se calculeze eforturile unitare în lungul liniei AA.

Rezolvare.

Grinda dată este solicitată la încovoiere.

Determinarea reacțiunilor din încastrare.

Pentru aceasta se scriu ecuațiile de echilibru ale grinzii :

$$\begin{aligned} (\Sigma X = 0) \quad H_1 &= 0, \\ (\Sigma Y = 0) \quad V_1 - P &= 0, \\ (\Sigma M_1 = 0) \quad -M_1 + Pl &= 0, \end{aligned}$$

din care rezultă :

$$\begin{aligned} H_1 &= 0 \\ V_1 &= P = 1\,000 \text{ kgf}, \\ M_1 &= Pl = 120\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}. \end{aligned}$$

Valorile maxime ale forței tăietoare și ale momentului încovoietor sînt :

$$\begin{aligned} T_{\max} &= 1\,000 \text{ kgf}; \\ M_{\max} &= 120\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}. \end{aligned}$$

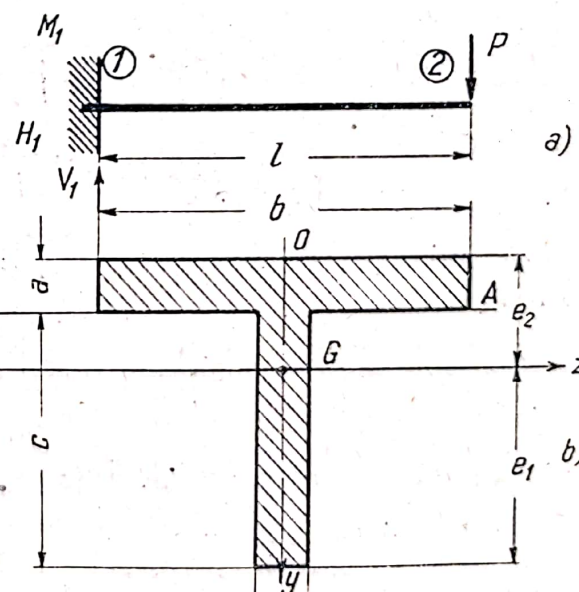


Fig. 5.6

Determinarea caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale

a) Poziția centrului de greutate :

Alegînd axa Oy ca în figura 5.6, b se obține :

$$OG = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}.$$

Înlocuind aici :

$$A_1 = ab = 2,6 \times 26 \text{ cm}^2,$$

$$y_1 = \frac{a}{2} = 1,3 \text{ cm},$$

$$A_2 = ac = 2,6 \times 13 \text{ cm}^2,$$

$$y_2 = a + \frac{c}{2} = 2,6 + \frac{13}{2} = 9,1 \text{ cm},$$

se obține :

$$OG = e_2 = \frac{2,6 \times 26 \times 1,3 + 2,6 \times 13 \times 9,1}{2,6 \times 26 + 2,6 \times 13} = 3,9 \text{ cm};$$

$$e_1 = a + c - e_2 = 15,6 - 3,9 = 11,7 \text{ cm}.$$

b) Momentul de inerție față de axa Gz este :

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{ba^3}{12} + ba \left(e_2 - \frac{a}{2} \right)^2 + \frac{ac^3}{12} + ac \left(e_1 - \frac{c}{2} \right)^2 = \frac{26 \times 2,6^3}{12} + \\ &26 \times 2,6 \times \left(3,9 - \frac{2,6}{2} \right)^2 + \frac{2,6 \times 13^3}{12} + 2,6 \times 13 \times \\ &\times \left(11,7 - \frac{13}{2} \right)^2 = 1885 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

c) Momentul static al secțiunii care alunecă față de axa neutră este :

$$S_A = ab \left(e_2 - \frac{a}{2} \right) = 2,6 \times 26 \left(3,9 - \frac{2,6}{2} \right) = 176 \text{ cm}^3.$$

Calculul eforturilor unitare

a) În fibra inferioară avem :

$$\sigma_1 = \frac{Me_1}{I_z}; \tau_1 = 0.$$

b) În fibra superioară :

$$\sigma_2 = \frac{M e_2}{I_z} ; \quad \tau_2 = 0.$$

c) Pe linia $A - A$:

$$\sigma_{A-A} = \frac{M(e_2 - a)}{I_z} ; \quad \tau_{A-A} = \frac{TS_A}{a I_z}.$$

Înlocuind valorile numerice se obțin :

$$\sigma_1 = \frac{120\,000 \times 11,7}{1\,885} = 44 \text{ kgf/cm}^2 ; \quad \sigma_2 = \frac{120\,000 \times 3,9}{1\,885} = 248 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\sigma_{A-A} = \frac{120\,000(3,9 - 2,6)}{1\,885} = 83 \text{ kgf/cm}^2 ; \quad \tau_{A-A} = \frac{1\,000 \times 176}{2,6 \times 1\,885} = 35,9 \text{ kgf/cm}^2.$$

5.7. O grindă simplu rezemată, formată din două profiluri așezate ca în figura 5.7, este supusă la încovoiere printr-o sarcină concentrată aplicată în mijlocul deschiderii. Să se calculeze sarcina maximă P pe care o poate suporta grinda și să se dimensioneze sudura discontinuă care solidarizează cele două profiluri.

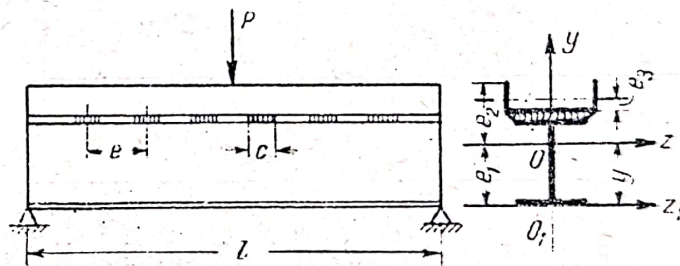


Fig. 5.7

Se dă :

- profilul grinzii superioare I 18 ;
- profilul grinzii inferioare U 14 ;
- rezistența admisibilă la încovoiere a oțelului $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2 ;$
- rezistența admisibilă la forfecare a cordonului de sudură $\tau_s = 910 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- valoarea sarcinii concentrate $P ;$
- grosimea sudurii $a ;$
- lungimea cordonelor de sudură $c ;$
- distanța dintre cordoane $e.$

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă de determinare a sarcinii capabile ; grinda este supusă la încovoiere, iar sudura la forfecare, datorită lunecării longitudinale.

Calculul eforturilor interioare

Cazul prezentat în figura 5.7 este acela al unei grinzi pe două reazeme, încărcată cu o sarcină concentrată la mijlocul său, pentru care avem (din tabela 11 cazul 3) :

$$M_{max} = \frac{Pl}{4} .$$

Caracteristicile geometrice ale celor două profiluri

Aceste caracteristici se extrag din tabelele 17 și 18 ; ele sînt redată în următoarea tabelă :

Profilul \ Caracteristica	$A \text{ (cm}^2\text{)}$	$I_z \text{ (cm}^4\text{)}$	$h, e, a \text{ (cm)}$
I 18	27,9	1 450	$h = 18$
U 14	20,4	62,7	$e = 1,75$ $a = 6$

Centrul de greutate al secțiunii se află pe axa Oy ; poziția sa față de talpa de jos a profilului I este dată de formula cunoscută din mecanică :

$$e_1 = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} .$$

Înlocuind valorile numerice :

$$A_1 = 27,9 \text{ cm}^2 ; \quad y_1 = \frac{h}{2} = 9 \text{ cm} ;$$

$$A_2 = 20,4 \text{ cm}^2 ; \quad y_2 = h + e = 19,75 \text{ cm},$$

se obține poziția centrului de greutate :

$$e_1 = \frac{27,9 \times 9 + 20,4 \times 19,75}{27,9 + 20,4} = 13,5 \text{ cm},$$

$$e_2 = h + a - e_1 = 18 + 6 - 13,5 = 10,5 \text{ cm}.$$

Momentul de inerție al întregii secțiuni față de axa care trece prin centrul său de greutate este, aplicînd formulele (2.5) :

$$I_z = \underbrace{1\,450}_{\text{profil I}} + \underbrace{4,5^2 \times 27,9}_{d^2 A} + \underbrace{62,7}_{\text{profil U}} + \underbrace{6,25^2 \times 20,4}_{d^2 A} = 2\,875 \text{ cm}^4.$$

Determinarea sarcinii capabile

Pentru aceasta, se aplică una dintre formulele (5.3), fiindcă axa neutră nu este axă de simetrie pentru întreaga secțiune. Deoarece $e_2 < e_1$, efortul unitar maxim va lua naștere în fibra inferioară a grinzii, fiind de întindere. Avem deci :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} e_1}{I_z} = \frac{Pl}{4} \cdot \frac{e_1}{I_z} = \sigma_a.$$

De aici se deduce :

$$P = \frac{4I_z \sigma_a}{le_1}.$$

Înlocuind valorile numerice date în problemă, obținem :

$$P = \frac{4 \times 2\,875 \times 1\,400}{500 \times 13,5} = 2\,380 \text{ kgf.}$$

Dimensionarea sudurii (forfecarea datorită lunecării longitudinale)

Sudura fiind discontinuă, se aplică relația (5.13).

Forța tăietoare maximă de care este nevoie în formula (5.13) este (v. diagrama din figura 5.5 pentru un caz asemănător) :

$$T_{\max} = \frac{P}{2} = \frac{2\,380}{2} = 1\,190 \text{ kgf.}$$

Momentul de inerție al secțiunii față de axa neutră este :

$$I_z = 2\,875 \text{ cm}^4 \text{ (calculat mai sus).}$$

Momentul static al secțiunii care alunecă la nivelul sudurii este chiar momentul static al profilului U :

$$S = A(e_2 - a + e) = 20,4 \times (10,5 - 6 + 1,75) = 127,5 \text{ cm}^3.$$

Se aplică relația (5.16) :

$$\frac{e}{c} \leq \frac{2a\tau_{as}I_z}{TS}.$$

În conformitate cu formulele (5.17), alegem :

$$a = 0,5 \text{ cm} ; \quad c = 4 \text{ cm.}$$

Cu aceasta, înlocuind și valorile numerice găsite mai sus se obține :

$$e \leq \frac{2 \times 0,5 \times 910 \times 2\,875 \times 4}{127,5 \times 1\,190} = 68,8 \text{ cm.}$$

Se alege valoarea :

$$e = 68 \text{ cm.}$$

Notă: să nu se confunde dimensiunea e din cazul sudurii cu cea din cazul profilului U ; aceasta apare numai o singură dată, în această ultimă etapă a calculului.

Capitolul VI

DEFORMAȚII ÎN BARELE SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE

A. Definiții și formule

1. **Formule importante.** Săgeata y a secțiunii unei grinzi situate la distanța x de originea axelor de coordonate (fig. 6, a) este dată de formula :

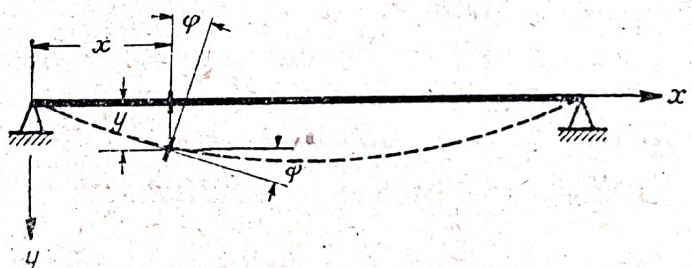


Fig. 6, a

$$y = y_0 + x \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{S_{x_0}}{EI_z}, \quad (6.1)$$

în care : y_0 este săgeata secțiunii grinzii situate în originea axelor de coordonate (la $x = 0$) ;

φ_0 — unghiul de rotație al aceleiași secțiuni ;

S_{x_0} — momentul static al suprafeței diagramei momentelor încovoietoare de pe intervalul de la originea axelor de coordonate pînă la secțiunea unde se calculează săgeata, luat față de această secțiune ;

E — modulul de elasticitate al materialului grinzii;
 I_z — momentul de inerție al secțiunii transversale față de axa neutră Oz .

Unghiul de rotire al secțiunii unei grinzi situate la distanța x de originea axelor de coordonate este dat de formula :

$$\boxed{\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{\Omega_{ox}}{EI_z},} \quad (6.2)$$

în care : Ω_{ox} este suprafața diagramei momentelor încovoietoare de pe intervalul de la originea axelor de coordonate pînă în dreptul secțiunii al cărei unghi de rotație trebuie aflat.

Restul simbolurilor au aceleași semnificații ca mai sus. În tabelele 6.1 și 6.2 sînt date respectiv aria și poziția centrului de greutate pentru formele curențe de suprafețe ale diagramei momentelor încovoietoare și condițiile pentru săgeată și unghiul de rotire impuse de legăturile la care este supusă bara.

2. Datele și necunoscutele problemelor. În probleme privind calculul deformațiilor barelor solicitate la încovoiere sînt cunoscute *forțele exterioare, materialul și toate dimensiunile barei și se cere calculul săgeții sau al unghiului de deformare al unei secțiuni oarecare.*

3. Metoda de rezolvare. Ordinea de calcul al săgeților sau al unghiurilor de rotație ale secțiunilor unei grinzi supuse la încovoiere plană este următoarea :

Se trasează diagrama momentelor încovoietoare.

Această operație se efectuează după metoda arătată în capitolul I.

Se alege sistemul de axe de coordonate ; se calculează sau se stabilesc următoarele mărimi :

a) Pentru unghiurile de rotație :

$$\operatorname{tg} \varphi_0, \Omega_{ox}, I_z.$$

b) Pentru săgeți :

$$y_0, x, \operatorname{tg} \varphi_0, S_{x_0}, I_z.$$

Uneori, mărimile $\operatorname{tg} \varphi_0$ și y_0 nu pot fi determinate direct ; în acest caz se aplică ecuațiile (6.1) și (6.2) într-un punct al grinzii, unde $\operatorname{tg} \varphi$ sau y sînt cunoscute, altul decît originea axelor de coordonate.

Se aplică formulele (6.1) și (6.2).

În practică, se impune de multe ori condiția ca săgeata unei anumite grinzi să nu depășească o valoare dată, care se exprimă de regulă ca o fracțiune din lungimea grinzii respective.

În asemenea cazuri, chiar dacă din calculul de rezistență rezultă secțiuni mai mici, ele se măresc supradimensionând grinda respectivă pentru a satisface și condiția de rigiditate.

Valorile săgeților maxime admisibile pentru diferite grinzi sînt date în tabele; ele depind de destinația grinzii respective.

Pentru grinzile folosite în construcții metalice, ele sînt arătate în tabela 6.3.

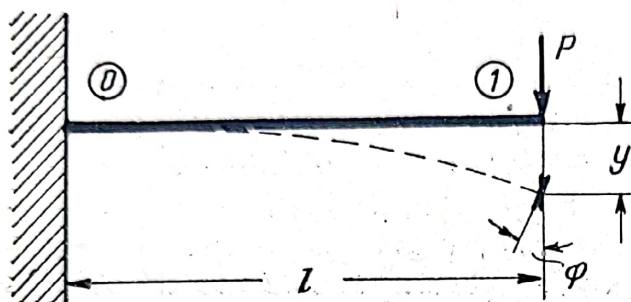


Fig. 6.1, a

B. Probleme

6.1. Se cere să se calculeze săgeata și unghiul cu care se rotește secțiunea situată în extremitatea liberă a unei grinzi din oțel, încastată la un capăt și încărcată la capătul celălalt cu o sarcină concentrată (fig. 6.1, a).

Se dă :

- valoarea sarcinii concentrate $P = 1,5 \text{ tf}$;
- lungimea grinzii $l = 0,7 \text{ m}$;
- modulul de elasticitate $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- momentul de inerție al secțiunii transversale față de axa neutră $I = 450 \text{ cm}^4$.

Se cere :

- săgeata în extremitatea liberă f ;
- unghiul de rotație al secțiunii din extremitatea liberă φ .

Rezolvare.

Trasarea diagramei momentelor încovoietoare

a) Determinarea reacțiunilor grinzii.

Cele trei reacțiuni necunoscute, forțele H și V și momentul M al cuplului din extremitatea încastată a grinzii (fig. 6.1, b) se determină cu ajutorul ecuațiilor de echilibru ale mecanicii :

$$\begin{aligned} (\Sigma X = 0) \quad H &= 0 ; \\ (\Sigma Y = 0) \quad P - V &= 0 ; \\ (\Sigma M_0 = 0) \quad Pl - M &= 0. \end{aligned}$$

Din acestea rezultă că :

$$H = 0 ; V = P ; M = Pl.$$

b) Diagrama este arătată în figura 6.1, b ; este un triunghi dreptunghic, avînd catetele l și $-Pl$.

Stabilirea mărimilor necesare calculului săgeții și rotirii secțiunii 1

a) Pentru calculul unghiului de rotație :

$\varphi_0 = 0$ (secțiunea din originea O a axelor de coordonate nu se rotește din cauza încastrării) ;

$$\Omega_{ol} = \frac{(-Pl) \times l}{2} = \frac{Pl^2}{2}$$

(suprafața triunghiului momentelor încovoietoare de la $x = 0$ pînă la $x = l$).

b) Pentru calculul săgeții :

$y_0 = 0$ (secțiunea din originea axelor de rotație nu are săgeată) ;

$x = l$ (abscisa secțiunii în care se calculează săgeata) ;

$$\varphi_0 = 0.$$

$S_{I_0} = \Omega_{ol} \times \frac{2l}{3} = -\frac{Pl^2}{2} \cdot \frac{2l}{3} = -\frac{Pl^3}{3}$ (momentul static al suprafeței de momente de la $x = 0$ la $x = l$ în raport cu secțiunea I).

Determinarea săgeții și a unghiului de rotație prin aplicarea formulelor (6.1) și (6.2)

După înlocuirea datelor de mai sus, rezultă :

a) Unghiul de rotație :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Pl^3}{2EI_z}$$

b) Săgeata :

$$y = \frac{Pl^3}{3EI_z}$$

Aceste două formule se găsesc gata calculate în tabela 11 cazul 1.

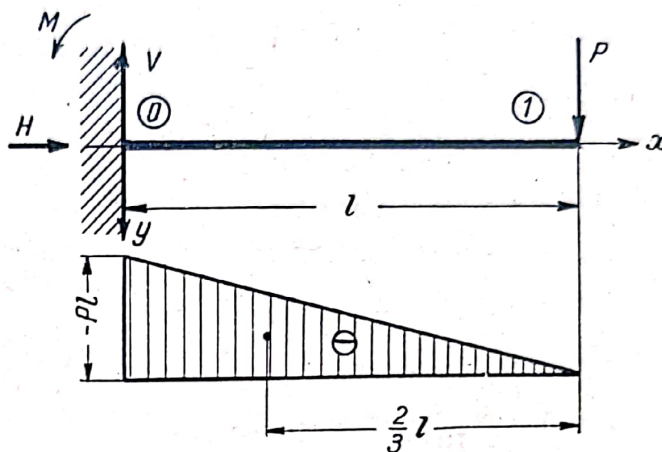


Fig. 6.1, b

Înlocuind valorile numerice se obține :

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi = \frac{1500 \times 70^2}{2 \times 2,1 \times 10^6 \times 450} = 3,88 \times 10^{-3} \text{ rad},$$

$$y = \frac{1500 \times 70^3}{3 \times 2,1 \times 10^6 \times 450} = 0,181 \text{ cm}.$$

6.2. Să se calculeze săgeata și unghiul cu care se rotește secțiunea situată în extremitatea liberă a unei grinzi din oțel, încastrată la un capăt și încărcată la capătul celălalt cu un cuplu concentrat (fig. 6,2, a).

Se dă :

- lungimea grinzii $l = 1,25 \text{ m}$;
- modulul de elasticitate $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- momentul de inerție al secțiunii transversale $I_z = 250 \text{ cm}^4$;
- momentul cuplului concentrat $M_0 = 0,5 \text{ tf m}$.

Se cere :

- săgeata în extremitatea liberă f ;
- unghiul de rotație al secțiunii din extremitatea liberă φ .

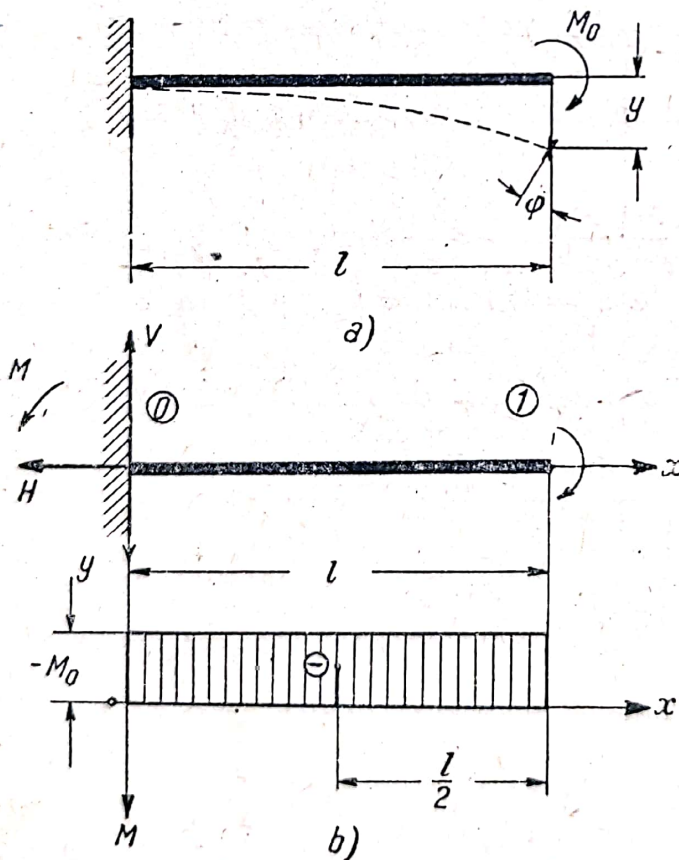


Fig. 6.2

Rezolvare.

Trasarea diagramei momentelor îngovoietoare

a) Reacțiunile din încastrare se reduc la un cuplu de moment $M = M_0$ (fig. 6.2, a).

b) Diagrama este arătată în figura 6.2, b ; un dreptunghi de laturi l și M_0 .

Stabilirea mărimilor necesare calculului săgeții și rotirii secțiunii I

a) Pentru calculul unghiului de rotație :

$\varphi_0 = 0$ (secțiunea din originea O a axelor de coordonate nu se rotește din cauza încastrării) ;

$\Omega_0 l = -M_0 l$ (suprafața diagramei de mo-

mente de la $x = 0$ la $x = l$; ea este negativă din cauza lui M_0).

b) Pentru calculul săgeții :

$y_0 = 0$ (secțiunea din originea axelor nu are săgeată) ;

$x = l$ (abscisa secțiunii unde se calculează săgeata) ; $\varphi_0 = 0$

$S_{l0} = \Omega_{0l} \frac{l}{2} = -M_{0l} \frac{l}{2} = -\frac{M_0 l^2}{2}$ (momentul static al suprafeței de momente de la $x = 0$ la $x = l$, față de secțiunea l).

Determinarea săgeții și a unghiului de rotație prin aplicarea formulelor (6.1) și (6.2)

După înlocuirea datelor de mai sus, rezultă :

a) Unghiul de rotație :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{M_0 l}{EI_z}$$

b) Săgeata :

$$y = \frac{M_0 l^2}{2EI_z}$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi = \frac{0,5 \times 10^5 + 1,25 \times 10^2}{2,1 \times 10^6 \times 250} = 1,19 \times 10^{-2} \text{ rad.}$$

$$y = \frac{0,5 \times 10^5 \times 1,25^2 \times 10^4}{2 \times 2,1 \times 10^6 \times 250} = 0,744 \text{ cm.}$$

6.3. Să se calculeze săgeata și unghiul cu care se rotește secțiunea situată în extremitatea liberă a unei grinzi din oțel, încastrată la un capăt și încărcată cu o sarcină uniform repartizată (fig. 6.3, a).

Se dă :

- valoarea sarcinii uniform repartizate $p = 0,05 \text{ tf/m}$;
- lungimea grinzii $l = 1,5 \text{ m}$;
- modulul de elasticitate longitudinală $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- momentul de inerție al secțiunii transversale $I_z = 425 \text{ cm}^4$.

Se cere :

- săgeata în extremitatea liberă f ;
- unghiul de rotație al secțiunii din extremitatea liberă φ .

Rezolvare.

Trasarea diagramei momentelor încovoietoare

a) Din ecuațiile de echilibru rezultă :

$$H = 0 ; V = pl ; M = \frac{pl^2}{2} .$$

b) Diagrama de momente este arătată în figura 6.3, b ; o parabolă de tipul celei aflate în ultima linie a tabelui 6.1.

Stabilirea mărimilor necesare calculului săgeții și rotirii secțiunii 1

a) Pentru calculul unghiului de rotație :

$\varphi_0 = 0$ (secțiunea din originea O a axelor de coordonate nu se rotește datorită încastrării) ;

$\Omega_{ol} = \frac{1}{3} l \left(-\frac{pl^2}{2} \right) = -\frac{pl^3}{6}$ (suprafața diagramei de momente de la $x = 0$ la $x = l$, calculată după tabela 6.1) ;

b) Pentru calculul săgeții :

$y_0 = 0$ (secțiunea din originea axelor nu are săgeată) ;

$x = l$ (abscisa secțiunii unde se calculează săgeata) ; $\varphi_0 = 0$;

$$S_{lo} = \Omega_{ol} \cdot \frac{3l}{8} = \left(-\frac{pl^3}{6} \right) \cdot \frac{3l}{8} = -\frac{pl^4}{8}$$

(momentul static al suprafeței de momente de la $x = 0$ la $x = l$ față de secțiunea 1).

Determinarea săgeții și a unghiului de rotație prin aplicarea formulelor (6.1) și (6.2)

a) Unghiul de rotație :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{pl^3}{6 EI_z} ,$$

b) Săgeata :

$$y = \frac{pl^4}{8 EI_z} .$$

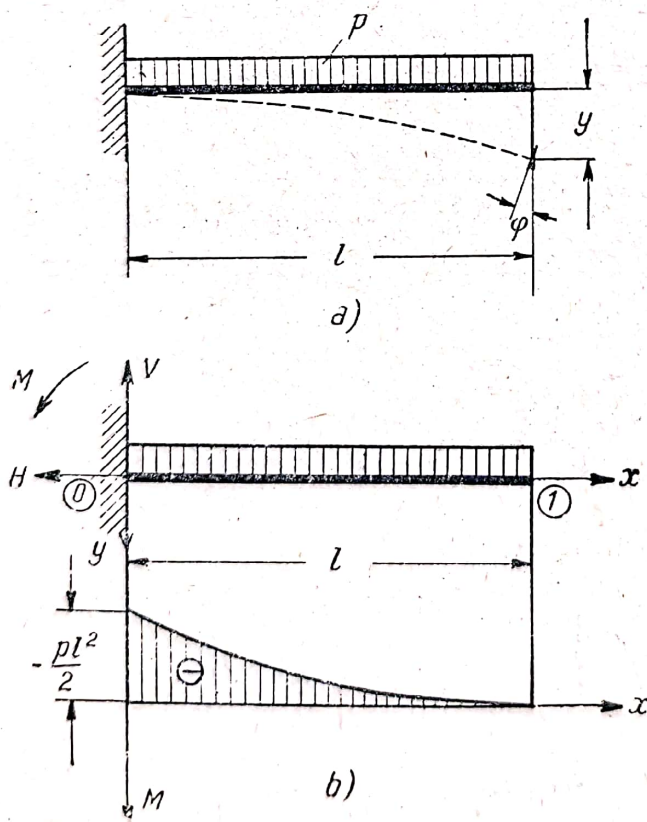


Fig. 6.3

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi = \frac{50 \times 150^3}{6 \times 2,1 \times 10^6 \times 455} = 0,0316 \text{ rad.}$$

$$y = \frac{50 \times 150^4}{8 \times 2,1 \times 10^6 \times 425} = 3,54 \text{ cm.}$$

Se observă că :

$$y > \frac{l}{350} = \frac{150}{350} = 0,428$$

(tabela 6.3, cazul 3), ceea ce înseamnă că ea va trebui re-dimensionată mai rigidă (cu secțiune mai mare).

6.4. Să se calculeze săgeata și unghiul cu care se rotește secțiunea situată la mijlocul unei grinzi de lemn, simplu rezemată la extremități și încărcată la mijlocul său cu o sarcină concentrată (fig. 6.4, a).

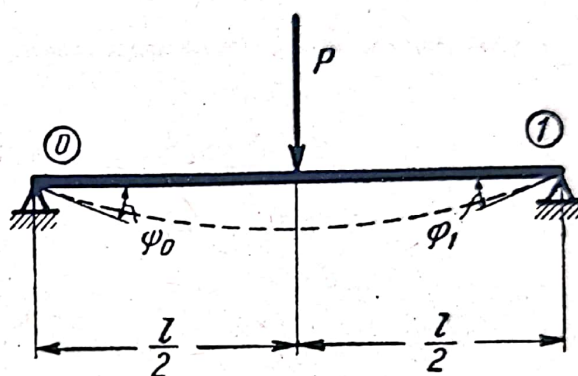


Fig. 6.4, a

Se dă :

- valoarea sarcinii concentrate $P = 0,5 \text{ tf};$
- lungimea grinzii $l = 1,85 \text{ m};$
- modulul de elasticitate longitudinală al lemnului $E = 10^5 \text{ kgf/cm}^2;$
- momentul de inerție al secțiunii transversale față de axa neutră $I_z = 600 \text{ cm}^4.$

Se cere :

- săgeata la mijlocul grinzii $f_2;$
- unghiul de rotire al secțiunii din mijlocul grinzii $\varphi_2.$

Rezolvare.

Trasarea diagramei momentelor încovoietoare

a) Grinda fiind simetrică și simetric încărcată, reacțiunile din reazeme sînt egale :

$$V_1 = V_2 = \frac{P}{2} = 0,25 \text{ tf.}$$

b) Diagrama este arătată în figura 6.4, b : un triunghi isoscel, avînd baza l și înălțimea $\frac{Pl}{4}$ (momentul maxim, în secțiunea 2).

Stabilirea mărimilor necesare calculului săgeții și rotirii secțiunii 2

a) Pentru calculul unghiului de rotație :

$\Omega_{o, \frac{l}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Pl}{4} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Pl^2}{16}$ (suprafața triunghiului momentelor încovoietoare de la $x = 0$ pînă la $x = \frac{l}{2}$).

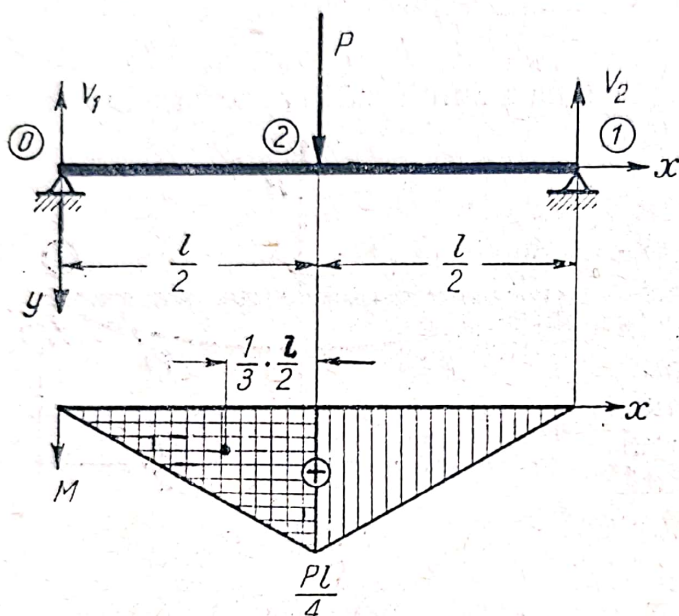


Fig. 6.4. b

Unghiul φ_o este diferit de zero ; din motive de simetrie, el este egal și de semn contrar cu unghiul φ_1 (unghiul de rotație al secțiunii 1) :

$$\text{tg } \varphi_1 = -\text{tg } \varphi_o.$$

Înlocuind în formula (6.2) aplicată în reazemul 1, găsim :

$$\text{tg } \varphi_1 = \text{tg } \varphi_o - \frac{\Omega_{ol}}{EI_z},$$

$$2\text{tg } \varphi_o = \frac{\Omega_{ol}}{EI_z},$$

$$\text{tg } \varphi_o = \frac{\Omega_{ol}}{2EI_z}.$$

Se calculează Ω_{ol} (suprafața diagramei momentelor încovoietoare de la $x = 0$ la $x = l$) :

$$\Omega_{ol} = \frac{1}{2} l \cdot \frac{Pl}{4} = \frac{Pl^2}{8}.$$

Înlocuind mai sus, găsim :

$$\text{tg } \varphi_o = \frac{Pl^2}{16EI_z}.$$

Observație. Același rezultat putea fi găsit aplicînd ecuația săgeților (6.1) în reazemul 1 ; într-adevăr, în acest caz avem

$$y_1 = 0 ; y_o = 0 ; x = l.$$

$S_{lo} = \Omega_{ol} \cdot \frac{1}{2} = \frac{Pl^2}{8} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Pl^3}{16}$ (momentul static al întregii diagrame față de secțiunea 1).

Înlocuind în formula (6.1) aplicată în secțiunea 1:

$$y_1 = y_0 + l \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{S_{I_z}}{EI_z},$$

găsim:

$$0 = 0 + l \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{Pl^3}{16EI_z},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{Pl^2}{16EI_z},$$

rezultat identic cu cel de mai sus.

b) Pentru calculul săgeții:

$$y_0 = 0,$$

$$x = \frac{l}{2} \text{ (abscisa secțiunii 2),}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{Pl^2}{16EI_z} \text{ (calculat mai sus),}$$

$$S_{\frac{l}{2},0} = \Omega_{0,\frac{l}{2}} \cdot \frac{l}{6} = \frac{Pl^2}{16} \cdot \frac{l}{6} = \frac{Pl^3}{96} \text{ (momentul static al suprafeței de momente de la } x=0 \text{ pînă la } x=\frac{l}{2}).$$

Calculul săgeții și unghiului de rotație prin aplicarea formulor (6.1) și (6.2)

După înlocuirea datelor de mai sus rezultă:

$$y_2 = 0 + \frac{l}{2} \cdot \frac{Pl^2}{16EI_z} - \frac{Pl^3}{96EI_z} = \frac{Pl^3}{48EI_z},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{Pl^2}{16EI_z} - \frac{Pl^2}{16EI_z} = 0.$$

Secțiunea situată la jumătatea barei nu se rotește față de poziția inițială.

Aceste formule se găsesc gata calculate în tabela 11, cazul 3.

Înlocuind valorile numerice, obținem:

$$y_2 = \frac{500 \times 185^3}{48 \times 10^5 \times 600} = 1,1 \text{ cm.}$$

6.5. O grindă simplu rezemată la extremități este încărcată la mijloc cu o sarcină concentrată. Să se dimensioneze această grindă din oțel avînd secțiune patrată și să se calculeze săgeata maximă.

Se dă :

- valoarea sarcinii concentrate $P = 1,2 \text{ tf}$;
- lungimea grinzii $l = 6 \text{ m}$;
- rezistența admisibilă la încovoiere a oțelului $\sigma_a = 1\,200 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate longitudinală al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;

Se cere :

- latura pătratului secțiunii transversale a ;
- săgeata la mijlocul grinzii f_2 .

Rezolvare.

Dimensionarea grinzii

a) Din figura 6.4, b rezultă :

$$M_{max} = \frac{Pl}{4}.$$

b) Aplicînd formula (5.5), rezultă :

$$W_{nec} = \frac{M_{max}}{\sigma_a} = \frac{Pl}{4\sigma_a} = \frac{1\,200 \times 600}{4 \times 1\,200} = 150 \text{ cm}^3.$$

Pentru secțiunea pătrată avem :

$$W = \frac{a^3}{6}.$$

Rezultă că :

$$\frac{a^3}{6} = 150$$

$$a = \sqrt[3]{6 \times 150} = 9,65 \text{ cm}.$$

Calculul săgeții maxime

Din tabela 11, cazul 3, se găsește expresia săgeții :

$$f_2 = \frac{Pl^3}{48 EI_z}.$$

Înlocuind valorile numerice se obține :

$$f_2 = \frac{1\,200 \times 600^3}{48 \times 2,1 \times 10^6 \times 722} = 3,56 \text{ cm}.$$

6.6. O consolă metalică avînd secțiunea circulară este încărcată în extremitatea liberă cu o sarcină concentrată. Să se dimensioneze grinda cu condiția ca săgeata în extremitatea liberă să nu depășească o valoare dată.

Se dă :

- valoarea sarcinii concentrate $P = 570 \text{ tf};$
- lungimea grinzii $l = 3,5 \text{ m};$
- valoarea săgeții în extremitatea liberă $f = \frac{l}{200};$
- modulul de elasticitate longitudinală al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2;$
- rezistența admisibilă la încovoiere a oțelului $\sigma_a = 1\,200 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- diametrul secțiunii grinzii $d;$
- valoarea efortului unitar efectiv în secțiunea periculoasă $\sigma_{ef}.$

Rezolvare.

În practică se întîlnesc asemenea situații în care se cere dimensionarea unei grinzi din condiția de deformație; după alegerea dimensiunilor se face o verificare a efortului unitar în secțiunea periculoasă.

Dimensionarea grinzii

Din tabela 11, cazul 1, se extrage valoarea săgeții f :

$$f = \frac{Pl^3}{3EI_z},$$

de unde :

$$I_z = \frac{Pl^3}{3Ef}.$$

Înlocuind valoarea lui f impusă în problemă, găsim :

$$I_z = \frac{kPl^3}{3E}.$$

Dar pentru secțiunea circulară :

$$I_z = \frac{\pi D^4}{64}.$$

Înlocuind mai sus, găsim :

$$D = \sqrt[4]{\frac{64 k Pl^2}{3\pi E}}$$

Pentru datele numerice din enunț, rezultă că :

$$D = \sqrt[4]{\frac{64 \times 200 \times 570 \times 350^2}{3 \times 3,14 \times 2,1 \times 10^6}} = \sqrt[4]{45\,000} = 14,55 \text{ cm.}$$

Din tabela 9 se alege valoarea normalizată :

$$D = 150 \text{ mm.}$$

Verificarea efortului unitar

Secțiunea periculoasă este cea de la încastrare, unde $M = Pl$.
Se obține :

$$W_z = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{3,14 \times 15^3}{32} = 331 \text{ cm}^3.$$

$$\sigma_{ef} = \frac{Pl}{W_z} = \frac{570 \times 350}{331} = 604 \text{ kgf/cm}^2 < 1\,200 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar efectiv fiind inferior ca valoare rezistenței admisibile, nu există pericol de rupere.

Capitolul VII

RĂSUCIREA, EFORTURI UNITARE ȘI DEFORMAȚII

A. Definiții și formule

1. Formule importante. Formula care dă *efortul unitar tangențial maxim* τ în funcție de momentul cuplului de răsucire M_x și de modulul de rezistență polar W_p al secțiunii transversale, pentru barele circulare și inelare, este :

$$\tau = \frac{M_x}{W_p} \quad (7.1)$$

De aici derivă trei formule servind la dimensionarea, verificarea și determinarea cuplului capabil :

Dimensionare	Verificare	Cuplul capabil
$W_{p \text{ nec}} \geq \frac{M_x}{\tau_a}$	$\tau_{ef} = \frac{M_x}{W_p} \leq \tau_a$	$M_{x \text{ cap}} = W_{p \text{ ef}} \tau_a$

(7.2)

Formulele care determină *rotirea relativă* și *rotirea relativă specifică* a două secțiuni ale unei bare circulare sau inelare, în funcție de momentul de răsucire constant M_x , lungimea barei l , modulul de elasticitate transversală al materialului G și momentul de inerție polar al secțiunii transversale W_p , sînt :

$$\left| \Delta\varphi = \frac{M_x l}{GI_p} \right| \quad \left| \theta = \frac{\Delta\varphi}{l} = \frac{M_x}{GI_p} \right| \quad (7.3)$$

Dacă se dă *puterea* N , în cai-putere (CP), transmisă de un arbore, *turația* sa n , în rotații pe minut (rot/min), *momentul de răsucire* M_x este dat de relația :

$$\left| M_x = 71\,620 \frac{N}{n} \frac{\text{CP}}{\text{rot/min}} \right| \quad (7.4)$$

(kgcm)

Pentru *arborii circulari*, care transmit puterea N (CP) la turația n (rot/min), diametrul d rezultă, în centimetri, din relațiile :

$$\left| d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \right| \quad (\text{pentru } \tau_a = 210 \text{ kgf/cm}^2). \quad (7.5)$$

$$\left| d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \right| \quad (\text{pentru o deformare maximă de } 0,25^\circ/\text{m}). \quad (7.6)$$

Pentru *arcurile elicoidale*, există următoarele relații de calcul :

— diametrul spirei :

$$\left| d = \sqrt[3]{\frac{16 PR}{\pi \tau_a}} \right| \quad (7.7)$$

— săgeata :

$$\left| f = \frac{64 PR^3 n}{G d^4} \right| \quad (7.8)$$

P este forța care solicită arcul, R — raza cilindrului de înfășurare, n — numărul de spire.

Aici :

$$\left| \begin{array}{l} G = 8,1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2 \\ \tau_a = (4\,000 \dots 6\,000) \text{ kgf/cm}^2 \end{array} \right| \quad (7.9)$$

Pentru alte forme de secțiuni decât cea circulară sau inelară, formulele de calcul al efortului unitar și al deformației se găsesc în tabela 12.

Pentru calculul la răsucire al secțiunilor circulare, s-a alcătuit nomograma 1, care conține mărimile N, n, M_x ($M_{răsucire}$), d, τ, θ . Ea poate fi folosită pentru dimensionarea, verificarea sau determinarea momentului de răsucire capabil al unei bare sau pentru dimensionarea unui arbore aflat în mișcare cât și pentru calculul deformațiilor.

Modul de folosire al acestei diagrame diferă după datele și necunoscutele problemelor; astfel, dacă se dau N, n și τ și se cer d și θ , se procedează astfel:

— pe diagrama înclinată din stînga nomogramei 1 se așază pe scările N și n valorile date. Ducînd paralele respectiv cu axele N și n , se determină la intersecția lor un punct pe o dreaptă a fascicului de drepte înclinate (dacă punctul de intersecție obținut nu se află pe o asemenea dreaptă, atunci ea se trasează pe diagramă prin interpolare);

— se merge pe linia înclinată astfel determinată pînă la fascicul de linii orizontale și se intră în diagrama alăturată în dreapta (diagrama mijlocie a nomogramei) tot pe o linie înclinată pînă la intersecția cu valoarea dată a lui τ , după care se determină pe scara d valoarea cerută a diametrului;

— de la linia orizontală dintre cele două diagrame se merge pe rețeaua de drepte vertical — orizontal — vertical și se intră în diagrama din dreapta a nomogramei, pe linia înclinată, pînă la intersecția cu paralela la axa θ dusă prin punctul care reprezintă valoarea diametrului determinat mai sus, după care se coboară pînă în dreptul valorii deformației θ .

Această nomogramă poate fi utilizată și în cazul solicitărilor compuse, pentru rezolvarea părții de răsucire a solicitării.

2. Datele și necunoscutele problemelor.

Datele și necunoscutele problemelor sînt arătate la p. 29—30.

3. Metoda de rezolvare.

Metoda de rezolvare este arătată la p. 30.

B. Probleme

7.1. O bară de oțel avînd secțiunea circulară este supusă la răsucire cu ajutorul a două cupluri avînd momente egale dar sensuri inverse, acționînd în jurul axei sale longitudinale. Se cere să se determine efortul unitar în bară în punctele unui cerc de rază egală cu jumătatea razei secțiunii, situat într-o secțiune oarecare a barei (fig. 7.1, a).

Se dă :

- valoarea momentului cuplului de răsucire care solicită bara
- diametrul secțiunii barei
- valoarea distanței r

$$M = 5 \text{ tf.m};$$

$$d = 30 \text{ cm};$$

$$r = 71 \text{ mm}.$$

Rezolvare.

Stabilirea eforturilor interioare în materialul barei

Bara este supusă la răsucire de către cuplul avînd momentul :

$$M_x = 5 \text{ tfm} = 500\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Stabilirea caracteristicii geometrice a secțiunii transversale a șurubului

Caracteristica geometrică pentru calculul efortului unitar la răsucire este modulul de rezistență polar; în tabela 19 găsim pentru diametrul $d=30 \text{ cm}$:

$$W_p = 5\,302 \text{ cm}^3.$$

Stabilirea efortului unitar maxim datorit răsucirii

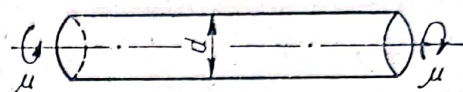
Se aplică formula (7.2), din care rezultă :

$$\tau_1 = \frac{M_n}{W_p} = \frac{500\,000}{5\,302} = 94,4 \text{ kgf/cm}^2.$$

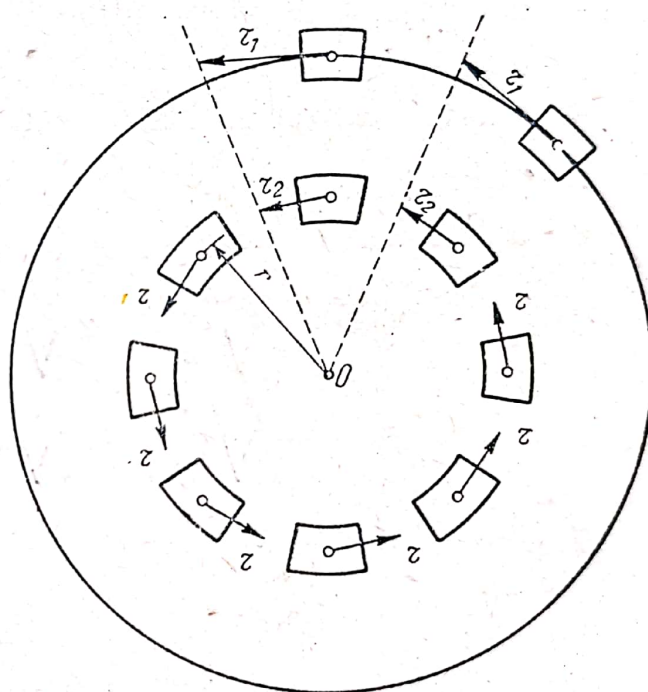
Stabilirea efortului unitar în punctele cercului de rază $r = 7,5 \text{ mm}$

Efortul unitar avînd o variație liniară pe secțiune, vom avea (fig. 7.1, b) :

$$\tau_2 = \tau_1 \frac{7}{15} = 94,4 \frac{7}{15} = 44 \text{ kgf/cm}^2.$$



a)



b)

Fig. 7.1

Eforturile unitare în punctele cercului de rază $r = 7$ mm au toate aceeași valoare și sînt divizate tangent la acest cerc (fig. 7.1, b).

7.2. Să se dimensioneze un arbore din oțel al unei transmisii mecanice din condiția de rezistență și din condiția ca deformația maximă relativă a două secțiuni ale sale situate la un metru distanță una de cealaltă să nu depășească o anumită valoare.

Se dă :

- puterea transmisă de arbore $N = 250$ CP ;
- turația arborelui $n = 50$ rot/min ;
- rezistența admisibilă a materialului arborelui $\tau_a = 210$ kgf/cm² ;
- deformația maximă admisibilă $Q_{max} = 0,25^\circ/\text{m}$.

Se cere :

- diametrul secțiunii arborelui d .

Rezolvare.

Se aplică formulele (7.5) și (7.6) :

$$d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 12 \sqrt[3]{\frac{250}{50}} = 20,5 \text{ cm.}$$

$$d = 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} = 12 \sqrt[4]{\frac{250}{50}} = 18 \text{ cm.}$$

7.3. Să se dimensioneze un arbore din oțel al unei transmisii mecanice.

Se dă :

- puterea transmisă de arbore $N = 165$ kW ;
- turația arborelui $n = 120$ rot/min ;
- rezistența admisibilă $\tau_a = 600$ kgf/cm².

Se cere :

- diametrul secțiunii arborelui d .

Rezolvare.

Stabilirea eforturilor interioare în secțiunea arborelui

Arborele este solicitat la răsucire de către un cuplu constant în lungul său, al cărui moment are valoarea dată de formula (7.4) :

$$M_x = 71\,620 \frac{N}{n}$$

Înlocuind valorile numerice :

$$N = 165 \text{ kW} = 1,36 \times 165 \text{ CP} = 224 \text{ CP},$$
$$n = 120 \text{ rot/min},$$

se obține :

$$M_x = 71\,620 \cdot \frac{224}{120} = 133\,500 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

Stabilirea diametrului arborelui

Se folosește formula (7.7) :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_x}{a}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 133\,500}{3,14 \times 600}} \approx 22,4 \text{ cm}.$$

7.4. Ce economie de material se realizează prin înlocuirea unui arbore din oțel cu secțiune plină printr-un arbore tubular de egală rezistență?

Se dă :

- diametrul arborelui plin $d = 100 \text{ mm}$;
- diametrul exterior al arborelui tubular $D = 120 \text{ mm}$.

Se cere :

- economia de material E .

Rezolvare.

Din condiția de egală rezistență rezultă că :

$$\tau = \frac{M_x}{W'_p} = \frac{M_x}{W''_p};$$

adică :

$$W'_p = W''_p,$$

în care : W'_p este modulul de rezistență al arborelui plin,

W''_p — modulul de rezistență al arborelui gol :

Înlocuind valorile lor în funcție de diametre, se obține :

$$\frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d_1^4}{D},$$

de unde rezultă valoarea diametrului interior d_1 al arborelui gol :

$$d_1 = \sqrt[4]{D^4 - d^3 D} = \sqrt[4]{12^4 - 10^3 \times 12} = 9,6 \text{ cm}.$$

La aceeași lungime a arborilor, economia de material E este dată de raportul ariilor secțiunilor transversale :

$$E = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{\pi}{4} (D^2 - d_1^2)}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{D^2 - d_1^2}{d^2} = \frac{12^2 - 9,6^2}{10^2} = 0,52 = 52\%.$$

Observație. Economia de cost nu este aceeași cu economia de material, deoarece prelucrarea unui arbore gol este mai costisitoare decât a unui plin.

7.5. Să se verifice arborele tubular al unei mașini rotative supus la răsucire.

Se dă :

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| — diametrul exterior | $D = 120 \text{ mm} ;$ |
| — diametrul interior | $d = 70 \text{ mm} ;$ |
| — puterea transmisă | $N = 200 \text{ CP} ;$ |
| — turația de regim | $n = 100 \text{ rot/min} ;$ |
| — rezistența admisibilă la răsucire | $\tau_a = 600 \text{ kgf/cm}^2$ |

Se cere :

- efortul unitar maxim de răsucire din materialul arborelui.

Rezolvare.

Stabilirea eforturilor interioare în arbore

Arborele este solicitat la răsucire de un cuplu avînd momentul constant pe lungimea sa [formula (7.4)] de valoare :

$$M_x = 71\,620 \frac{N}{n} = 71\,620 \times \frac{200}{100} = 143\,240 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

Stabilirea caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale a arborelui

Modulul de rezistență polar al secțiunii arborelui este :

$$W_p = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{12^4 - 7^4}{12} = 300,4 \text{ cm}^3.$$

Stabilirea efortului unitar în materialul arborelui

Efortul unitar tangențial este dat de relația (7.2) :

$$\tau_{ef} = \frac{M_x}{W_p} = \frac{143\,240}{300,4} = 477 \text{ kgf/cm}^2 < 600 \text{ kgf/cm}^2.$$

7.6. Două mașini-unelte dintr-un atelier sînt antrenate de un același motor electric, ca în figura 7.6, prin intermediul aceluiași ax.

Să se dimensioneze arborele de transmisie cu diametre variabile pe cele două porțiuni.

Se dă :

- puterea motorului $N = 25 \text{ CP}$;
- puterea primei mașini-unelte $N_1 = 16 \text{ CP}$;
- puterea celei de-a doua mașini-unelte $N_2 = 9 \text{ CP}$;
- turația de regim a ambelor mașini-unelte $n = 750 \text{ rot/min}$;
- rezistența admisibilă la răsucire a materialului axului $\tau_a = 210 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- diametrul primei porțiuni a arborelui d_{12} ;
- diametrul celei de-a doua porțiuni a arborelui d_{23} .

Rezolvare.

Alcătuirea diagramei de variație a puterii transmise

Diagrama este arătată în figura 7.6. Ea se alcătuiște în același mod ca și diagrama de variație a momentelor de răsucire, ordonatele sale fiind proporționale cu acestea, conform relației :

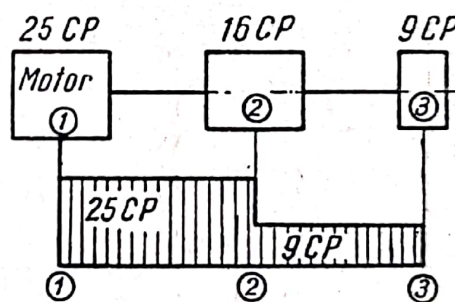


Fig. 7.6

$$M_x = 71\,620 \frac{N}{n}.$$

Stabilirea diametrelor arborelui

Arborele se construiește cu diametre variabile, după formula (7.5) :

$$d_{12} = 12 \sqrt[3]{\frac{N_{12}}{n}} = 12 \sqrt[3]{\frac{25}{750}} = 3,85 \text{ cm} \approx 40 \text{ mm},$$

$$d_{23} = 12 \sqrt[3]{\frac{N_{23}}{n}} = 12 \sqrt[3]{\frac{9}{750}} = 2,75 \text{ cm} \approx 28 \text{ mm}.$$

7.7. Să se dimensioneze arcul elicoidal al unei suspensii și să se calculeze săgeata sub sarcină.

Se dă :

- valoarea forței care comprimă arcul $P = 100 \text{ kgf}$;

- raza cilindrului de înfășurare $R = 5 \text{ cm}$;
- rezistența admisibilă a materialului arcului $\tau_a = 5\,000 \text{ kgf/cm}^2$
- modulul de rezistență transversală $G = 8 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$;
- numărul de spire $n = 10$.

Se cere :

- diametrul spirei d ;
- săgeata arcului f .

Rezolvare.

Se aplică formulele (7.7) și (7.8) :

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 PR}{\pi \tau_a}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 100 \times 5}{3,14 \times 5\,000}} = 0,798 \text{ cm}.$$

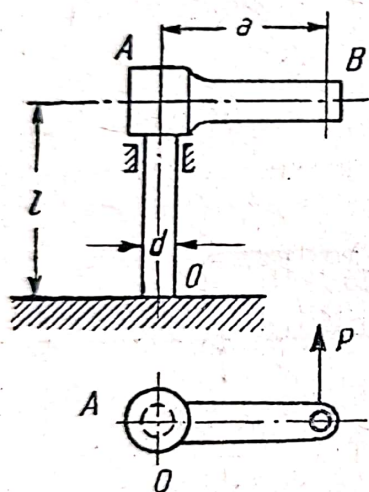


Fig. 7.8

Se ia :

$$d = 8 \text{ mm};$$

$$f = \frac{64 PR^3 n}{G d^4} = \frac{64 \times 100 \times 5^3 \times 10}{8,5 \times 10^5 \times 0,8^4} = 2,3 \text{ cm}.$$

7.8. Corpul unei manivele pentru pornirea unui motor este solicitat la răsucire datorită acțiunii brațului unui muncitor care pornește motorul.

Să se verifice manivela și să se calculeze deformația (fig. 7.8).

Se dă :

- valoarea forței de acționare $P = 15 \text{ kgf}$;
- lungimea corpului manivelei $l = 27 \text{ mm}$;
- lungimea brațului manivelei $a = 22 \text{ mm}$;
- diametrul corpului manivelei $d = 9 \text{ mm}$;
- modulul de elasticitate transversală $G = 9 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la răsucire $\tau_a = 400 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar tangențial τ_{ef} ;
- deformația $\Delta \varphi$.

Rezolvare.

Stabilirea eforturilor interioare în bara OA

Bara OA este supusă la răsucire și forfecare. Momentul de răsucire este constant în lungul barei, avînd valoarea :

$$M_x = P_a = 15 \times 2,2 = 33 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Solicitarea de forfecare se neglijează.

Stabilirea caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale

Modulul de rezistență polar se determină din tabela 19, înmulțind cu 10^{-3} modulul de rezistență polar al secțiunii cu diametru $d = 9$:

$$W_p = 0,143 \text{ cm}^3.$$

Calculul efortului unitar tangențial datorit răsucirii

Se folosește formula :

$$\tau = \frac{M_x}{W_p} = \frac{33}{0,143} = 231 \text{ kgf/cm}^2 < 400 \text{ kgf/cm}^2.$$

Calculul unghiului de răsucire specific (rotirea specifică)

Unghiul de răsucire specific se obține raportînd unghiul de răsucire total la lungimea barei ; conform formulei (7.3), avem :

$$\theta = \frac{\Delta\varphi}{l} = \frac{2\tau}{Gd} = \frac{2 \times 231}{8 \times 10^5 \times 0,9} = 6,43 \times 10^{-4} \text{ rad/cm}.$$

7.9. Să se dimensioneze și să se calculeze deformația arborelui unei mașini rotative supus la răsucire.

Se dă :

- puterea transmisă
- turația
- rezistența admisibilă

$$\begin{aligned} N &= 24 \text{ CP}; \\ n &= 1\,200 \text{ rot/min}; \\ \tau_a &= 120 \text{ kgf/cm}^2. \end{aligned}$$

Se cere :

- diametrul arborelui
- rotirea specifică

$$\begin{aligned} d; \\ \theta. \end{aligned}$$

Rezolvare.

Vom folosi nomograma 1 ; deoarece datele și necunoscutele sînt cele arătate în introducerea la acest capitol, vom aplica întocmai procedeul indicat acolo.

Se obține :

$$\begin{aligned} d &= 4 \text{ cm}, \\ \theta &= 25' / \text{mm}. \end{aligned}$$

γ. PROBLEME SPECIALE: SOLICITĂRI COMPUSE, FLAMBAJUL, ACȚIUNEA DINAMICĂ A SARCINILOR, BARE DREPTÉ STATIC NEDETERMINATE

Capitolul VIII

EFORTURI UNITARE ÎN BARELE DREPTÉ SUPUŞE LA SOLICITĂRI COMPUSE

A. Definiții și formule

1. **Formule importante.** *Efortul unitar normal* care se produce în fibrele extreme ale unei bare supuse la întindere sau compresiune de o forță N și la încovoiere de un cuplu avînd momentul M_z este :

$$\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{W_z}, \quad (8.1)$$

în care : A este aria secțiunii transversale ; W_z — modulul de rezistență axial față de axa solicitării de încovoiere produsă de momentul M_z .

Pentru dimensionarea secțiunii unei bare solicate la încovoiere oblică se poate folosi formula :

$$W_{z \text{ nec}} = \frac{1}{\sigma_a} \left(M_z + \frac{W_z}{W_y} M_y \right) \quad (8.2)$$

în care raportul $\frac{W_z}{W_y}$ se alege inițial.

O bară de secțiune circulară, cu diametrul d , solicitată la încovoiere de un cuplu avînd momentul M_z și la răsucire de un

cuplu avînd momentul M_x , se dimensionează ca și cînd ar fi solicitată numai la încovoiere de un moment M_{ii} cu formula :

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{ii}}{\pi \sigma_a}} \quad (8.3)$$

Pentru M_{ii} denumit *moment de încovoiere ideal* sau *echivalent*, se poate alege oricare dintre formulele din tabela următoare.

Tabela 8.1

Ipoteza de rupere	Valorile lui M_{ii}
Ipoteza I	$\frac{1}{2} (M_z + \sqrt{M_z^2 + M_x^2})$
Ipoteza a II-a	$0,35 M_z + 0,65 \sqrt{M_z^2 + M_x^2}$
Ipoteza a III-a	$\sqrt{M_z^2 + M_x^2}$
Ipoteza a IV-a	$\sqrt{M_z^2 + 0,65 M_x^2}$
	$\sqrt{M_z^2 + 0,75 M_x^2}$

2. **Datele și necunoscutele problemelor.** Problemele prezentate în acest capitol sînt probleme de *dimensionare* sau de *verificare* ; datele și necunoscutele sînt aceleași ca în cazul solicitărilor simple.

3. **Metode de rezolvare.** Ordinea de calcul a problemelor de bare supuse la solicitări compuse (întindere-compresiune cu încovoiere sau încovoiere cu răsucire) este, în general, aceeași ca și pentru barele supuse la solicitări simple.

B. Probleme

8.1. O grindă I este încastrată la una dintre extremități și acționată la cealaltă extremitate de o forță P , paralelă cu axa grinzii. Se cere să se calculeze efortul unitar în secțiunea $A - B$ (marginea superioară a tălpii de jos). Dimensiunile grinzii sînt arătate în figura 8.1, a.

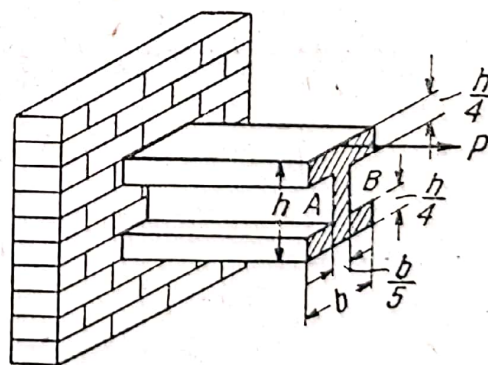


Fig. 8.1, a

Rezolvare.

Datorită acțiunii forței P , grinda este supusă la întindere și încovoiere. Trebuie rezolvată o problemă de verificare (calculul efortului unitar efectiv).

Stabilirea eforturilor interioare care solicită secțiunea

- forța axială : $N = P$;
- momentul încovoiator (momentul forței P față de axa zz) :

$$M_z = P \frac{h}{2} .$$

Determinarea caracteristicilor geometrice ale secțiunii transversale

- Aria secțiunii este :

$$A = 2 \cdot b \frac{h}{4} + \frac{b}{5} \cdot \frac{h}{2} = \frac{5}{3} bh .$$

- Momentul de inerție al secțiunii față de axa zz este :

$$I_z = 2 \left[\underbrace{\frac{b \left(\frac{h}{4} \right)^3}{12}}_{\text{tălpile}} + \underbrace{b \left(\frac{h}{4} + \frac{h}{8} \right)^2}_{d^2 A} \right] + \underbrace{\frac{b \left(\frac{h}{2} \right)^3}{5 \cdot 12}}_{\text{inima}} = \frac{3}{40} bh^3 .$$

Calculul efortului unitar în secțiunea A—B

Repartiția pe secțiune a eforturilor unitare provenind din întindere și încovoiere este arătată în figura 8.1, b. Se vede de

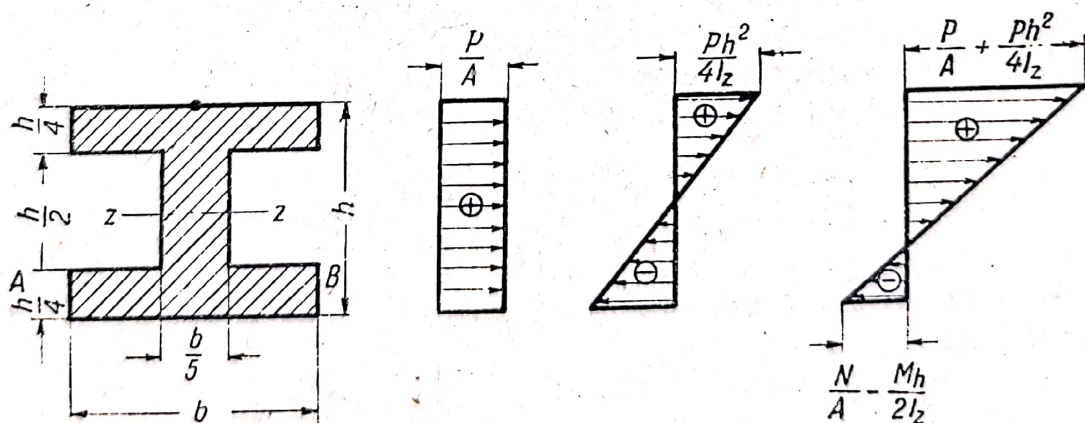


Fig. 8.1, b

aici că efortul unitar provenind din încovoiere este negativ (compresiune) în secțiunea A — B.

Pentru determinarea efortului unitar în secțiunea $A - B$, se folosește formula :

$$\tau_{A-B} = \frac{N}{A} - \frac{M_z y}{I_z},$$

în care :

$$N = P; \quad A = \frac{3}{5} bh;$$

$$M_z = \frac{Ph}{2}; \quad I_z = \frac{3}{40} bh^3;$$

$$y = \frac{h}{4} \text{ (distanța de la axa } zz \text{ la linia } A - B).$$

Rezultă că :

$$\sigma_{A-B} = \frac{P}{\frac{3}{5} bh} - \frac{P \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4}}{\frac{3}{40} bh^3} = \frac{P}{bh} \left(\frac{5}{3} - \frac{40}{24} \right) = 0.$$

Efortul unitar în lungul liniei $A - B$ este nul ; linia $A - B$ este axa neutră a secțiunii supuse la solicitare compusă.

8.2. Pe o grindă a unei macarale, considerată ca fiind încastrată la una dintre extremități, alcătuită din două profiluri U (fig. 8.2, a), este montat un scripete care servește la ridicarea unei sarcini Q .

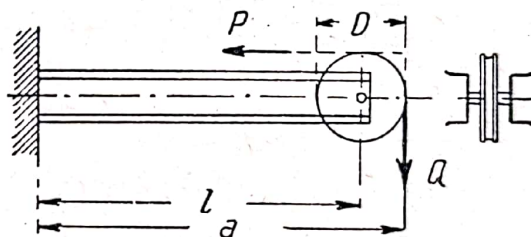


Fig. 8.2, a

Se dă :

- diametrul scripetelui $D = 400 \text{ mm};$
- lungimea grinzii $l = 1\,400 \text{ mm};$
- distanța de la încastrare pînă la porțiunea verticală a cablului macaralei $a = 1\,600 \text{ mm};$
- valoarea sarcinii de ridicat $P = Q = 4 \text{ tf};$
- rezistența admisibilă la încovoiere $\sigma_a = 800 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- numărul profilului U după STAS 564-49 $U h.$

Rezolvare.

Grinda este supusă la compresiune și încovoiere de către cele două reacțiuni (orizontală și verticală) care îi sînt transmise de către articulația scripetelui.

Schema de încărcare ; diagramele eforturilor interioare ; eforturile interioare maxime

Schema de încărcare și diagramele eforturilor interioare (forță axială și moment încovoietor) sînt arătate în figura 8.2, b ;

Valorile maxime ale eforturilor interioare sînt :

- pentru compresiune : $N = Q = 4\,000\text{ kgf}$;
- pentru încovoiere : $M_z = Ql = 4\,000 \times 140 = 560\,000\text{ kgf} \cdot \text{cm}$.

Dimensionarea secțiunii

Pentru aceasta se folosește formula (8.1) :

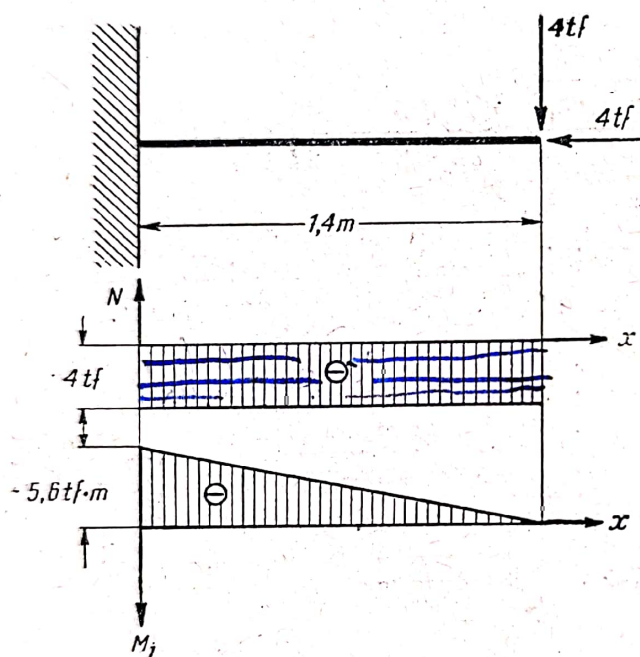


Fig. 8.2, b



Fig. 8.2, c

$$\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_z}{W_z}.$$

Valoarea maximă a efortului unitar se atinge în fibra inferioară ; în figura 8.2, c este arătat modul de variație a eforturilor unitare pe secțiune.

Va trebui deci, ca (în valoare absolută) :

$$\frac{N}{A} + \frac{M_z}{W_z} \leq \sigma_a,$$

sau, înlocuind valorile numerice :

$$\frac{4\,000}{A} + \frac{560\,000}{W_z} \leq 800$$

sau încă :

$$\frac{5}{A} + \frac{700}{W_z} \leq 1.$$

Rezolvarea acestei ecuații se face prin încercări, cu ajutorul tabelor ; după câteva încercări rezultă că trebuie alese două profiluri U 26, avînd $A = 48,3\text{ cm}^2$ și $W_z = 371\text{ cm}^3$.

Introducînd mai sus, găsim :

$$\frac{5}{2 \times 48,3} + \frac{700}{2 \times 371} = 0,9957 < 1 ;$$

deci alegerea este bine făcută.

Calculul eforturilor unitare efective

a) În talpa superioară :

$$\sigma_1 = -\frac{N}{A} + \frac{M_z}{W_z}$$

b) În talpa inferioară :

$$\sigma_2 = -\frac{N}{A} - \frac{M_z}{W_z}$$

Înlocuind valorile numerice :

$$N = 4\,000 \text{ kgf}; M_z = 560\,000 \text{ kgf}\cdot\text{cm};$$

$A = 2 \times 48,3 = 96,6 \text{ cm}^2$; $W_z = 2 \times 371 = 742 \text{ cm}^3$,
se obține :

$$\sigma_1 = -\frac{4\,000}{96,6} + \frac{560\,000}{742} = 713,6 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\sigma_2 = -\frac{4\,000}{96,6} - \frac{560\,000}{742} = -796,4 \text{ kgf/cm}^2.$$

8.3. Să se verifice secțiunea $A - B$ a batiului din fontă FC 15 al unei prese de 150 tf. Dimensiunile secțiunii $A - B$ sînt arătate în figura 8.3.

Se dă :

- rezistența admisibilă a fontei la compresiune
 $\sigma_{ac} = 1\,000 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă a fontei la întindere
 $\sigma_{ai} = 300 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar maxim în A
 σ_A ;
- efortul unitar maxim în B
 σ_B .

Rezolvare.

Secțiunea $A - B$ este solici-tată la întindere de către forța P și la încovoiere de momentul forței P față de axa zz care trece prin centrul de greutate al secțiunii $A - B$.

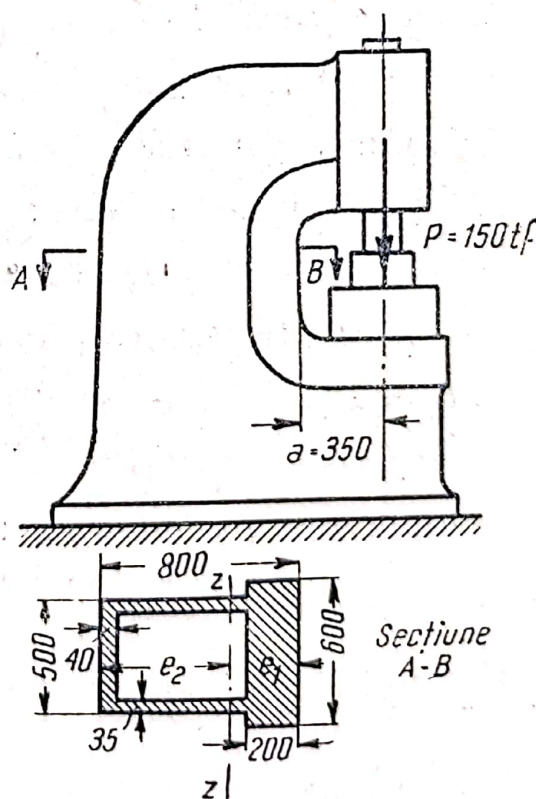


Fig. 8.3

Stabilirea caracteristicilor geometrice ale secțiunii A — B

Poziția centrului de greutate este dată de :

$$e_1 = \frac{60 \times 20 \times 10 + 2 \times 3,5 \times 60 \times 50 + 43 \times 4 \times 78}{60 \times 20 + 2 \times 3,5 \times 60 + 43 \times 4} = \frac{46\,416}{1\,792} = 25,9 \text{ cm.}$$

$$e_2 = 80 - 25,9 = 54,1 \text{ cm.}$$

— Momentul de inerție al secțiunii A — B față de axa zz este :

$$I_z = \frac{60 \times 20^3}{12} + 60 \times 20 \times 15,9^2 + 2 \times \frac{3,5 \times 60^3}{12} + 2 \times 3,5 \times 60 \times 24,1^2 + \frac{43 \times 4^3}{12} + 43 \times 4 \times 52,1^2 = 1\,180\,420 \text{ cm}^4.$$

Modulele de rezistență ale secțiunii A — B în raport cu axa zz sînt :

$$W_1 = \frac{I_z}{e_1} = \frac{1\,180\,420}{25,9} = 45\,576 \text{ cm}^3,$$

$$W_2 = \frac{I_z}{e_2} = \frac{1\,180\,420}{54,1} = 21\,820 \text{ cm}^3.$$

Aria secțiunii A — B este :

$$A = 60 \times 20 + 2 \times 56 \times 3,5 + 50 \times 4 = 1\,792 \text{ cm}^2.$$

Stabilirea eforturilor interioare care solicită secțiunea A — B

Forța de întindere este :

$$N = P = 150\,000 \text{ kgf.}$$

— Momentul încovoietor față de axa zz este :

$$M_z = P(a + e_1) = 150\,000 (35 + 25,9) = 9\,135\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm.}$$

Verificarea eforturilor unitare în secțiunea A — B

Se folosește formula (8.1) :

$$\sigma_B = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{W_1} = \frac{150\,000}{1\,792} + \frac{9\,135\,000}{45\,576} = 284 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_a = 300 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$\sigma_A = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{W_2} = \frac{150\,000}{1\,792} - \frac{9\,135\,000}{21\,820} = -336 \text{ kgf/cm}^2.$$

Eforturile unitare efective din punctele A și B avînd valori sub cele admisibile, batiul presei va rezista în condiții bune.

8.4. Să se dimensioneze o grindă din lemn cu secțiune dreptunghiulară, folosită la un acoperiș avînd axele înclinate față de direcția sarcinii concentrate aplicată la mijlocul grinzii (fig. 8.4, a).

Se dă :

- unghiul de înclinare al sarcinii
- deschiderea grinzii
- sarcina aplicată
- rezistența admisibilă a lemnului

$$\begin{aligned} \alpha &= 22^\circ 30'; \\ l &= 4 \text{ m}; \\ P &= 2 \text{ tf}; \\ \sigma_a &= 100 \text{ kgf/cm}^2. \end{aligned}$$

Se cere :

- dimensiunile secțiunii grinzii

$$b \times h.$$

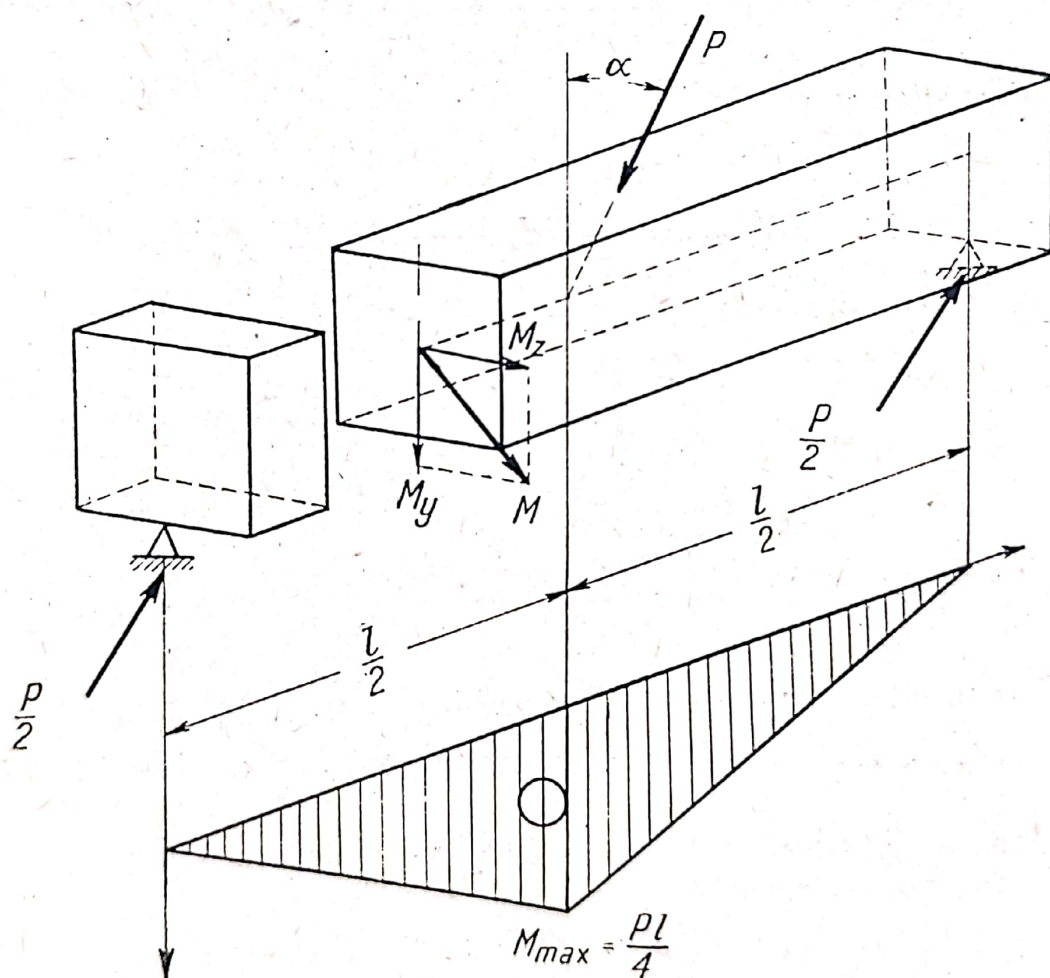


Fig. 8.4, a

Rezolvare.

Grinda este supusă la încovoiere oblică (încovoiere după direcțiile y și z).

Stabilirea eforturilor interioare

Pentru grinda pe două reazeme supusă acțiunii unei forțe concentrate aplicate la mijlocul său, momentul maxim are valoarea :

$$M_{max} = \frac{Pl}{4} = \frac{2\,000 \times 400}{4} = 200\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Vectorul moment fiind perpendicular pe planul format de suportul forței P și axa grinzii, el se descompune în două componente după axele Oy și Oz , situate în planul secțiunii grinzii :

$$M_z = M_{max} \cos \alpha = 200\,000 \times \cos 22^\circ 30' = 200\,000 \times 0,924 = 184\,800 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

$$M_y = M_{max} \sin \alpha = 200\,000 \times \sin 22^\circ 30' = 200\,000 \times 0,383 = 76\,600 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Dimensionarea grinzii

Se aplică formula (8.2) :

$$W_{z \text{ nec}} = \frac{1}{\sigma_a} \left(M_z + \frac{W_z}{W_y} M_y \right).$$

Se alege raportul laturilor secțiunii :

$$\frac{h}{b} = 1,5,$$

cu care :

$$\frac{W_z}{W_y} = \frac{\frac{bh^2}{6}}{\frac{hb^2}{6}} = \frac{h}{b} = 1,5.$$

Înlocuind în formula de dimensionare, se obține :

$$W_{z \text{ nec}} = \frac{1}{100} (184\,800 + 1,5 \times 76\,600) = 2\,998 \text{ cm}^3.$$

Pentru determinarea dimensiunilor secțiunii, se procedează astfel :

$$W_{z \text{ nec}} = \frac{bh^2}{6} = \frac{b}{h} \times \frac{h^3}{6} = \frac{h^3}{1,5 \times 6} = \frac{h^3}{9},$$

de unde :

$$h = \sqrt[3]{9 W_{z \text{ nec}}} = \sqrt[3]{9 \times 2\,998} \approx 30 \text{ cm},$$

iar

$$b = \frac{h}{1,5} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ cm}.$$

Verificarea eforturilor unitare efective

Avem :

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{20 \times 30^2}{6} = 3\,000 \text{ cm}^3 ;$$

$$W_y = \frac{hb^2}{6} = \frac{30 \times 20^2}{6} = 2\,000 \text{ cm}^3 ;$$

$$\sigma_z = \frac{M_z}{W_z} = \frac{184\,800}{3\,000} = 61,6 \text{ kgf/cm}^2 ;$$

$$\sigma_y = \frac{M_y}{W_y} = \frac{76\,600}{2\,000} = 38,3 \text{ kgf/cm}^2 ;$$

$$\sigma = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} = 61,6 + 38,3 = 99,9 \text{ kgf/cm}^2 .$$

Diagramele eforturilor unitare și axa neutră a secțiunii sînt arătate în figura 8.4, b.

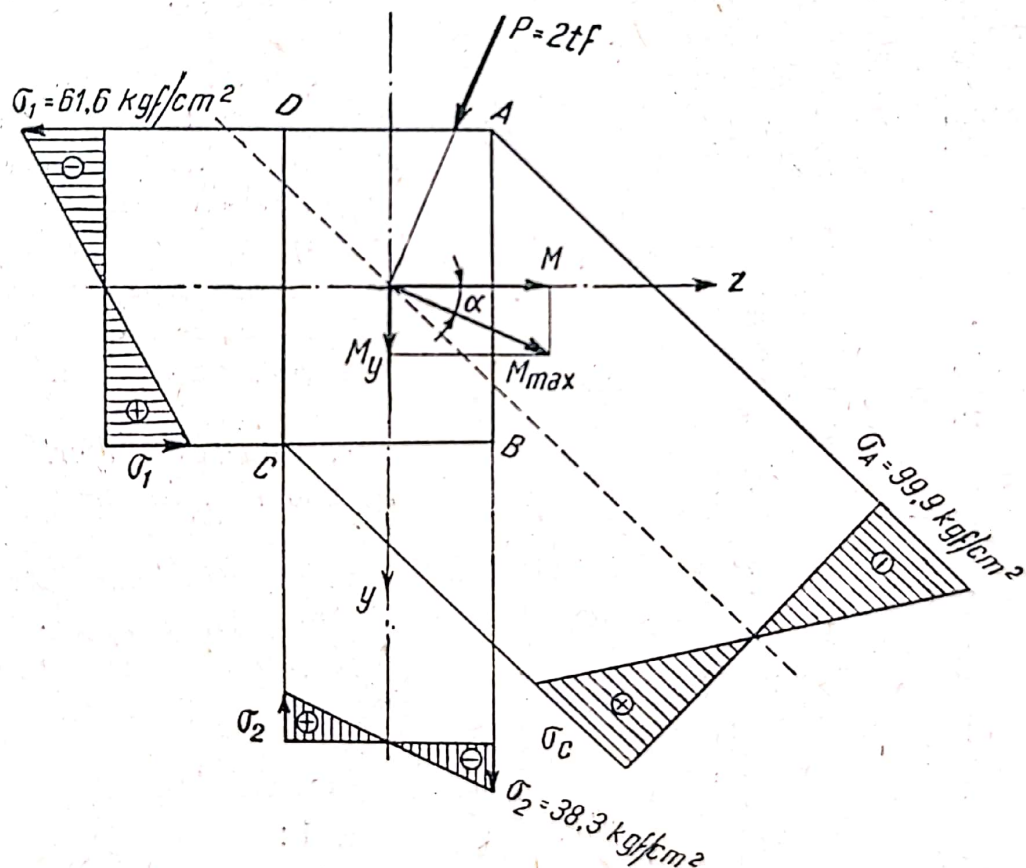


Fig. 8.4, b

8.5. Un electromotor pune în mișcare un ax AB , care susține pe el o șaibă C peste care este trecută o curea ce antrenează la rîndul său șaiba unei mașini-unelte.

Să se dimensioneze axul.

Se dă :

- diametrul șaibei $D = 1\,200\text{ mm}$;
- greutatea șaibei $G = 500\text{ kgf}$;
- valoarea forței din ramura motoare a curelei $T_1 = 600\text{ kgf}$;
- valoarea forței din ramura trasă a curelei $T_2 = 350\text{ kgf}$;
- distanța șaibei la lagărul din stînga $a = 0,5\text{ m}$;
- distanța șaibei la lagărul din dreapta $b = 0,5\text{ m}$;
- rezistența admisibilă la solicitare compusă $\sigma_a = 800\text{ kgf/cm}^2$

Se cere :

- diametrul axului AB

d .

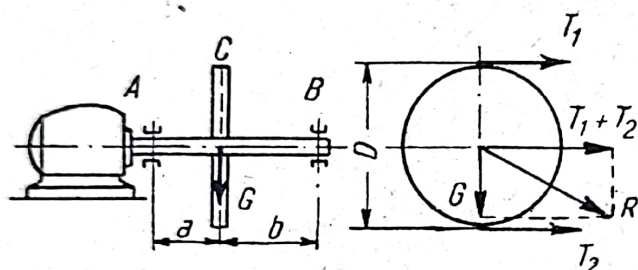


Fig. 8.5, a

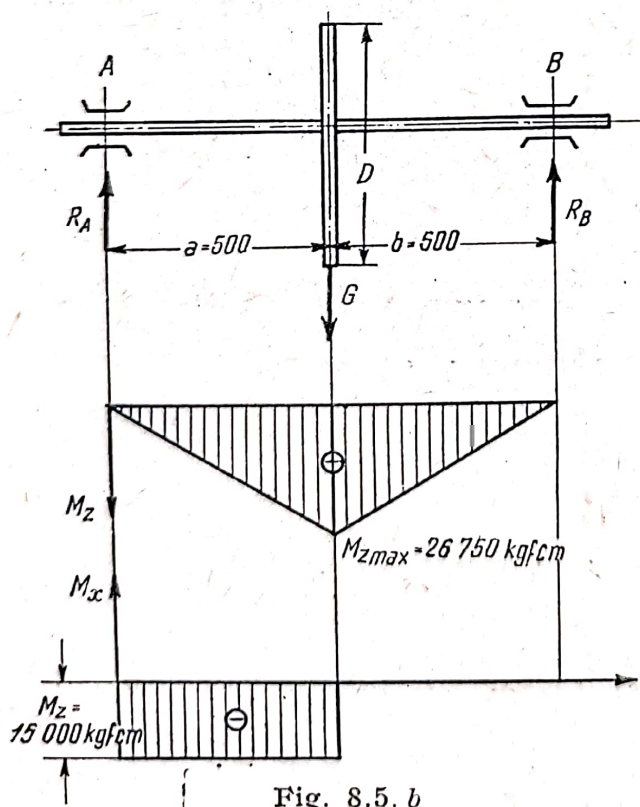


Fig. 8.5, b

Rezolvare.

Arborele este supus la încovoiere de forța R (rezultanta dintre greutatea sa și suma tensiunilor din curea) și la răsucire de către momentul resultant al tensiunilor din curea în raport cu axa sa.

Stabilirea eforturilor interioare maxime

Diagramele de variație ale mărimilor M_z și M_x sînt arătate în figura 8.5, b.

Calculul lor se face astfel :

$$\begin{aligned}
 M_x &= (T_1 - T_2) \cdot \frac{D}{2} = \\
 &= (600 - 350) \times 60 = \\
 &= 15\,000\text{ kgf}\cdot\text{cm}.
 \end{aligned}$$

Pentru calculul lui $M_z \max$ trebuie determinate mai întâi mărimile R , R_A și R_B ; avem:

$$R = \sqrt{G^2 + (T_1 + T_2)^2} = \sqrt{500^2 + 950^2} = 1\,070 \text{ kgf},$$

$$R_A = R_B = \frac{R}{2} = \frac{1\,070}{2} = 535 \text{ kgf},$$

$$M_z \max = R_A a = 535 \times 50 = 26\,750 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Momentul ideal este dat după formulele din tabela 8.1:
— după ipoteza I:

$$\begin{aligned} M_{ii} &= \frac{1}{2}(M + \sqrt{M_z^2 + M_x^2}) = \frac{1}{2}(26\,750 + \sqrt{26\,750^2 + 15\,000^2}) = \\ &= 28\,650 \text{ kgf} \cdot \text{cm}; \end{aligned}$$

— după ipoteza a II-a:

$$\begin{aligned} M_{ii} &= 0,35 M_z + 0,65 \sqrt{M_z^2 + M_x^2} = 0,35 \times 26\,750 + 0,65 \times \\ &\times \sqrt{26\,750^2 + 15\,000^2} = 29\,150 \text{ kgf} \cdot \text{cm}; \end{aligned}$$

— după ipoteza a III-a:

$$M_{ii} = \sqrt{M_z^2 + M_x^2} = \sqrt{26\,750^2 + 15\,000^2} = 30\,600 \text{ kgf} \cdot \text{cm};$$

— după ipoteza a IV-a:

$$\begin{aligned} M_{ii} &= \sqrt{M_z^2 + 0,65 M_x^2} = \sqrt{26\,750^2 + 0,65 \times 15\,000^2} = \\ &= 29\,200 \text{ kgf} \cdot \text{cm}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{ii} &= \sqrt{M_z^2 + 0,75 M_x^2} = \sqrt{26\,750^2 + 0,75 \times 15\,000^2} = \\ &= 29\,700 \text{ kgf} \cdot \text{cm}. \end{aligned}$$

Dimensionarea arborelui

Se folosește formula (8.3):

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{ii}}{\pi \sigma_a}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se vor obține succesiv:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times 28\,650}{3,14 \times 800}} = 7,15 \text{ cm};$$

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times 29\,150}{3,14 \times 800}} = 7,17 \text{ cm};$$

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \times 30\,600}{3,14 \times 800}} = 7,3 \text{ cm};$$

$$d'_4 = \sqrt[3]{\frac{32 \times 29\,200}{3,14 \times 800}} = 7,19 \text{ cm};$$

$$d''_4 = \sqrt[3]{\frac{32 \times 29\,700}{3,14 \times 800}} = 7,22 \text{ cm}.$$

Se observă că valoarea cea mai mare a diametrului rezultă în baza ipotezei a treia de rupere.

Capitolul IX

FLAMBAJUL BARELOR DREPTE

A. Definiții și formule

1. **Formule importante.** *Sarcina critică de flambaj* a unei bare drepte solicitate la compresiune axială, calculată cu formula lui Euler, este :

$$P_f = \frac{\pi^2 EI_{min}}{l_f^2} \quad (9.1)$$

în care lungimea de flambaj l_f are valorile arătate în tabela 9.1.

Formula lui Euler se aplică numai dacă $\lambda < \lambda_0$, în care λ_0 este dat în tabela 9.2.

Coeфициentul de zveltețe are expresia :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{min}} \quad (9.2)$$

în care i_{min} este raza de inerție minimă a secțiunii.

Efortul unitar critic, după formula lui Euler, are expresia :

$$\sigma_f = \frac{P_f}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (9.3)$$

Forța reală cu care se încarcă o bară care ar putea fi în pericol de flambaj este :

$$P = \frac{P_f}{c} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{cl_f^2} \quad (9.4)$$

în care c este coeficientul de siguranță.

Formulele lui Tetmayer—Iasinski pentru efortul unitar de flambaj σ_f sînt date în tabela 9.2. Ele se aplică numai în cazul $\lambda < \lambda_0$ (fig. 9, a). Valoarea lui σ_f dată de formulele lui Tetmayer—Iasinski se limitează la valoarea lui σ_c al materialului respectiv, dacă formula dă valori superioare acestuia.

În calculul de flambaj al barelor drepte se mai folosește și așa-numita metodă φ . Ea constă în aplicarea formulei :

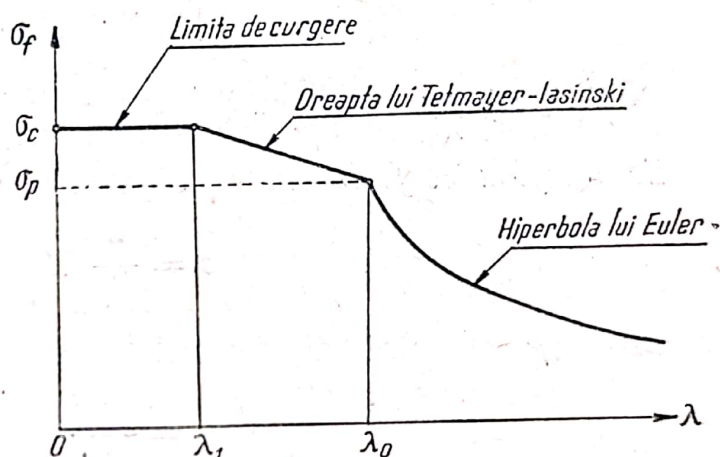


Fig. 9, a

$$\sigma_f = \frac{P}{\varphi A} \quad (9.5)$$

care este asemănătoare celei folosite la solicitarea de întindere (compresiune), cu deosebirea că apare în plus un coeficient φ , ale cărui valori se găsesc în tabele, ca funcții de λ . Din ea derivă trei formule servind la dimensionarea, verificarea și determinarea sarcinii capabile a unui bare supuse la flambaj :

Dimensionare	Verificare	Sarcină capabilă
$A_{nec} \geq \frac{P}{\varphi \sigma_a}$	$\sigma_{af} = \frac{P}{\varphi A_{ef}} \leq \sigma_a$	$P_{cap} = A_{ef} \varphi \sigma_a$

(9.6)

2. Datele și necunoscutele problemelor sînt similare celor din problemele de solicitări simple.

3. Metoda de rezolvare. *Calculul de dimensionare după formulele lui Euler și Tetmayer—Iasinski.*

Se determină momentul de inerție al secțiunii transversale cu formula lui Euler :

$$I_{min} = \frac{Pcl_f^2}{\pi^2 E}. \quad (9.7)$$

Se aleg forma și dimensiunile secțiunii transversale.

Se calculează coeficientul de zveltețe cu formula :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{min}}. \quad (9.8)$$

Dacă $\lambda > \lambda_0$, calculul se oprește aici.

Dacă $\lambda < \lambda_0$, se trece la etapa următoare.

Se verifică coeficientul de siguranță cu formula :

$$c = \frac{\sigma_f}{\sigma_c}, \quad (9.9)$$

în care σ_f este dat de formulele lui Tetmayer—Iasinski, iar

$$\sigma_c = \frac{P}{A}. \quad (9.10)$$

Dacă valoarea lui c este mai mică decât cea impusă inițial, se reface această etapă, mărind prin încercări dimensiunile secțiunii transversale, pînă cînd cele două valori ale lui c sînt foarte apropiate.

Calculul de dimensionare după metoda φ

Se alege un coeficient φ din tabelele 13 sau 14 prin apreciere.

Se dimensionează secțiunea transversală după formule (9.6) :

$$A_{nec} = \frac{P}{\varphi \sigma_a}. \quad (9.11)$$

Se alege forma secțiunii

Se determină raza de inerție a secțiunii și lungimea de flambaj ; se calculează coeficientul de zveltețe λ cu formula (9.2)

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{min}}. \quad (9.12)$$

Pe baza acestui coeficient se caută din nou în tabele valoarea lui φ . Dacă ea nu diferă de cea aleasă inițial, atunci rezultatul este bun.

În caz contrar, se face o nouă încercare, alegînd drept valoare pentru φ media aritmetică a celor două valori, cea aleasă inițial și cea rezultată.

La nevoie, calculul se repetă.

Se verifică efortul unitar de compresiune cu formula (9.5) :

$$\sigma_f = \frac{P}{A} \leq \varphi \sigma_a. \quad (9.13)$$

Calcululele cu ajutorul acestei metode pot fi sistematizate în următoarea tabelă :

Varianta	$\varphi A_{nec} = \frac{P}{\varphi \sigma_a}$ cm ²	Dimensiunile secțiunii cm	i_{min} cm	l_f cm	λ	φ_1	$\sigma = \frac{P}{A}$ kgf/cm ²	$\varphi \sigma_a$ kgf/cm ²
I								
II								

Calculul prin metoda φ se poate efectua și pe cale grafică, cu ajutorul nomogramelor 2, a și 2, b.

Pentru aceasta, se procedează astfel :

- se alege secțiunea, determinîndu-se valoarea lui i_{min} ;
- cu ajutorul lui l_f , care este cunoscut, și al lui i_{min} se determină din nomograma 2,a valorile lui λ și ale lui φ ;
- cu valorile lui φ și A se determină pe nomograma 2,b un punct pe scara ajutătoare I;
- cu ajutorul punctului de pe scara I și al valorii sarcinii de compresiune P , se determină efortul unitar efectiv din bară; în cazul în care acest efort depășește valoarea admisibilă, calculul se repetă.

Metoda grafo-analitică (elaborată de conf. ing. I. Hajdu)

Pentru aplicarea acestei metode se procedează astfel :

- se calculează constanta D cu formula :

$$D = \frac{Pc}{kl_f^2}, \quad (9.14)$$

în care P este sarcina axială de compresiune la care este supusă piesa, c — coeficientul de siguranță, l_f — lungimea de flambaj, iar k — un coeficient dat de formula :

$$k = \frac{A}{i_{min}^2}, \quad (9.15)$$

avînd următoarele valori pentru secțiunile uzuale :

Forma secțiunii	k
Circulară	4π
Pătrată	12
Dreptunghiulară $b \times h$	$12 \frac{h}{b}$

(9.16)

Valoarea lui k rezultă imediat ce ne alegem forma secțiunii.

— Cu valoarea lui D astfel determinată se caută pe diagrama 3 curba care are parametrul D egal cu cel calculat și se determină coordonatele λ și σ_{cr} ale punctului de intersecție al acestei curbe cu curba materialului din care este făcută piesa.

Dacă printre curbele desenate pe această diagramă nu există nici una cu valoarea D calculată de noi, atunci coordonatele punctului de intersecție cu curba materialului se apreciază prin interpolare.

— Cu valoarea lui σ_{cr} obținută din diagramă se determină aria secțiunii din formula :

$$A_{nec} = \frac{Pc}{\sigma_{cr}} \quad (9.17)$$

Cunoscînd totodată forma secțiunii și materialul piesei, dimensionarea este terminată. Domeniul de solicitare al piesei este cunoscut după valoarea lui λ .

Rezolvarea problemelor de dimensionare a elementelor construcțiilor metalice supuse la flambaj (macarale, stâlpi, turnuri) se face pe baza normelor de calcul pentru construcții metalice.

Pentru construcții metalice, STAS 764—49 precizează valoarea coeficientului de siguranță în domeniul flambajului elastic pentru OL 38, material folosit curent în construcții metalice : $c = 2,4$ pentru $\lambda > 105$.

Pentru valori ale coeficientului de zveltețe $\lambda < 20$ se face numai un calcul la compresiune.

Coeficientul de siguranță pentru $\lambda < 20$ are valoarea

$$c = \frac{\sigma_c}{\sigma_{af}} = \frac{2400}{1400} = 1,714.$$

Variația efortului unitar critic de flambaj al rezistenței admisibile la flambaj, a coeficientului φ și a coeficientului de siguranță c este arătată în figura 9, b conform STAS 764—49.

După cum se vede din această figură, rezistența admisibilă la flambaj σ_{af} este o mărime variabilă și de aceea coeficientul de flambaj se definește astfel :

$$\varphi = \frac{\sigma_{af}}{\sigma_a} < 1.$$

Pentru dimensionarea elementelor construcțiilor metalice se aplică metoda

$$\sigma_{ef} = \frac{P}{\varphi A} \leq \sigma_a,$$

în care σ_a este rezistența admisibilă la compresiune și are valoarea $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$.

Se pot utiliza de asemenea nomogramele 2, a și 2, b.

Problemele de verificare și determinare a sarcinii critice sînt în general mai simple decît problemele de dimensionare ; în acest caz, dimensiunile secțiunii transversale fiind cunoscute, se calculează mai întîi coeficientul de zveltețe λ și apoi se aplică formula corespunzătoare, după cum $\lambda \geq \lambda_0$.

B. Probleme

9.1. Să se dimensioneze un stîlp de oțel avînd secțiunea pătrată, articulată la ambele capete, care este solicitat la compresiune axială.

Se dă :

- sarcina de compresiune $P = 1,8 \text{ tf}$;
- lungimea stîlpului $l = 3,5 \text{ m}$;
- coeficientul de siguranță $c = 6$;
- modulul de elasticitate longitudinală $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- latura pătratului secțiunii transversale a .

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă de dimensionare la flambaj ; se folosește formula lui Euler.

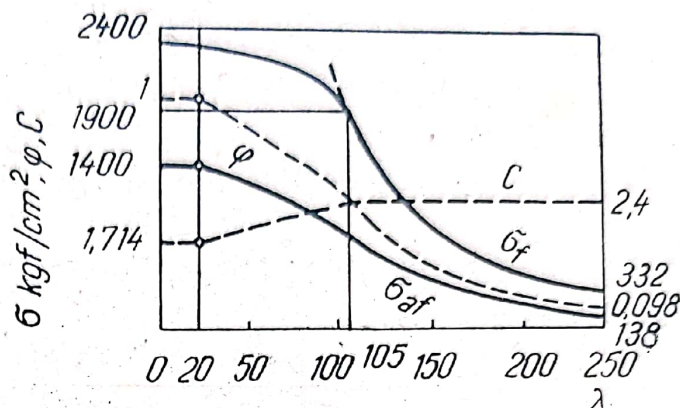


Fig. 9, b

Dimensionarea secțiunii transversale

Se aplică formula (9.7) :

$$I = \frac{Pcl_f^2}{\pi^2 E}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$P = 1\,800 \text{ kgf},$$

$$c = 6,$$

$$l_f = l = 350 \text{ cm (bară dublu articulată, cazul II, tabela 9.1)}$$

$$E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (oțel)},$$

se obține :

$$I = \frac{1\,800 \times 6 \times 350^2}{3,14^2 \times 2,1 \times 10^6} = 636 \text{ cm}^4.$$

Secțiunea fiind pătrată :

$$I = \frac{a^4}{12} = 636 \text{ cm}^4,$$

de unde rezultă latura pătratului :

$$a = \sqrt[4]{12 \times 636} = 9,35 \text{ cm}.$$

Verificarea coeficientului de zveltețe

Pentru ca dimensiunile obținute pe baza formulei lui Euler să fie definitive, trebuie ca $\lambda > \lambda_0$.

Coeficientul de zveltețe este dat de formula (9.2) :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{min}}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$l_f = l = 350 \text{ cm},$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{636}{9,35^2}} = 2,7 \text{ cm},$$

se obține :

$$\lambda = \frac{350}{2,7} = 130 > 105 \text{ (v. tabela 9.2 pentru OL 38)}.$$

Deoarece $\lambda > \lambda_0$ (pentru oțel), formula lui Euler a fost bine aplicată și dimensiunea $a = 9,35 \text{ cm}$ rămîne definitivă.
Se ia :

$$a = 10 \text{ cm}.$$

9.2. Un stîlp din lemn folosit la susținerea unei platforme pe un șantier este încastrat la un capăt și liber la celălalt; stîlpul este supus la compresiune axială.

Se dă :

- secțiunea stîlpului $b \times h = 10 \times 15 \text{ cm}^2$;
- lungimea $l = 5 \text{ m}$;
- modulul de elasticitate longitudinală $E = 10^5 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- sarcina critică de flambaj P_f .

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă de determinarea sarcinii critice. Dimensiunile stîlpului fiind cunoscute, se calculează mai întâi coeficientul de zvelteță, pentru a se vedea care dintre formule, Euler sau Tetmayer-Iasinski, trebuie aplicată pentru determinarea sarcinii critice.

Calculul coeficientului de zvelteță

Se aplică formula (9.2) :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{min}},$$

în care :

$$l_f = 2l = 2 \times 500 = 1\,000 \text{ cm (v. tabela 9.1),}$$

$$I_{min} = \frac{hb^3}{12} = \frac{15 \times 10^3}{12} = 1\,250 \text{ cm}^4,$$

$$A = 10 \times 15 = 150 \text{ cm}^2,$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{1\,250}{150}} = 2,9 \text{ cm},$$

și deci :

$$\lambda = \frac{2 \times 500}{2,9} = 344 > 100 \text{ (v. tabela 9.2 pentru lemn).}$$

Deoarece $\lambda > \lambda_0$ (pentru lemn), sarcina critică se calculează prin aplicarea formulei lui Euler (9.1) :

$$P_f = \frac{\pi^2 EI_{min}}{l_f^2}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$P_f = \frac{3,14^2 \times 10^3 \times 1\,250}{1\,000^2} = 1\,240 \text{ kgf.}$$

Efortul unitar de compresiune pentru sarcina critică este, după formula (9.3) :

$$\sigma = \frac{P_f}{A} = \frac{1\,240}{150} = 8,26 \text{ kgf/cm}^2.$$

9.3. Să se dimensioneze o bară dreaptă de lemn de secțiune circulară supusă la compresiune axială, articulată la extremități.

Se dă :

- lungimea barei $l = 4,5 \text{ m}$;
- forța de compresiune $F = 30 \text{ tf}$;
- rezistența admisibilă $\sigma_a = 100 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- diametrul secțiunii transversale d .

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă de dimensionare la flambaj ; pentru aceasta se va folosi metoda φ .

Alegerea coeficientului φ .

Se consideră o valoare oarecare a lui φ , și anume :

$$\varphi = 0,5.$$

Dimensionarea secțiunii transversale

Pentru aceasta se folosește formula (9.6) :

$$A_{nec} = \frac{F}{\varphi \sigma_a}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$F = 30\,000 \text{ kgf} ; \varphi = 0,5 ;$$

$$\sigma_a = 100 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (lemn),}$$

se obține :

$$A_{nec} = \frac{30\,000}{0,5 \times 100} = 600 \text{ cm}^2.$$

Deoarece în enunț este dată formula secțiunii (circulară), nu mai trebuie s-o alegem noi; determinăm diametrul:

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 600}{3,14}} = 27,64 \text{ cm.}$$

Verificarea coeficientului φ

a) Raza de inerție a secțiunii se calculează cu formula:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}.$$

Deoarece pentru secțiunea circulară:

$$I = \frac{\pi d^4}{64}; \quad A = \frac{\pi d^2}{4},$$

înlocuind mai sus, rezultă că:

$$i = \frac{d}{4} = \frac{27,64}{4} = 6,92 \text{ cm.}$$

b) Lungimea de flambaj este:

$$l_f = l = 450 \text{ cm (dată în enunț),}$$

deoarece bara este dublu articulată (tabela 9.1, cazul II).

d) Coeficientul de zveltețe se calculează cu formula (9.2):

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{min}} = \frac{450}{6,92} = 65.$$

Pe baza acestui coeficient de zveltețe, se găsește în tabela 14:

$$\varphi_1 = 0,66.$$

Din cauza diferenței mari dintre valorile lui φ și φ_1 , se reface calculul în aceleași etape:

Alegerea coeficientului φ

Se consideră pentru φ valoarea:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi + \varphi_1}{2} = \frac{0,5 + 0,66}{2} = 0,58.$$

Dimensionarea secțiunii transversale

Pentru aceasta se folosește formula (9.6):

$$A_{nec} = \frac{F}{\varphi \sigma_a} = \frac{30\,000}{0,58 \times 100} = 518 \text{ cm}^2.$$

Diametrul secțiunii rezultă din formula :

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 518}{3,14}} = 25,7 \text{ cm.}$$

Verificarea coeficientului φ

a) Raza de inerție este :

$$i = \frac{d}{4} = \frac{25,7}{4} = 6,43 \text{ cm.}$$

b) Lungimea de flambaj este aceeași :

$$l_f = l = 450 \text{ cm.}$$

c) Coeficientul de zvelteță este :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{\min}} = \frac{450}{6,43} = 70.$$

Pe baza acestui coeficient, se găsește în tabela 14 :

$$\varphi_3 = 0,61.$$

Se consideră rezultatul ca fiind bun și se alege :

$$d = 26 \text{ cm.}$$

Verificarea efortului unitar de compresiune

Pentru aceasta se folosește formula :

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \sigma_a.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$F = 30\,000 \text{ kgf}; \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \times 26^2}{4} = 530 \text{ cm}^2,$$

$$i = \frac{d}{4} = \frac{26}{4} = 6,5; \quad \lambda = \frac{l_f}{i_{\min}} = \frac{450}{6,5} = 69,$$

$$\varphi = 0,61; \quad \sigma_a = 100 \text{ kgf/cm}^2,$$

se obține :

$$\sigma_c = \frac{30\,000}{530} = 56,5 \text{ kgf/cm}^2 < 0,61 \times 100 = 61 \text{ kgf/cm}^2.$$

Tabela de calcul pentru acest exemplu este următoarea :

Varianta	φ	$A_{nec} = \frac{F}{\varphi \sigma_a}$ cm ²	Dimensiunile secțiunii cm (diametrul)	i_{min} cm	l_f cm	λ	φ_1	$\sigma = \frac{F}{A}$ kgf/cm ²	$\varphi \sigma_a$ kgf/cm ²
I	0,5	600	27,64	6,92	450	65	0,66	—	—
II	0,58	518	25,7 (ales 26)	6,43	450	70	0,61	56,5	61

9.4. Bara AB a unei turle de foraj este supusă la compresiune, datorită acțiunii vîntului asupra turlei. Se cere să se dimensioneze această bară la flambaj, considerînd-o ca fiind articulată la ambele capete (fig. 9.4). Bara se va construi din oțel cornier cu aripi egale.

Se dă :

- sarcina de compresiune datorită acțiunii vîntului $P = 4\,800$ kgf ;
- lungimea barei $l = 3$ m ;
- rezistența admisibilă OL 38 $\sigma_a = 1\,400$ kgf/cm².

Se cere :

- numărul cornierului după STAS 424—49 (tabela 15)

Rezolvare.

Vom folosi metoda φ , efectuînd un calcul grafic pe nomogramele 2, a și 2, b.

Pentru aceasta vom alege inițial un profil L 70 × 70 × 9 ; din tabela 15 deducem caracteristicile acestui profil :

$$i_x = i_y = 2,1 \text{ cm},$$

$$A = 11,9 \text{ cm}^2.$$

Deoarece bara se consideră dublu articulată, lungimea de flambaj este egală cu lungimea barei (tabela 9.1, cazul II) :

$$l_f = l = 300 \text{ cm}.$$

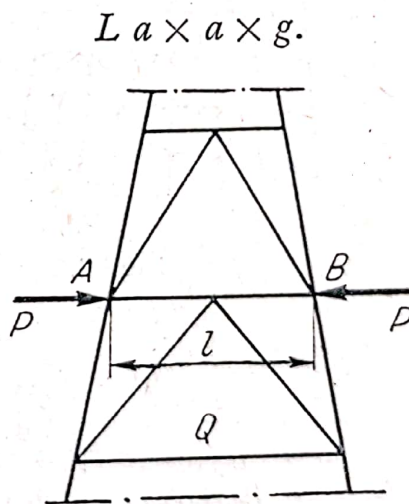


Fig. 9.4

Din nomograma 2,a punînd pe scara i valoarea 2,1 cm și pe scara l_f valoarea 300 cm și unindu-le cu o dreaptă, găsim la intersecția acestei drepte cu scara λ , φ valorile acestor două mărimi :

$$\lambda = 142, \varphi = 0,314.$$

Bara este solicitată deci în domeniul elastic ($\lambda > 100$). Valoarea lui φ astfel găsită o așezăm pe scara φ a nomogramei 2,b. Pe aceeași diagramă așezăm pe scara A valoarea 11,9 a ariei secțiunii cornierului ales. Unind aceste două puncte obținem la intersecție cu scara I un al treilea punct. Unind acest punct cu punctul din dreptul valorii 4 800 kgf al forței care solicită bara așezată pe scara P și prelungind dreapta astfel obținută, la intersecția acestei drepte cu scara σ citim valoarea :

$$\sigma_{ef} = 1\,300 \text{ kgf/cm}^2.$$

Cum $\sigma_{ef} < \sigma_a$ ($\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$), rezultă că profilul a fost bine ales. În caz contrar, se repetă calculul.

9.5. Să se dimensioneze tija filetată a unui vinciu. Tija se va dimensiona la flambaj, considerînd-o încastrată la un capăt și liberă la celălalt (fig. 9.5).

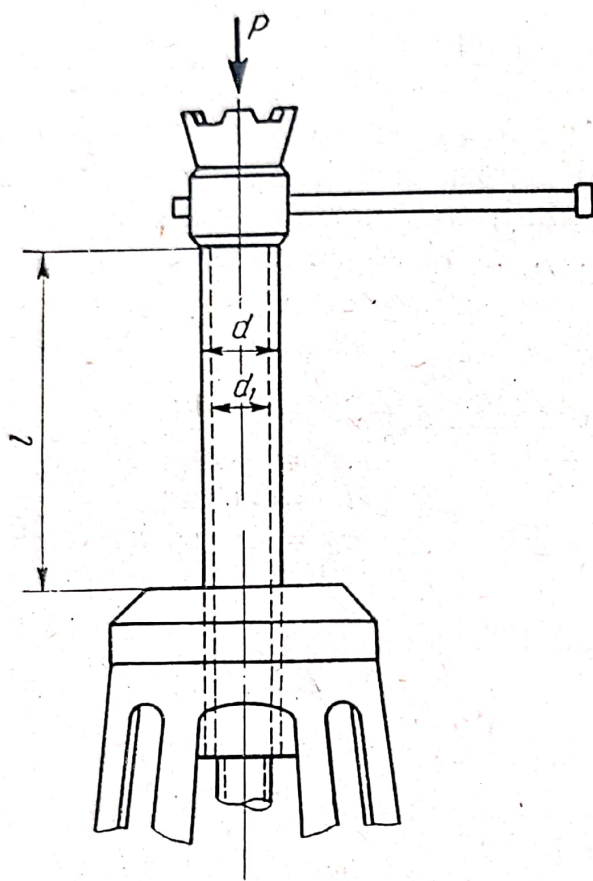


Fig. 9.5

Se dă :

- sarcina maximă de ridicare
- lungimea tijei filetate, cuprinsă între capătul superior și batiu la înălțimea maximă de ridicare
- materialul tijei
- coeficientul de siguranță

$$P = 6\,000 \text{ kgf};$$

$$l = 800 \text{ mm};$$

$$\text{OL } 50;$$

$$c = 4.$$

Se cere :

- diametrul interior al tijei

$$d_1.$$

Rezolvare.

Vom folosi metoda grafo-analitică (diagrama 3); pentru aceasta va trebui să calculăm valoarea constantei D . Avem: lungimea de flambaj (după tabela 9.1, cazul 1)

$$l_f = 2l = 2 \times 80 = 160 \text{ cm};$$

coeficientul de profil pentru secțiunea circulară are valoarea [formulele (9.16)]:

$$k = 4\pi.$$

Cu aceasta, aplicînd formula (9.14), avem:

$$D = \frac{PC}{kl_f^2} = \frac{6000 \times 4}{4\pi \times 160^2} \approx 0,075.$$

Cu această valoare ne ducem pe diagrama 3 și constatăm că curba cu parametrul $D = 0,075$ se află între curbele cu parametrii $D' = 0,07$ și $D'' = 0,08$. Punctul de intersecție a acestei curbe cu curba materialului OL 50 (curba 2), apreciat cu suficientă exactitate, este:

$$\lambda = 120, \sigma_{cr} = 1240 \text{ kgf/cm}^2.$$

Rezultă deci că tija este solicitată în domeniul elastic.

Folosind formula (9.17), secțiunea netă a tije filetate rezultă:

$$A_{nec} = \frac{PC}{\sigma_{cr}} = \frac{\pi d_1^2}{4},$$

de unde:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4PC}{\pi \sigma_{cr}}};$$

înlocuind valorile numerice obținem:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \times 6000 \times 4}{3,14 \times 1240}} \approx 5 \text{ cm} = 50 \text{ mm}.$$

9.6. Să se dimensioneze tija pistonului unei mașini cu abur cu dublă acțiune, considerată dublu articulată, din OLC 35 îmbunătățit (fig. 9.6).

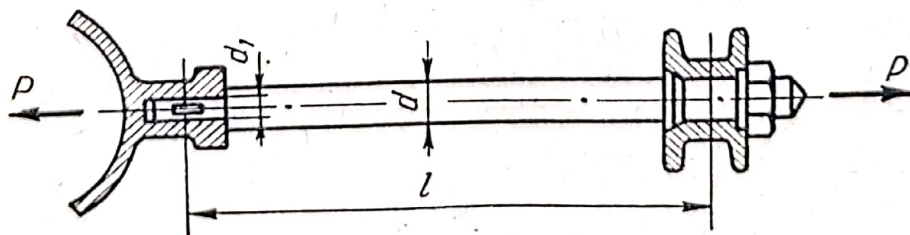


Fig. 9.6

Se dă :

- diametrul interior al cilindrului $D = 400 \text{ mm}$;
- presiunea maximă în cilindru $p = 12 \text{ kgf/cm}^2$;
- lungimea tijei pistonului $l = 1\,200 \text{ mm}$;
- coeficientul de siguranță la flambaj $c = 8$.

Se cere :

- diametrul tijei d .

Rezolvare.

Vom folosi metoda grafo-analitică (diagrama 3) ; pentru aceasta va trebui să calculăm valoarea constantei D . Avem : lungimea de flambaj (după tabela 9.1, cazul 2)

$$l_f = l = 120 \text{ cm} ;$$

coeficientul de profil pentru secțiunea circulară are valoarea [formulele (9.16)] :

$$k = 4\pi ;$$

valoarea sarcinii de compresiune este :

$$P = \frac{\pi D^2}{4} p = \frac{\pi \times 40^2}{4} \times 12 = 15\,100 \text{ kgf.}$$

Cu aceasta aplicînd formula (9.14), avem :

$$D = \frac{PC}{kl_f^2} = \frac{15\,100 \times 8}{4\pi \times 120^2} = 0,67.$$

Cu această valoare ne ducem pe diagrama 3 și constatăm că curba cu parametrul $D = 0,67$ se află între curbele cu parametrii $D' = 0,6$ și $D'' = 0,7$. Punctul de intersecție a acestei curbe cu curba materialului OLC 35 îmbunătățit (curba 4) se apropimează la :

$$\lambda = 69, \sigma_{cr} = 3\,140 \text{ kgf/cm}^2.$$

Rezultă că tija pistonului este solicitată în domeniul elasto-plastic.

Folosind formula (9.17), secțiunea netă a tijei este :

$$A_{nec} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{P \times c}{\sigma_{cr}},$$

de unde :

$$d = \sqrt{\frac{4 P \times c}{\pi \sigma_{cr}}}.$$

Înlocuind valorile numerice obținem :

$$d = \sqrt{\frac{4 \times 15\,100 \times 8}{\pi \times 3\,140}} = 7 \text{ cm} = 70 \text{ mm}.$$

Observație. În secțiunile periculoase tija trebuie verificată la solicitări variabile (v. capitolul XIII).

9.7. Să se dimensioneze secțiunea unui stâlp sudat, încastrat la capete, alcătuit din două profiluri U (fig. 9.7). Se va considera că plăcuțele care leagă ramurile stâlpului asigură o rigiditate perfectă a secțiunii.

Se dă:

- înălțimea stâlpului $l = 5 \text{ m}$;
- sarcina $P = 48 \text{ tf}$;
- valoarea maximă a coeficientului de zvelteță pe fiecare parte a stâlpului $\lambda = 40$;
- rezistența admisibilă $\sigma_a = 1\,600 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- dimensiunile profilului U după STAS 564—49 $2 \times Uh$.

Rezolvare.

Stâlpul se va dimensiona la flambaj, folosind metoda φ . Pentru dimensionare se va considera drept moment de inerție minim I_z , deoarece momentul de inerție I_y depinzând de distanța dintre profilele U, există totdeauna posibilitatea de a asigura $I_y > I_z$.

Alegerea coeficientului

În prima aproximație se consideră :

$$\varphi = 0,5.$$

Determinarea secțiunii transversale

Pentru aceasta se aplică formula (9.6) :

$$A_{nec} = \frac{P}{\varphi \sigma_a}.$$

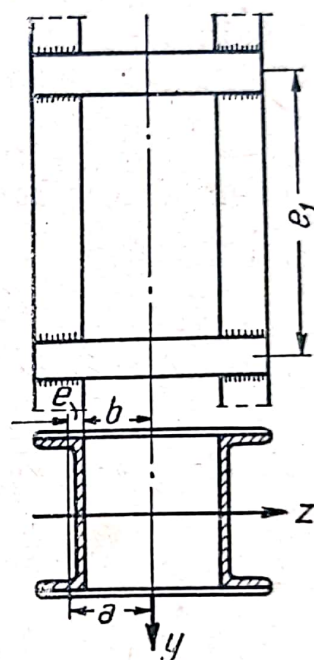


Fig. 9.7

Înlocuind valorile numerice :

$$P = 48\,000 \text{ kgf}; \quad \varphi = 0,5;$$

$$\sigma_a = 1\,600 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (oțel),}$$

se obține :

$$A_{nec} = \frac{48\,000}{0,5 \times 1\,600} = 60 \text{ cm}^2.$$

Se aleg din STAS 564—49 (tabela 17) două profiluri U 20, avînd :

$$A = 2 \times 32,2 = 64,4 \text{ cm}^2$$

$$i_z = 7,70 \text{ cm}^*.$$

Verificarea coeficientului φ

Întrucît

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{min}},$$

înlocuind valorile numerice :

$$l_{fz} = \frac{l}{2} = \frac{500}{2} = 250 \text{ cm (stîlpul este dublu încastrat)}$$

$$i_{min} = i_z = 7,70 \text{ cm (din tabela 17),}$$

se obține :

$$\lambda = \frac{250}{7,70} = 32,4.$$

În tabela 13, coeficientului de zvelteță obținut îi corespunde :

$$\varphi_1 = 0,942.$$

Alegerea coeficientului φ

Se consideră pentru a doua aproximație :

$$\varphi_2 = 0,80.$$

Determinarea secțiunii transversale

Se folosește formula :

$$A_{nec} = \frac{P}{\varphi \sigma_a} = \frac{48\,000}{0,8 \times 1\,600} = 37,5 \text{ cm}^2.$$

* Raza de inerție a întregii secțiuni este aceeași cu a unui singur profil, deoarece ea se calculează cu formula :

$$i'_z = \sqrt{\frac{2 I_z}{2A}} = i_z.$$

Se aleg din STAS 564—49 (tabela 17) două profiluri U 14, avînd :

$$A = 2 \times 20,4 = 40,8 \text{ cm}^2, \\ i_z = 5,45 \text{ cm}.$$

Verificarea coeficientului φ

Avem :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{\min}} = \frac{250}{5,45} = 45,8.$$

Acestui coeficient de zvelteță îi corespunde :

$$\varphi_2 = 0,88.$$

Alegerea coeficientului φ

Se consideră pentru a treia aproximație :

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{0,8 + 0,88}{2} = 0,84.$$

Determinarea secțiunii transversale

$$A_{nec} = \frac{P}{\varphi \sigma_a} = \frac{48\,000}{0,84 \times 1\,600} = 35,8 \text{ cm}^2.$$

Se aleg din STAS 564—49 (tabela 17) două profiluri U 12, avînd :

$$A = 2 \times 17 = 34 \text{ cm}^2, \\ i_z = 4,62 \text{ cm}.$$

Calculul coeficientului φ

Avem :

$$\lambda = \frac{l_f}{i_{\min}} = \frac{250}{4,62} = 54.$$

Acestui coeficient îi corespunde :

$$\varphi = 0,844.$$

Se consideră dimensiunile definitive.

Calculul distanței dintre profiluri

Pentru a asigura $I_z = I_y$, se calculează distanța cu formula :

$$2I_z = 2I_y = 2(I_{y_1} + a^2 A),$$

de unde :

$$a = \sqrt{\frac{I_z - I_{y_1}}{A}}.$$

Înlocuind valorile numerice (din tabela 17, pentru U 12) :

$$I_z = 364 \text{ cm}^4; \quad I_{y_1} = 43,2 \text{ cm}^4; \quad A = 17 \text{ cm}^2,$$

se obține :

$$a = \sqrt{\frac{364 - 43,2}{17}} = 4,35 \text{ cm}.$$

Distanța b este :

$$b = a - e.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$a = 4,35 \text{ cm},$$

$$e = 1,6 \text{ cm (din tabela 17, pentru U 12)}$$

se obține :

$$b = 2,75 \text{ cm}.$$

Calculul distanței e dintre plăcuțele de consolidare

Această distanță rezultă din condiția impusă în enunț ca pentru fiecare parte a stîlpului coeficientul de zveltețe să nu fie mai mare decît 40, deci :

$$\frac{e}{i_{min}} \leq 40$$

sau

$$e \leq 40 i_{min}.$$

Înlocuind valoarea lui i_{min} pentru un singur profil U, după tabela 17:

$$e \leq 40 \times 1,59 = 63,9 \text{ cm}$$

și alegem :

$$e = \frac{l}{10} = 50 \text{ cm}.$$

Capitolul X

SOLICITĂRI PRIN FORȚE DE INERȚIE

A. Definiții și formule

1. **Formule importante.** Expresia *forței de inerție* a unui punct M , de masă m , supus accelerației a , este (fig. 10, a) :

$$\boxed{\bar{F}_i = - m \bar{a}.} \quad (10.1)$$

Ea are deci mărimea $m\bar{a}$ și este dirijată în sens contrar accelerației $\bar{a}$.

Expresia forței de inerție a unui punct M , de masă m , aflat în mișcare circulară (fig. 10, b), cu viteza unghiulară ω constantă pe cercul de rază r , este :

$$\boxed{\bar{F}_i = mr\omega^2.} \quad (10.2)$$

Ea are direcția razei și este îndreptată către exteriorul cercului.

Expresia *principiului lui d'Alembert* : dacă asupra unui

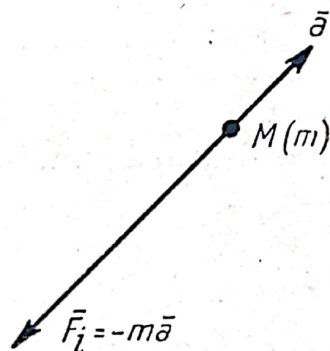


Fig. 10, a

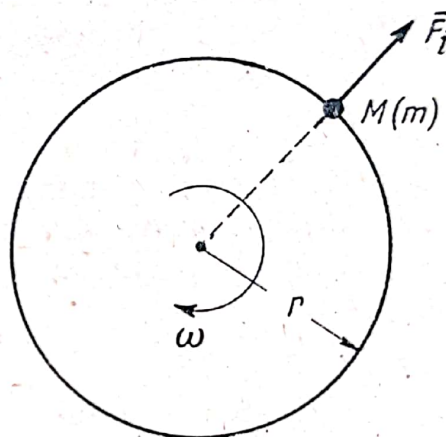


Fig. 10, b

corp aflat în mișcare se aplică forțele $\bar{F}$, reacțiunile $\bar{R}$ și forțele de inerție $\bar{F}_i$, acestea își fac echilibru fictiv dinamic :

$$\boxed{\Sigma \bar{F} + \Sigma \bar{R} + \Sigma \bar{F}_i = 0} \quad (10.3)$$

Acestea sînt formulele de bază care trebuie reținute ; ele aparțin în întregime mecanicii. Formule noi de rezistență nu vor apărea, solicitările fiind cele cunoscute.

2. Datele și necunoscutele problemelor. În general se cunoaște mișcarea și se cere să se dimensioneze sau să se verifice piesa respectivă ; în anumite probleme se pot da dimensiunile și materialul piesei, cerîndu-se accelerația pe care este capabilă s-o suporte piesa.

3. Metoda de rezolvare. Ordinea de calcul al barelor supuse la solicitări prin forțe de inerție este în general următoarea :

Se calculează accelerațiile și apoi forțele de inerție ale punctelor barei ; aceasta se efectuează observînd la ce mișcare este

supusă bara (translație, rotație, mișcare plan-paralelă etc.) și aplicînd formulele de mai sus.

Se stabilesc forțele exterioare date, care acționează bara; acestea, împreună cu forțele de inerție și cu reacțiunile legăturilor formează încărcarea barei considerate. Dacă piesa este supusă la accelerații mari, anumite forțe exterioare, cum ar fi greutatea, se neglijează în raport cu forțele de inerție.

Se scriu ecuațiile de echilibru fictiv dinamic $\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$ (ecuațiile principiului lui d'Alembert), izolînd o anumită porțiune din bară; cu ajutorul lor se determină forța interioară sau cuplul în secțiunea considerată.

Se determină efortul unitar în secțiunea considerată (sau în secțiunea cea mai solicitată), aplicînd formula corespunzătoare solicitării barei (întindere, încovoiere etc.).

B. Probleme

10.1. Să se determine efortul unitar care ia naștere într-un cablu de ascensor, care ridică o sarcină în mișcare uniform accelerată (în perioada de demaraj). Se va ține seama și de masa cablului.

Se dă :

- | | |
|---|----------------------------------|
| — valoarea sarcinii | $P = 3,2 \text{ tf};$ |
| — lungimea cablului | $l = 11 \text{ m};$ |
| — aria secțiunii cablului | $A = 3,1 \text{ cm}^2;$ |
| — greutatea specifică a materialului cablului | $\gamma = 7,8 \text{ kgf/cm}^3;$ |
| — accelerația de ridicare | $a = 5 \text{ m/s}.$ |

Se cere :

- efortul unitar efectiv în materialul cablului σ_{max} .

Rezolvare.

Stabilirea accelerațiilor și a forțelor de inerție

Se va izola din cablu o anumită porțiune (fig. 10.1); datorită faptului că atît cablul cît și sarcina pe care o ridică ascensorul se află în mișcare de translație, toate punctele cablului și sarcina au aceeași accelerație a . Forțele de inerție, egale cu produsul dintre masele corpurilor considerate și accelerația a , sînt în număr de două :

- forța de inerție a sarcinii $P : \frac{P}{g} a;$
- forța de inerție a cablului : $\frac{\gamma}{g} A l a.$

Stabilirea forțelor exterioare (forțe date și reacțiuni)

Asupra sistemului format din porțiunea de cablu considerată și asupra sarcinii P mai acționează următoarele forțe exterioare :

- greutatea sarcinii, P ;
- greutatea proprie a cablului ; γAl ;
- tensiunea din cablu N .

Tensiunea maximă din cablu ia naștere în extremitatea sa superioară.

Direcțiile și sensurile tuturor forțelor sînt arătate în figura 10.1.

Scrierea ecuațiilor de echilibru (principiul lui d'Alembert).

Se scrie o singură ecuație de echilibru : ecuația de proiecții pe verticală

$$(\sum Y = 0) \quad N - \frac{P}{g} a - \gamma Al - \frac{\gamma}{g} Ala - P = 0.$$

De aici se deduce valoarea lui N :

$$N = (P + \gamma Al) \left(1 + \frac{a}{g} \right).$$

Determinarea efortului unitar

Cablul fiind supus la întindere, efortul unitar maxim este :

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} = \frac{P + \gamma Al}{A} \left(1 + \frac{a}{g} \right).$$

Pentru datele numerice din enunț se obține :

$$\sigma_{\max} = \frac{3\,200 + 0,0078 \times 3,1 \times 1\,100}{3,1} \left(1 + \frac{500}{981} \right) = 1\,570 \text{ kgf/cm}^2.$$

10.2. O bară prismatică se află în poziție orizontală pe niște rulouri pe care se poate deplasa fără frecare (fig. 10.2) ; în capătul din dreapta al barei se aplică o forță concentrată, dirijată orizontal spre dreapta. Sub acțiunea acestei forțe de mărime constantă, bara se va deplasa accelerat spre dreapta, fiind supusă la întindere.

Se dă :

- lungimea barei

$$l = 1,2 \text{ m} ;$$

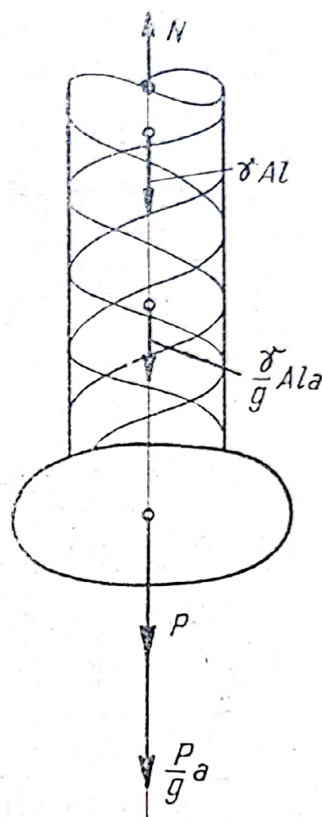


Fig. 10.1

- greutatea specifică a materialului barei (oțel)
- aria secțiunii transversale
- valoarea forței care soliciță bara
- distanța x

$$\begin{aligned}\gamma &= 7,8 \text{ kgf/dm}^3; \\ A &= 1,8 \text{ cm}^2; \\ P &= 250 \text{ kgf}; \\ x &= 1 \text{ m}.\end{aligned}$$

Se cere :

- valoarea efortului unitar de întindere în secțiunea situată la distanța x de capătul din stînga σ .

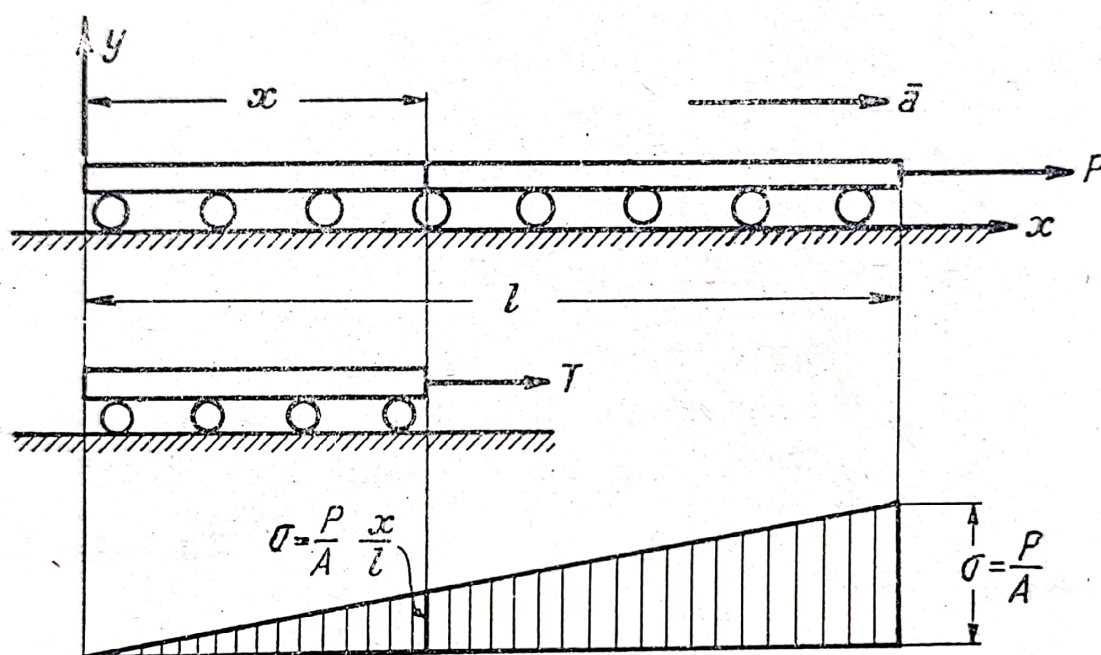


Fig. 10.2

Rezolvare.

Stabilirea accelerațiilor și a forțelor de inerție

Porțiunea de bară de lungime x aflîndu-se în mișcare de translație, toate punctele sale au aceeași accelerație a ; forța de inerție a sa este egală cu produsul dintre masa porțiunii și accelerația sa și este dirijată invers accelerației.

Masa porțiunii de bară considerată este :

$$m = \frac{\gamma}{g} A x$$

(masa specifică $\frac{\gamma}{g}$ înmulțită cu volumul Ax al porțiunii).

Forța de inerție căutată va avea deci expresia :

$$F_i = \frac{\gamma}{g} A x a.$$

Stabilirea forțelor exterioare (forțe date și reacțiuni)

Asupra porțiunii de bară considerate mai acționează următoarele forțe :

- greutatea proprie (vertical în jos) ;
- reacțiunile rulourilor (vertical în sus) ;
- tensiunea de legătură a barei cu cealaltă porțiune.

Primele două categorii de forțe nu intră în preocuparea noastră, deoarece ele își fac echilibru, neinfluențând valoarea tensiunii din bară.

Scrierea ecuațiilor de echilibru (principiul lui d'Alembert)

Ecuația de echilibru fictiv dinamic proiectată pe orizontală este :

$$(\Sigma X = 0) \quad T - F_i = 0,$$

sau, înlocuind valoarea lui F_i găsită mai sus obținem pe T :

$$T = \frac{\gamma}{g} A x a.$$

Dacă se consideră acum întreaga bară, forța T devine P , iar x devine l , restul mărimilor (γ , g , A) rămânând neschimbate ; se poate deci scrie pentru cazul secțiunii din extremitatea dreaptă când $x = l$ și $T = P$:

$$P = \frac{\gamma}{g} A l a.$$

Dacă se împart acum una la alta aceste ultime două relații, se obține :

$$T = P \frac{x}{l}.$$

Determinarea efortului unitar

Bara este solicitată la întindere ; efortul unitar căutat va fi deci :

$$\sigma = \frac{T}{A} = \frac{P}{A} \cdot \frac{x}{l}.$$

Din această relație se vede că efortul unitar din bară variază liniar (proporțional cu x), fiind nul în capătul din stînga (pentru $x = 0$, $\sigma = 0$) și maxim în capătul din dreapta (pentru $x = l$, $\sigma = \frac{P}{A}$) .

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$\sigma = \frac{250}{1,8} \times \frac{1}{1,2} = 116 \text{ kgf/cm}^2.$$

10.3. La o mașină rotativă există o tijă DE (fig. 10.3, a), care susține o greutate E aflată în mișcare de rotație în jurul axului vertical. Să se verifice tija DE .

Se dă :

- dimensiunile secțiunii tijei $h \times b = 22 \times 46 \text{ mm}^2$;
- distanța greutății pînă la axa de rotație $e = 18 \text{ cm}$;
- lungimea tijei $l = 55 \text{ cm}$;
- turația tijei $n = 250 \text{ rot/min}$;
- rezistența admisibilă $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- valoarea efortului unitar maxim în tijă σ_{max} ;
- valoarea efortului unitar minim în tijă σ_{min} .

Rezolvare.

Stabilirea accelerațiilor și a forțelor de inerție

Se va neglija masa barelor; accelerația greutății E este :

$$A = e\omega^2,$$

deoarece ea poate fi considerată un punct material care descrie un cerc de rază e , cu viteza unghiulară constantă ω .

Forța de inerție corespunzătoare este :

$$F_i = me\omega^2,$$

avînd orientarea din figura 10.3, a .

Înlocuind valorile numerice, se obține :

- viteza unghiulară a regulatorului :

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \times 250}{30} = 26,2 \text{ rad/s};$$

- forța de inerție a bilei E :

$$F_i = \frac{P}{g} e\omega^2 = \frac{12}{981} \times 18 \times 26,2^2 = 151 \text{ kgf}.$$

Stabilirea forțelor exterioare date și a reacțiunilor

Asupra porțiunii de bară DE , considerată ca fiind încastrată în D , mai acționează (fig. 10.3, b) :

- greutatea P ;
- reacțiunile H_D , V_D , și M_D .

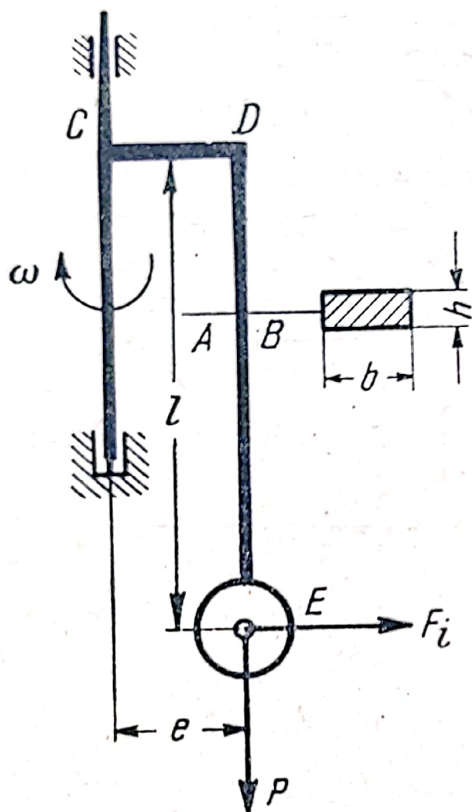


Fig. 10.3, a

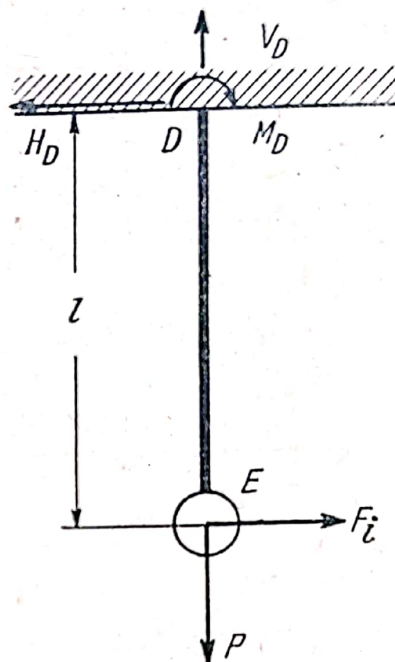


Fig. 10.3, b

Scrierea ecuațiilor de echilibru (principiul lui d'Alembert)

Avem :

$$(\sum X = 0) \quad F_i - H_D = 0,$$

$$(\sum Y = 0) \quad P - V_D = 0,$$

$$(\sum M_D = 0) \quad F_i l - M_D = 0,$$

de unde, înlocuind și valorile numerice, deducem :

$$H_D = F_i = 150 \text{ kgf},$$

$$V_D = P = 12 \text{ kgf},$$

$$M_D = F_i l = 150 \times 55 = 8\,250 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Verificarea efortului unitar

Bara DE este supusă unei solicitări compuse : întinderea provocată de forța P și încovoierea provocată de forța F_i (se neglijează forfecarea produsă de forța F_i). Variația eforturilor

unitare este arătată în figura 10.3, c. Secțiunea cea mai solicitată este secțiunea din punctul D, unde momentul încovoietor are valoarea maximă.

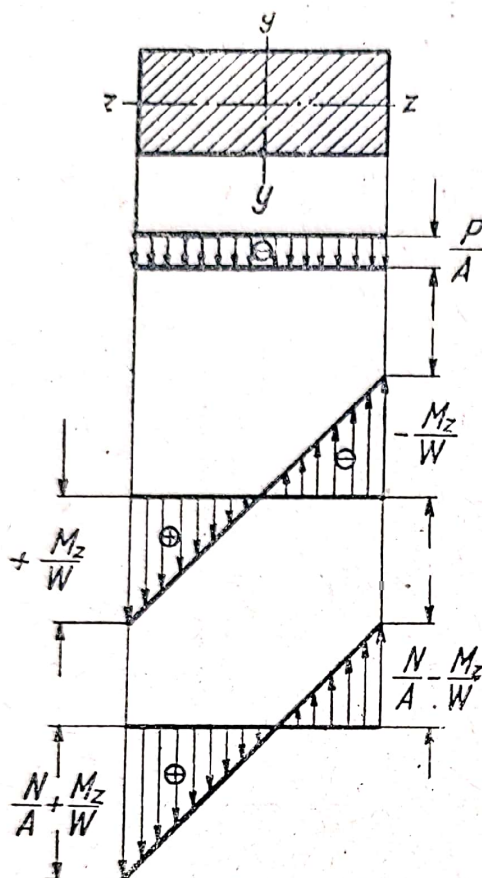


Fig. 10.3, a

Pentru verificare se folosește formula (8.1) :

$$\sigma_{ef} = \frac{N}{A} + \frac{M_z}{W},$$

în care :

$$N = P = 12 \text{ kgf}$$

$$A = bh = 4,6 \times 2,2 = 10,12 \text{ cm}^2,$$

$$M_z = M_D = 8240 \text{ kgf} \cdot \text{cm},$$

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{4,6 \times 2,2^2}{6} = 3,7 \text{ cm}^3.$$

Cu aceste valori, se obține :

$$\sigma_{ef} = \frac{12}{10,1} \pm \frac{8240}{3,7},$$

$$\sigma_{max} = 2231 \text{ kgf/cm}^2 > 1400 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$\sigma_{min} = 2229 \text{ kgf/cm}^2.$$

Deoarece valoarea efortului unitar maxim în materialul tijei depășește pe aceea a efortului unitar admisibil, va trebui să fie mărită secțiunea tijei pentru a evita pericolul de rupere.

Observație. Influența forței P este foarte mică, cea mai mare parte a efortului unitar fiind dată de încovoierea provocată de forța de inerție. Acesta constituie motivul pentru care în asemenea calcule se neglijează greutatea proprie a pieselor aflate în mișcare.

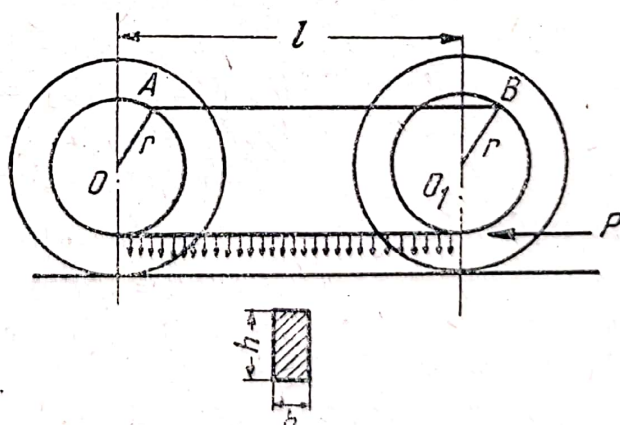


Fig. 10.4

10.4 Să se verifice biela de cuplare AB a unei locomotive (fig. 10.4).

Se dă :

- viteza unghiulară de rotație a manivelor OA și O_1B $\omega = 30 \text{ rad/s}$;
- lungimea bieiei $l = 1,6 \text{ m}$;
- raza manivelei $r = 0,5 \text{ m}$;
- dimensiunile secțiunii $b \times h$ $40 \times 100 \text{ mm}^2$;
- efortul de compresiune $P = 12 \text{ tf}$;
- greutatea specifică a oțelului $\gamma = 7,85 \text{ kgf/dm}^3$;
- modulul de elasticitate longitudinală $E = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- efortul unitar admisibil $\sigma_a = 1400 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- valoarea efortului unitar maxim în bielă σ_{ef} ;
- valoarea coeficientului de siguranță la flambaj c .

Rezolvare.

Încărcarea dată de forțele de inerție este uniform distribuită pe lungimea bieiei; poziția cea mai defavorabilă este aceea din figura 10.4, când biela ocupă poziția cea mai de jos.

Biela va fi considerată ca o bară articulată la cele două extremități.

Stabilirea accelerațiilor și a forțelor de inerție

După cele cunoscute din cinematică, biela AB efectuează o mișcare de translație: toate punctele sale au aceeași accelerație, egală cu a punctelor A și B :

$$a = r\omega^2.$$

Forța de inerție care revine unui element de masă Δm din bară este egală cu produsul dintre masa elementului și accelerația sa:

$$\Delta F = a\Delta m.$$

Masa bieiei se exprimă ca funcție de lungimea sa Δx , greutatea specifică γ , aria A a secțiunii transversale prin relația:

$$\Delta m = \frac{\gamma}{g} A \Delta x,$$

(produsul dintre masa specifică γ și volumul $A\Delta x$ al elementului).

Înlocuind valorile lui a și Δm în expresia lui ΔF se obține:

$$\Delta F = r\omega^2 \frac{\gamma}{g} A \Delta x.$$

Sarcina care revine unității de lungime a bielei este :

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta z} = \frac{\gamma}{g} A r \omega^2.$$

Stabilirea forțelor exterioare și a reacțiunilor

Asupra bielei AB mai acționează :

- reacțiunile din articulațiile A și B ;
- greutatea proprie a barei, uniform distribuită pe lungimea sa, avînd intensitatea :

$$p_1 = \frac{G}{l} = \frac{\gamma A l}{l} = \gamma A.$$

Nu vom determina reacțiunile din A și B , întrucît pentru calculele care urmează ele nu sînt necesare.

Verificarea bielei

a) *Verificarea de rezistență*

Biela este supusă la o solicitare compusă : compresiunea datorită forței axiale N și încovoierea datorită greutății proprii și forțelor de inerție ; efortul unitar efectiv în secțiunea periculoasă (secțiunea de la mijloc) se calculează cu formula :

$$\sigma = - \frac{P}{A} - \frac{M}{W'},$$

în care :

$$P = 12\,000 \text{ kgf},$$

$$A = 4 \times 10 = 40 \text{ cm}^2,$$

$$W = \frac{4 \times 10^2}{6} = 66,6 \text{ cm}^3.$$

Momentul maxim M se calculează la fel ca pentru o grindă rezemată la extremități și încărcată cu o sarcină uniform distribuită :

$$M = \frac{q l^2}{8},$$

în care :

$$q = p + p_1.$$

Rezultă :

$$\begin{aligned} M &= \frac{\gamma A l^2}{8} \left(1 + \frac{\omega^2 r}{g} \right) = \frac{0,00785 \times 4 \times 10 \times 160^2}{8} \left(1 + \frac{30^2 \times 50}{980} \right) = \\ &= 47\,125 \text{ kgf.cm.} \end{aligned}$$

Efortul unitar de compresiune maxim este :

$$\sigma_{ef} = -\frac{12\,000}{40} - \frac{47\,125}{66,6} = -1\,008 \text{ kgf/cm}^2.$$

b) *Verificarea la flambaj*

Bara fiind dublu articulată, după formula lui Euler avem :

$$P_f = \frac{\pi^2 EI_{min}}{2}.$$

Inlocuind valorile numerice :

$$E = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (oțel),}$$

$$I_{min} = \frac{hb^3}{12} = \frac{10 \times 4^3}{12} = 53,3 \text{ cm}^4,$$

$$l = 160 \text{ cm,}$$

se obține :

$$P_f = \frac{3,14^2 \times 2 \times 10^6 \times 53,3}{160^2} = 41\,250 \text{ kgf.}$$

Coeficientul de siguranță este :

$$c = \frac{P_f}{P} = \frac{41\,250}{12\,000} = 3,4.$$

Capitolul XI

SOLICITĂRI PRIN ȘOCURI

A. Definiții și formule

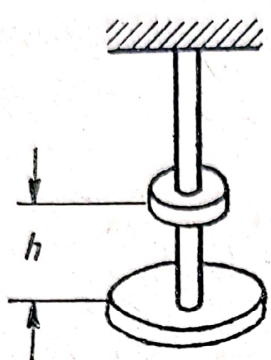
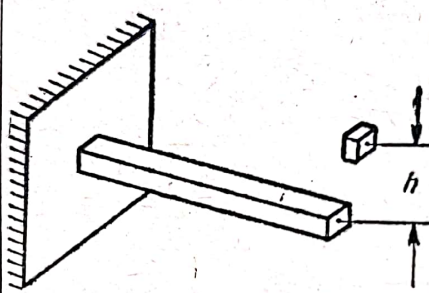
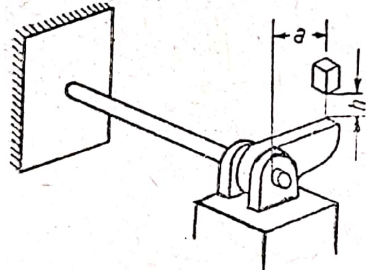
1. **Formule importante.** Expresiile *multiplicatorului de impact* în cazul unei sarcini care cade de la înălțimea h și care aplicată static ar provoca săgeata Δl_s (întindere), f_s (încovoiere) sau $\Delta \varphi$ (răsucire), efortului unitar dinamic σ_d (întindere sau încovoiere) sau τ_d (răsucire) și deformației dinamice Δl_d (întindere), f_d (încovoiere) sau $\Delta \varphi_d$ (răsucire) sînt date în tabela 11.1.

Dacă în locul înălțimii de cădere h se dă viteza sarcinii în momentul șocului, v , atunci h se află cu formula :

$$\boxed{h = \frac{v^2}{2g}} \quad (11.9)$$

Tabela 11.1

Formule privind solicitările prin șoc

Solici- tarea	Figura	Multiplicatorul de impact	Efortul unitar	Deforma- ția
Întin- dere Com- pre- siune		$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_s}}$ (11.1)	$\sigma_a = \psi \sigma_s$ (11.4)	$\Delta l_a = \psi \Delta l_s$ (11.6)
Încô- voiere		$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{f_s}}$ (11.2)		$f_a = \psi f_s$ (11.7)
Ră- sucire		$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{a \Delta \varphi_s}}$ (11.3)	$\sigma_a = \psi \tau_s$ (11.5)	$\Delta \varphi_a = \psi \Delta \varphi_s$ (11.8)

2. Datele și necunoscutele problemelor. De cele mai multe ori, valoarea greutateii care lovește și înălțimea de la care cade (sau, ceea ce este tot una, viteza cu care aceasta lovește piesa) sînt date și se cere să se efectueze un calcul de *dimensionare*, de *verificare* sau de *deformații*. În alte probleme se dau dimensiunile piesei și se cere înălțimea de cădere sau valoarea greutateii care cade spre a realiza în piesă un anumit efort unitar sau o anumită deformație.

În cele ce urmează se vor trata numai probleme în care se cere efectuarea de calcule de verificare sau de deformații.

3. Metoda de rezolvare. Ordinea de calcul a barelor supuse la solicitări prin șoc este următoarea :

Se calculează săgeata statică; aceasta se efectuează cu ajutorul formulelor din capitolele III, V și VII, ținându-se seama de modul de încărcare a grinzii.

Se calculează multiplicatorul de impact cu ajutorul formulelor (11.1), (11.2), (11.3) din tabela 11.1, când se dă viteza sarcinii, se folosește și formula (11.9).

Se calculează efortul unitar în cazul solicitării statice corespunzătoare.

Se determină eforturile unitare și deformațiile în cazul aplicării cu șoc a sarcinii; aceasta se efectuează multiplicând cu ψ eforturile unitare și deformațiile din cazul static echivalent, adică se aplică formulele (11.4) până la (11.8), după caz.

Calculul unei piese supusă la solicitări prin șocuri poate fi schematizat în următoarea tabelă (ținând seama de ordinea operațiilor, tabela se completează succesiv pe coloane de la stînga la dreapta) :

f_s	ψ	σ_s	$\sigma_d = \psi \sigma_s$	$f_d = \psi f_s$

B. Probleme

11.1. Pentru baterea unui pilon din oțel în pământ se lasă să cadă în extremitatea superioară a pilonului un berbec; prin ciocnirea berbecului cu pilonul, acesta din urmă se înfige în pământ. Să se verifice pilonul la șoc.

Se dă :

- diametrul pilonului $d = 65 \text{ mm}$;
- lungimea pilonului $l = 0,8 \text{ m}$;
- greutatea berbecului $\sigma = 1,2 \text{ tf}$;
- înălțimea de cădere a berbecului $h = 1,2$;
- rezistența admisibilă la compresiune a materialului pilonului $\sigma_a = 1\,800 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate longitudinală a materialului pilonului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar dinamic de compresiune în materialul pilonului σ_d ;
- deformația (scurtarea dinamică a pilonului) Δl_d .

Rezolvare.

Avem de rezolvat o problemă de solicitare la compresiune prin șoc.

Calculul săgeții statice Δl_s

Se efectuează cu ajutorul relației (3.3), bara fiind solicitată la compresiune :

$$\Delta l_s = \frac{Pl}{EA} = \frac{1\,200 \times 80}{2,1 \times 10^6 \times \frac{3,14 \times 6,5^2}{4}} = 0,00138 \text{ cm.}$$

Calculul multiplicatorului de impact ψ

Se face cu formula (11.1) :

$$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_s}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 1,2}{0,00138}} = 42,6.$$

Calculul efortului unitar în cazul solicitării statice corespunzătoare

Solicitarea statică corespunzătoare este compresiune datorită sarcinii P . Efortul unitar din bară este :

$$\sigma_s = \frac{P}{A} = \frac{1\,200}{\frac{\pi \times 6,5^2}{4}} = 36,2 \text{ kgf/cm}^2.$$

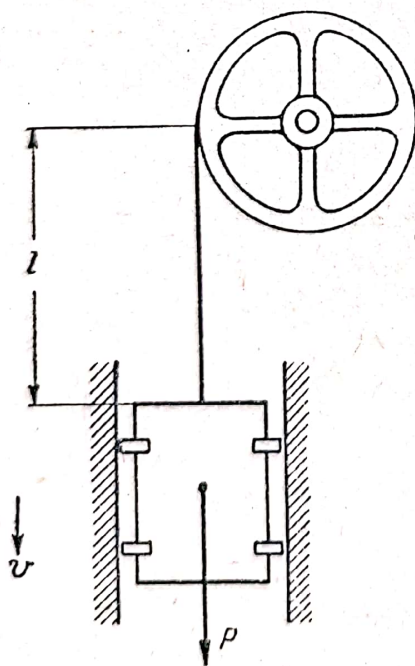


Fig. 11.2

Calculul efortului unitar și al săgeții în cazul aplicării cu șoc a sarcinii P

În acest scop se folosesc formulele (11.4) și (11.6) :

$$\sigma_d = \psi \sigma_s = 42,6 \times 36,2 = 1\,542 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_a,$$

$$\Delta l_d = \psi \Delta l_s = 42,6 \times 0,00138 = 0,0587 \text{ cm.}$$

11.2. Să se verifice dacă un cablu care susține ascensorul dintr-o mină se rupe, presupunând că în timp ce ascensorul coboară toba după care se desfășoară cablul se blochează brusc (fig. 11.2).

Se dă :

- greutatea cuştii ascensorului $P = 1,5 \text{ tf}$;
- viteza de coborîre a cuştii ascensorului $v = 1 \text{ m/s}$;
- lungimea desfăşurată a cablului în momentul blocării $l = 8 \text{ m}$;
- tipul de cablu cablu 26,5—6×19—180 STAS 1354—50 cu inimă vegetală ;
- secţiunea cablului $A = 259 \text{ mm}^2$;
- modulul de elasticitate al materialului cablului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistenţa de rupere a cablului $\sigma_r = 18\,000 \text{ kgf/cm}^2$.

Rezolvare.

Avem de rezolvat o problemă de solicitare la întindere prin şoc.

Calculul săgeţii statice Δl_s

a cablului se face cu ajutorul relaţiei (3.3), cablul fiind solicitat la întindere :

$$\Delta l_s = \frac{Pl}{EA} = \frac{1\,500 \times 800}{2,1 \times 10^6 \times 2,59} = 0,22 \text{ cm.}$$

Calculul multiplicatorului de impact ψ

se face cu formula (11.1) :

$$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta l_s}}.$$

Deoarece în acest caz nu este dată înălţimea de cădere h , ci viteza v a sarcinii în momentul şocului, va trebui să-l aflăm pe h cu formula (11.9) :

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{100^2}{2 \times 981} = 5,1 \text{ cm.}$$

Şocul se produce deci ca şi cum cablul ar fi fixat la un capăt şi greutatea P ar cădea de la înălţimea $h = 5,1 \text{ cm}$.

Înlocuind acum datele numerice în formula multiplicatorului de impact, rezultă :

$$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 5,1}{0,22}} = 7,9.$$

Calculul efortului unitar în cazul solicitării statice corespunzătoare

Solicitarea statică corespunzătoare este de întindere ; pentru calculul efortului unitar se va aplica deci relația (3.1) :

$$\sigma_s = \frac{P}{A} = \frac{1\,500}{2,59} = 580 \text{ kgf/cm}^2.$$

Calculul efortului unitar și al săgeții în cazul aplicării cu șoc a sarcinii P

În acest scop se folosesc formulele (11.4) și (11.6) :

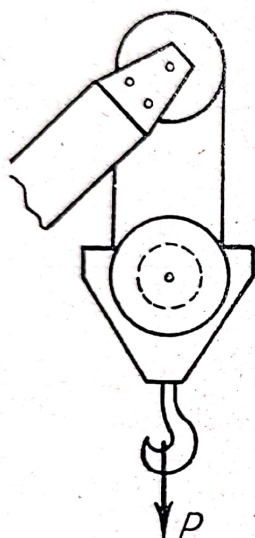


Fig. 11.3

$$\sigma_d = \psi \sigma_s = 7,9 \times 580 = 4\,582 \text{ kgf/cm}^2 \ll 18\,000 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$\Delta l_d = \psi \Delta l_s = 7,9 \times 0,22 = 1,74 \text{ cm}.$$

11.3. Pentru executarea lucrărilor de încărcare-descărcare în locurile care nu necesită înălțimi de lucru prea mari se folosește automacaraua de 3 tf fabricată în R.P.R., la uzina metalurgică „Gheorghe Gheorghiu-Dej” din Tîrgoviște.

Să presupunem că în timpul lucrului, din neatenția manipulantului macaralei, cîrligul este pus în sarcină brusc cu viteza maximă de ridicare, supunînd cablul pentru susținerea rolei cîrligului la o solicitare de întindere prin șoc (fig. 11.3).

Să se verifice dacă, în aceste condiții, este posibilă ruperea cablului de ridicare.

Se dă :

- sarcina maximă de ridicare a macaralei $P = 3 \text{ tf}$;
- viteza maximă de ridicare $v = 14 \text{ m/min}$;
- înălțimea minimă de ridicare $H = 4,7 \text{ m}$;
- tipul de cablu cablu zincat 13—6×37—160 STAS 1355—50 ;
- efortul unitar de rupere a cablului $\sigma_r = 160 \text{ kgf/mm}^2$
- modulul de elasticitate al materialului cablului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- secțiunea cablului $A = 62,16 \text{ mm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv dinamic
din materialul cablului σ_d .

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă de verificare la întindere prin șoc.

Calculul săgeții statice a cablului

Se face cu formula (3.3). Vom presupune situația cea mai defavorabilă, când cablul este cel mai scurt, și nu vom lua în considerare lungimea cablului pînă la tamburul de înfășurare, ci numai pînă la prima rolă întîlnită de la rola cîrligului.

Cablul este solicitat la întindere; tensiunea din fiecare ramură este egală cu jumătate din valoarea sarcinii.

Avem :

$$\Delta l_s = \frac{\frac{P}{2} H}{EA} = \frac{1\,500 \times 470}{2,1 \times 10^6 \times 62,16 \times 10^{-2}} = 0,54 \text{ cm.}$$

Calculul multiplicatorului de impact

Se face cu formula (11.1); deoarece se cunoaște viteza sarcinii în momentul șocului, vom afla mai întîi înălțimea echivalentă de cădere a sarcinii cu formula (11.9) :

$$h = \frac{v^2}{2g}.$$

Înlocuind valorile numerice

$$v = 14 \text{ m/min} = \frac{14}{60} \text{ m/s} = 0,233 \text{ m/s,}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2,$$

obținem :

$$h = \frac{0,233^2}{2 \times 9,81} = 2,76 \times 10^{-3} \text{ m} = 0,276 \text{ cm.}$$

Șocul se petrece deci ca și cum sarcina ar cădea de la înălțimea $h = 0,276 \text{ cm}$.

Înlocuind acum datele numerice în formula multiplicatorului de impact, rezultă :

$$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 0,276}{0,54}} = 2,42.$$

Calculul efortului unitar în cazul solicitării statice corespunzătoare

Solicitarea statică corespunzătoare este de întindere ; pentru calculul efortului unitar se va aplica deci formula (3.1) :

$$\sigma_s = \frac{\frac{P}{2}}{A} = \frac{1\,500}{62,16 \times 10^{-2}} = 241 \text{ kgf/cm}^2.$$

Calculul efortului unitar în cazul aplicării cu șoc a sarcinii P
În acest scop se folosește formula (11.4) :

$$\sigma_d = \psi \sigma_s = 2,42 \times 241 = 583 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se observă că valoarea obținută este mult inferioară rezistenței de rupere a cablului ($\sigma_r = 16\,000 \text{ kgf/cm}^2$), deci nu există pericolul de rupere a cablului.

11.4. Pe partea în consolă a unei grinzi metalice cade un ciocan, care prelucurează o presă. Să se verifice grinda și să se calculeze deformația în locul unde se produce șocul (fig. 11.4, a)

Se dă :

- greutatea ciocanului $P = 150 \text{ kgf}$;
- înălțimea de cădere a ciocanului $h = 4 \text{ cm}$;
- profilul grinzii $I\,16$;
- distanța dintre reazemele grinzii $d = 1,8 \text{ m}$;
- lungimea consolei $a = 1,3 \text{ m}$;
- modulul de elasticitate al materialului grinzii $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la încovoiere a materialului grinzii $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar dinamic maxim σ_d ;
- deformația dinamică maximă f_d .

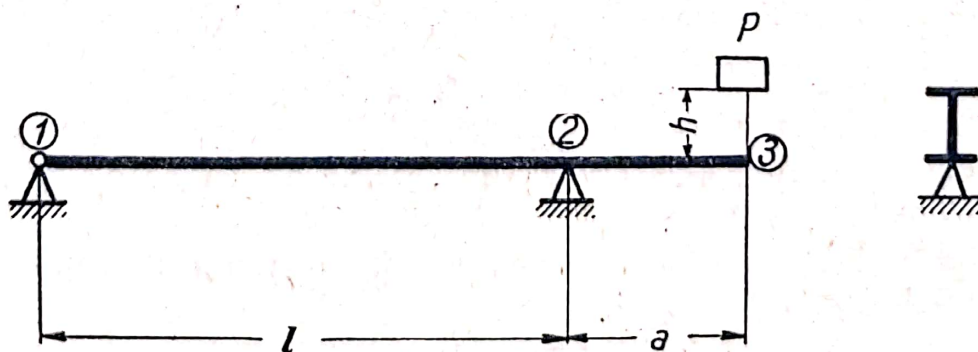


Fig. 11.4, a

Rezolvare.

Avem de rezolvat o problemă de solicitare la încovoiere prin șoc.

Calculul săgeții statice

După tabela 11, cazul 4, rezultă :

$$f_s = \frac{Pa^3l}{3EI} \left(1 + \frac{a}{l} \right).$$

Înlocuind datele numerice :

$$P = 150 \text{ kgf}; a = 130 \text{ cm}; l = 180 \text{ cm};$$

$$E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$I = 935 \text{ cm}^4 \text{ (după tabela 18, pentru profil I 16), rezultă :}$$

$$f_s = \frac{150 \times 130^3 \times 180 \left(1 + \frac{130}{180} \right)}{2 \times 2,1 \times 10^6 \times 935} = 0,1335 \text{ cm.}$$

Calculul multiplicatorului de impact (formula (11.2)) :

$$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{f_s}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 4}{0,1335}} = 8,8.$$

Calculul efortului unitar maxim în cazul solicitării statice corespunzătoare

Aceasta are loc în punctul 2. Într-adevăr, diagrama de momente are forma din figura 11.4, b.

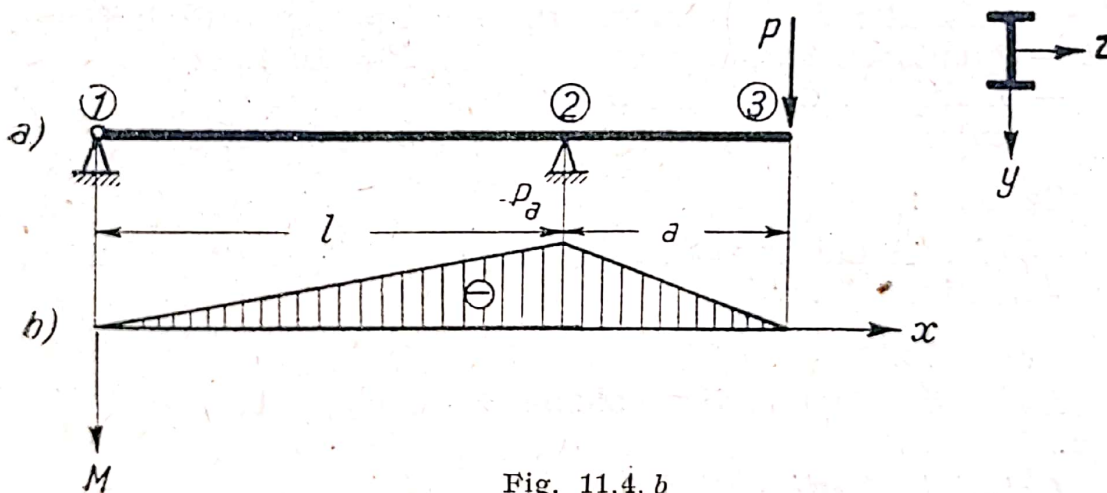


Fig. 11.4, b

Valoarea momentului maxim este :

$$M_{max} = Pa,$$

și

$$\sigma_s = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{Pa}{W_z}.$$

Înlocuind datele numerice :

$P = 150 \text{ kgf}$; $a = 130 \text{ cm}$; $W_z = 117 \text{ cm}^3$ (după tabela 18, pentru profil I 16), rezultă :

$$\sigma_s = \frac{150 \times 130}{117} = 166 \text{ kgf/cm}^2.$$

Calculul efortului unitar maxim și al săgeții în punctul 3 în cazul aplicării prin șoc a sarcinii P

[formulele (11.5) și (11.8)] :

$$\begin{aligned}\sigma_d &= \psi \sigma_s = 8,8 \times 166 = 1460,8 \text{ kgf/cm}^2, \\ f_d &= \psi f_s = 8,8 \times 0,1335 \approx 1,175 \text{ cm}.\end{aligned}$$

Efortul unitar maxim datorit șocului depășește puțin valoarea rezistenței admisibile.

11.5. Pe consola laterală a unei grinzi cilindrice de tipul celei arătate în figura 3 a tabelii 11.1 cade de la o înălțime oarecare un berbec, solicitînd această grindă la răsucire prin șoc.

Se dă :

- lungimea grinzii $l = 1500 \text{ mm}$;
- diametrul grinzii $d = 25 \text{ mm}$;
- lungimea consolei $a = 300 \text{ mm}$;
- modulul de elasticitate transversală al materialului grinzii $G = 8,1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$;
- greutatea berbecului $P = 10 \text{ kgf}$;
- înălțimea de cădere a berbecului $h = 50 \text{ mm}$.

Se cere :

- efortul unitar tangențial maxim în stare dinamică τ_d ;
- rotirea dinamică $\Delta\varphi_d$.

Rezolvare.

Avem de rezolvat o problemă de solicitare la răsucire prin șoc.

Calculul săgeții statice

În acest caz trebuie calculată rotirea barei cilindrice sub acțiunea statică a forței P ; ea este dată de formula (7.3) :

$$\Delta\varphi_s = \frac{M_x l}{GI_p} = \frac{Pal}{G \frac{\pi d^4}{32}} = \frac{32 Pal}{\pi G d^4}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$\Delta\varphi_s = \frac{32 \times 10 \times 30 \times 150}{3,14 \times 8,1 \times 10^5 \times 2,5^4} = 0,01447 \text{ rad.}$$

Calculul multiplicatorului de impact

Se folosește formula (11.3) din tabela 11.1, în care se înlocuiesc datele numerice de mai sus :

$$\psi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{a\Delta\varphi_s}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 5}{30 \times 0,01447}} = 5,91.$$

Calculul efortului unitar tangențial în cazul solicitării statice corespunzătoare

Efortul unitar tangențial provenit din răsucirea statică a barei sub acțiunea forței P se calculează cu formula (7.1) :

$$\tau_s = \frac{M_x}{W_p} = \frac{Pa}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 Pa}{\pi d^3}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$\tau_s = \frac{16 \times 10 \times 30}{3,14 \times 2,5^3} = 97,6 \text{ kgf/cm}^2.$$

Calculul efortului unitar tangențial și al rotirii dinamice (cazul aplicării forței P cu șoc)

Pentru aceasta se folosesc formulele (11.5) și (11.8) din tabela 11.1 :

$$\begin{aligned}\tau_d &= \psi \tau_s = 5,91 \times 97,6 = 577 \text{ kgf/cm}^2, \\ \Delta\varphi_d &= \psi \Delta\varphi_s = 5,91 \times 0,01447 = 0,0855 \text{ rad.}\end{aligned}$$

Capitolul XII

BARE DREPTE STATIC NEDETERMINATE SUPUSE LA SOLICITĂRI SIMPLE

A. Definiții și formule

1. Formule importante. În acest capitol nu apar formule noi față de cele întâlnite în capitolele precedente ; ecuațiile folosite sînt ecuațiile de echilibru ale mecanicii și ecuațiile de deformări de la solicitările simple.

2. Datele și necunoscutele problemelor sînt aceleași ca și în cazul oricăreia dintre problemele în care se cere dimensionarea,

verificarea sau determinarea sarcinii capabile a unei bare supuse la una dintre solicitările simple ; deosebirea față de aceste probleme constă doar în aceea că la ecuațiile mecanicii trebuie adăugate ecuațiile suplimentare de deformății pentru calculul reacțiunilor legăturilor ; în rest, calculul este identic cu cel de la solicitările simple.

3. Metoda de rezolvare. Ordinea de calcul a barelor static nedeterminate supuse la una dintre solicitările simple este următoarea :

Se alcătuieste schema de încărcare a barei ; se scriu ecuațiile de echilibru ale mecanicii teoretice și se deduce gradul de nedeterminare statică al problemei respective.

Se alcătuieste diagrama de variație a eforturilor interioare (N , T , M_z , M_x) cu valori nedeterminate pentru forțele exterioare necunoscute.

Se analizează modul în care se deformează bara respectivă și se scriu atâtea ecuații de deformății cât este gradul de nedeterminare statică al problemei respective.

Se rezolvă sistemul format de ecuațiile de echilibru ale mecanicii și de ecuațiile de deformății.

Din acest moment, problema devenind static determinată, se rezolvă după metodele indicate la solicitarea respectivă.

Etapale următoare vor fi constituite, de la caz la caz, din calculul celorlalte necunoscute din problema respectivă, ca : dimensiuni ale secțiunii transversale, deformății etc.

B. Probleme

12.1. Să se dimensioneze bara din figura 12.1, a din oțel patrat și să se calculeze deplasarea punctului de aplicație al forței P .

Se dă :

- valoarea forței care solicită bara $P = 3,5 \text{ tf}$;
- distanța a $a = 55 \text{ m}$;
- distanța b $b = 182 \text{ cm}$;
- rezistența admisibilă la întindere-compresiune $\sigma_a = 900 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- latura patratului secțiunii barei h ;
- deplasarea punctului de aplicație al forței $P \Delta l$.

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă static nedeterminată de întindere-compresiune.

Alcătuirea schemei de încărcare; scrierea ecuațiilor de echilibru ale mecanicii

a) Schema de încărcare a barei este arătată în figura 12.1, b.

Reacțiunile din articulații se reduc la două forțe, H_1 și H_2 , dirijate în lungul barei.*

b) Ecuațiile de echilibru ale mecanicii se reduc la una singură, și anume: ecuația de proiecții pe direcția barei. Alegînd pozitiv sensul lui P , avem:

$$(\sum X = 0) P - H_1 - H_2 = 0.$$

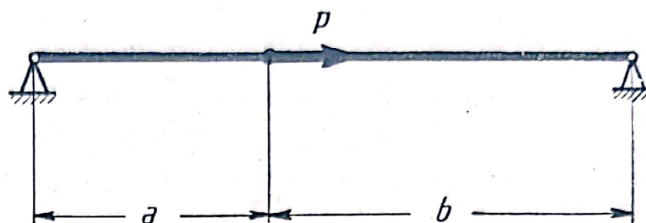


Fig. 12.1, a

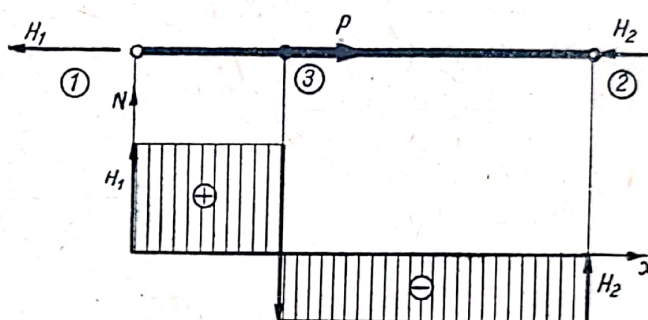


Fig. 12.1, b

Se observă că bara este o dată static nedeterminată, deoarece există două necunoscute (H_1 și H_2) și o singură ecuație.

Alcătuirea diagramei de variație a eforturilor interioare, analiza deformațiilor, scrierea ecuațiilor de deformații

a) Eforturile interioare se reduc în cazul de față numai la forța axială; modul în care ea variază în lungul barei este arătat în figura 12.1, b.

Bara este supusă acțiunii forțelor concentrate P , H_1 și H_2 ; pentru alcătuirea diagramei forțelor axiale s-a procedat astfel:

- s-au marcat punctele caracteristice 1, 2, 3;
- s-a ales drept sens pozitiv acela pentru care forța axială este de întindere;
- s-au rotit în jurul punctelor de aplicație 1, 2 și 3 forțele H_1 , H_2 și P în sensul mișcării acelor de ceasornic, așezînd pe ordonatele punctelor respective, în continuare, vectorii care reprezintă aceste forțe.

* Cititorul se poate convinge că celelalte două componente ale reacțiunilor din articulație (componentele verticale) sînt nule, introducîndu-le în calcule și scriînd toate cele trei ecuații de echilibru.

b) Bara din figura 12.1, b se deformează astfel :

— secțiunile 1 și 2 rămân fixe, deoarece se presupune că reazemele sînt perfect rigide ;

— secțiunea 3 se deplasează cu o cantitate oarecare Δl .

Dacă se presupune bara 1, 2 despărțită în două tronsoane 1, 3 și 3, 2, avînd respectiv lungimile a și b și supuse respectiv la întindere cu forța H_1 și la compresiune cu forța H_2^* , se observă că secțiunea 3 a ambelor tronsoane se deplasează cu aceeași cantitate Δl , căci deformația întregii bare este nulă.

Această observație va permite să se alcătuiască ecuația de deformații.

c) Egalînd între ele deformațiile tronsoanelor 1, 3 și 2, 3 se obține după formula (3.3) :

$$\Delta l = \frac{H_1 a}{EA} = \frac{H_2 b}{EA}.$$

Deoarece baza are aceeași secțiune A și este construită în întregime din același material (deci are același modul de elasticitate E pe ambele tronsoane), produsul EA se suprimă și rezultă că :

$$H_1 a = H_2 b.$$

Rezolvarea sistemului format din ecuațiile de echilibru ale mecanicii și ecuațiile de deformații

Avem sistemul :

$$\begin{cases} H_1 + H_2 = P \\ H_1 a = H_2 b \end{cases}$$

din care rezultă :

$$H_1 = \frac{Pb}{a+b} = \frac{3\,500 \times 182}{55 + 182} \approx 2\,690 \text{ kgf},$$

$$H_2 = \frac{Pa}{a+b} = \frac{3\,500 \times 55}{55 + 182} \approx 812 \text{ kgf}.$$

* Forțele cu care sînt întinse sau comprimate cele două tronsoane ale barei se iau din diagramă.

Dimensionarea barei și calculul deplasării punctului de aplicație al forței P

a) Dimensionarea barei se face în funcție de forța axială maximă H_1 , folosind formula de dimensionare din cazul întinderii* :

$$A_{nec} = \frac{H_1}{\sigma_a} = h^2,$$

de unde :

$$h = \sqrt{\frac{H_1}{\sigma_a}} = \sqrt{\frac{2\,690}{900}} = 1,72 \text{ cm.}$$

b) Deplasarea punctului de aplicație al forței P, aceeași pe ambele tronsoane ale barei, se obține din formula :

$$\Delta l = \Delta l_1 = \Delta l_2 = \frac{H_1 a}{EA} = \frac{H_2 b}{EA}.$$

Înlocuind valorile numerice se obține :

$$\Delta l = \frac{2\,690 \times 55}{2,1 \times 10^6 \times 1,72^2} = 0,0238 \text{ cm.}$$

12.2. O grindă care se presupune că are deformații neglijabile este suspendată în poziție orizontală cu ajutorul a trei bare verticale, construite din oțel avînd aceeași secțiune transversală. Bara mijlocie (2) este mai scurtă decît dimensiunea necesară, așa încît ea va trebui să fie montată forțat. După montare, bara 2 va fi întinsă, iar barele 1 vor fi comprimate. Nu se va lua în considerare greutatea grinzii orizontale. Să se verifice cele trei bare verticale.

Se dă :

- lungimea comună a barelor $l = 2,5 \text{ m};$
- diferența de lungime între barele 1 și bara 2 $\delta = 1,3 \text{ mm};$
- modulul de elasticitate al oțelului $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2;$
- rezistența admisibilă a oțelului la întindere-compresiune $\sigma_a = 1\,200 \text{ kg/cm}^2.$

Se cere :

- efortul unitar efectiv în barele 1 $\sigma_1;$
- efortul unitar efectiv în bara 2 $\sigma_2.$

* Este greșit să se dimensioneze bara ca și cum ar fi întinsă de forța P.

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă static nedeterminată de întindere.

Alcătuirea schemei de încărcare; ecuațiile de echilibru

a) Schema de încărcare a barei este arătată în figura 12.2, b. Tensiunile din barele extreme fiind egale din cauza simetriei, s-au notat prin S_1 , iar tensiunile din bara mijlocie prin S_2 .

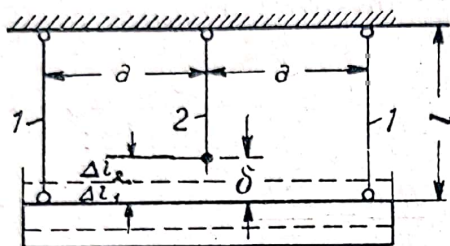


Fig. 12.2, a

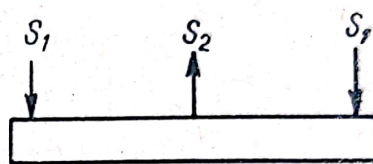


Fig. 12.2, b

b) Ecuațiile de echilibru ale mecanicii se reduc la una singură :

$$(\sum Y = 0) \quad 2S_1 - S_2 = 0.$$

Bara este o dată static nedeterminată.

Analiza deformațiilor; scrierea ecuației de deformații

a) Pentru fixarea barei 2 de grindă, ea trebuie să fie lungită cu Δl_2 , iar barele 1, scurtate cu Δl_1 ; în acest caz, grinda va ocupa o poziție nouă, reprezentată punctat pe figura 12.2, a.

b) Din figura 12.2, a rezultă :

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = \delta.$$

Aceasta este ecuația suplimentară de deformații. Înlocuind deformațiile în funcție de tensiuni, se obține :

$$\frac{S_1 l}{EA} + \frac{S_2 l}{EA} = \delta$$

sau :

$$S_1 + S_2 = \frac{\delta EA}{l}$$

(A reprezintă aria secțiunii transversale a barelor).

Rezolvarea sistemului format din ecuațiile de echilibru și ecuațiile de deformății

Avem sistemul :

$$\begin{aligned} 2S_1 - S_2 &= 0 \\ S_1 + S_2 &= \frac{\delta EA}{l}, \end{aligned}$$

din care rezultă :

$$S_1 = \frac{\delta EA}{3l}; \quad S_2 = \frac{2\delta EA}{3l}.$$

Eforturile unitare efective din bare sînt date de relațiile :

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{A} = \frac{\delta E}{3l} = \frac{0,13 \times 2,1 \times 10^6}{3 \times 250} = 364 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$\sigma_2 = \frac{S_2}{A} = \frac{2\delta E}{3l} = 2\sigma_1 = 2 \times 364 = 728 \text{ kgf/cm}^2.$$

Deoarece ambele eforturi unitare sînt inferioare rezistenței admisibile, rezultă că nu există pericolul ruperii barelor de susținere.

12.3. O bară din oțel, avînd secțiunea transversală în trepte, este încastrată la extremități între două ziduri verticale. Ea este montată în aer liber, fapt pentru care, datorită împiedicării dilatării, iau naștere eforturi unitare de compresiune o dată cu creșterea temperaturii față de cea din momentul montajului. Să se verifice bara, cunoscînd că ea este montată iarna.

Se dă :

- | | |
|--|--|
| — temperatura de montaj | $t_1 = -10^\circ\text{C};$ |
| — temperatura din anotimpul calduros | $t_2 = +20^\circ\text{C};$ |
| — aria secțiunii 1 | $A_1 = 420 \text{ cm}^2;$ |
| — aria secțiunii 2 | $A_2 = 115 \text{ cm}^2;$ |
| — lungimea tronsonului 1 | $l_1 = 1,8 \text{ m};$ |
| — lungimea tronsonului 2 | $l_2 = 1,2 \text{ m};$ |
| — coeficientul de dilatare liniară a oțelului (din tabela 4) | $\alpha = 12,5 \times 10^{-7} \text{ grd}^{-1};$ |
| — modulul de elasticitate al oțelului | $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2;$ |
| — rezistența admisibilă la compresiune a oțelului | $\sigma_a = 1\,400 \text{ kg/cm}^2.$ |

Se cere :

- efortul unitar efectiv în secțiunea 1 $\sigma_1;$
- efortul unitar efectiv în secțiunea 2 $\sigma_2.$

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă static nedeterminată de compresiune sub acțiunea temperaturii.

Alcătuirea schemei de încărcare, scrierea ecuațiilor de echilibru ale mecanicii

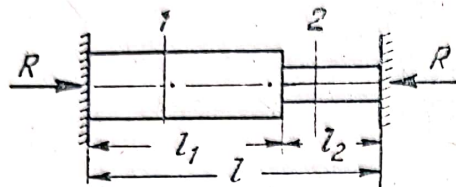


Fig. 12.3

a) Schema de încărcare rezultă din figura 12.3.

b) Singura ecuație de echilibru a mecanicii se reduce la o identitate:

$$R - R = 0.$$

Bara este o dată static nedeterminată, singura necunoscută fiind R .

Alcătuirea diagramei de variație a eforturilor interioare, analiza deformațiilor, scrierea ecuațiilor de deformații

a) Efortul interior în ambele porțiuni ale barei este forța axială de compresiune R , care este constantă în lungul lor.

b) Dacă bara s-ar dilata, ea s-ar lungi cu :

$$\Delta l' = \alpha \Delta t l_1 + \alpha \Delta t l_2 = \alpha \Delta t (l_1 + l_2).$$

Din cauza reacțiunii pereților, care transmit forța axială R , ea se comprimă cu :

$$\Delta l'' = \frac{R l_1}{E A_1} + \frac{R l_2}{E A_2} = \frac{R}{E} \left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} \right).$$

Deoarece deformația totală este nulă, rezultă că deformația provocată de creșterea temperaturii este anulată de deformația de compresiune provocată de cei doi pereți.

c) Ecuația de deformații este :

$$\Delta l' = \Delta l'',$$

adică :

$$\frac{R}{E} \left(\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2} \right) = \alpha \Delta t (l_1 + l_2).$$

Rezolvarea sistemului format de ecuațiile de echilibru și de ecuațiile de deformații

Sistemul considerat se reduce numai la ecuația de deformații, din care rezultă :

$$R = \frac{E \alpha \Delta t (l_1 + l_2)}{\frac{l_1}{A_1} + \frac{l_2}{A_2}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$R = \frac{2,1 \times 10^6 \times 125 \times 10^{-7} \times 30 \times 300}{\frac{180}{420} + \frac{130}{115}} = 1,515 \times 10^5 \text{ kgf.}$$

Calculul eforturilor unitare efective în cele două bare

Solicitarea fiind de compresiune, se folosește formula (3.1); rezultă :

$$\sigma_1 = \frac{R}{A_1} = \frac{1,515 \times 10^5}{420} = 361 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$\sigma_2 = \frac{R}{A_2} = \frac{1,515 \times 10^5}{115} = 1\,318 \text{ kgf/cm}^2.$$

Ambele eforturi efective sînt inferioare rezistenței admisibile la compresiune a oțelului.

12.4. Plafonul unei încăperi este susținut de două grinzi din lemn AB și CD , avînd aceeași secțiune transversală, montate perpendicular una pe cealaltă, așa cum se vede în figura 12.4, *a*. Greutatea plafonului o vom considera ca o forță concentrată, aplicată în punctul de intersecție a celor două grinzi. Să se dimensioneze cele două grinzi și să se calculeze săgeata în punctul comun.

Se dă :

- | | |
|---|---------------------------------------|
| — greutatea plafonului | $P = 4,5 \text{ tf};$ |
| — lungimea plafonului | $l_1 = 6 \text{ m};$ |
| — lățimea plafonului | $l_2 = 3 \text{ m};$ |
| — modulul de elasticitate longitudinală al lemnului | $E = 10^5 \text{ kgf/cm}^2;$ |
| — rezistența admisibilă la încovoiere a lemnului | $\sigma_{ai} = 100 \text{ kgf/cm}^2.$ |

Se cere :

- dimensiunile secțiunii transversale a grinzii (secțiune dreptunghiulară) $b \times h;$
- săgeata în punctul de intersecție al grinzilor f .

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă static nedeterminată de încovoiere; pentru dimensionarea grinzilor se calculează mai întâi sarcinile care revin fiecăreia dintre cele două grinzi, după care fiecare din ele se calculează separat, ca grinzi pe două reazeme, acționate de cîte o sarcină concentrată la mijloc.

Alcătuirea schemei de încărcare; scrierea ecuațiilor de echilibru

a) Schema de încărcare a ansamblului și a fiecărei grinzi în parte este arătată în figura 12.4, b.

Asupra grinzii superioare acționează următoarele forțe :

- forța dată P ;
- reacțiunea Q din partea grinzii inferioare ;
- reacțiunile reazemelor V_1 , egale din cauza simetriei.

Asupra grinzii inferioare acționează următoarele forțe :

- reacțiunea Q din partea grinzii superioare ;
- reacțiunile reazemelor V_2 , egale din cauza simetriei.

Rezultă că grinda superioară este încărcată la mijloc cu forța concentrată $P - Q$ (fig. 12.4, b), iar grinda inferioară cu forța Q .

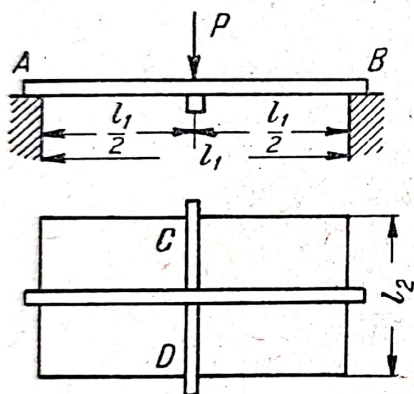


Fig. 12.4, a

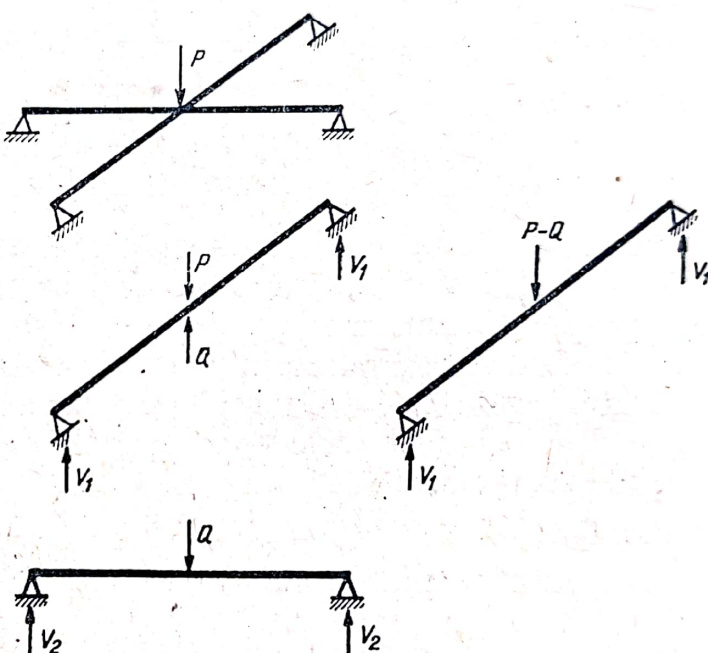


Fig. 12.4, b

b) Din ecuațiile de echilibru, din motive de simetrie, rezultă valorile reacțiunilor :

$$V_1 = \frac{P - Q}{2} ; \quad V_2 = \frac{Q}{2} .$$

Bara este o dată static nedeterminată, necunoscuta suplimentară fiind Q .

Alcătuirea diagramelor de variație ale eforturilor interioare; analiza deformațiilor; scrierea ecuațiilor de deformații

Cele două grinzi se deformează astfel, încât în punctul de aplicație al forței P ele au aceeași săgeată. Această observație va permite scrierea unei ecuații din care să rezulte valoarea forței necunoscute Q .

Cele două grinzi au în mijloc săgețile (v. tabela 11, cazul 3 :)

$$f_1 = \frac{(P - Q)l_1^3}{48 EI} \text{ și } f_2 = \frac{Ql_2^3}{48 EI}.$$

Ecuația de deformații este :

$$f_1 = f_2.$$

Rezultă :

$$(P - Q)l_1^3 = Ql_2^3$$

de unde :

$$Q = \frac{Pl_1^3}{l_1^3 + l_2^3} = \frac{4,5 \times 6^3}{6^3 + 3^3} = 4 \text{ tf.}$$

Deoarece forța necunoscută Q a rezultat numai din ecuațiile de deformații, în etapa următoare se trece direct la dimensionarea celor două grinzi.

Dimensionarea grinzilor ; calculul săgeții în punctul comun

a) Dimensionarea grinzilor.

În baza condiției impuse în enunțul problemei, cele două grinzi trebuie să aibă secțiuni identice. Datorită acestui fapt va trebui să se cerceteze care dintre ele este cea mai solicitată.

Calculul momentului maxim

— pentru grinda superioară :

$$M_{max} = \frac{(P - Q)l_1}{4} = \frac{(4\,500 - 4\,000) \times 600}{4} = 75\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm} ;$$

— pentru grinda inferioară :

$$M_{max} = \frac{Ql_2}{4} = \frac{4\,000 \times 300}{4} = 300\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Grinda inferioară este cea mai solicitată.

Dimensionarea grinzilor

Se face după grinda inferioară, folosind formula :

$$W_{nec} = \frac{M_{max}}{\sigma_a} = \frac{300\,000}{100} = 3\,000 \text{ cm}^3.$$

Se alege din tabela 20 o secțiune $b \times h = 25 \times 30$ avînd :

$$W_x = 3\,750 \text{ cm}^3.$$

Calculul efortului unitar efectiv

— în grinda superioară :

$$\sigma_{ef} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{75\,000}{3\,750} = 20 \text{ kgf/cm}^2 ;$$

— în grinda inferioară :

$$\sigma_{ef} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{300\,000}{3\,750} = 80 \text{ kgf/cm}^2.$$

b) Calculul deformației în punctul comun

Deformația fiind aceeași pentru ambele grinzi, va fi calculată pentru cricare dintre ele, de exemplu pentru cea inferioară.

A vem :

$$f = \frac{Ql_2^3}{48 EI_x}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$Q = 4\,000 \text{ kgf}$$

$$l_2 = 300 \text{ cm}$$

$$E = 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$I_x = 56\,250 \text{ cm}^4 \text{ (din tabela 20),}$$

se obține :

$$f = \frac{4\,000 \times 300^3}{48 \times 10^5 \times 56\,250} = 0,4 \text{ cm}.$$

12.5. Arborele unei transmisii mecanice este acționat de un electromotor prin intermediul unei roți de curea, care îi transmite un cuplu de răsucire. La cele două extremități ale sale arborele este cuplat cu două mașini-unelte (fig. 12.5, a).

Să se dimensioneze arborele din condiția că dacă cele două mașini de lucru situate la extremități sînt puse în sarcină, arborele, deși este acționat de electromotor, nu se pune în mișcare (arborele se consideră în acest caz încastrat la extremități).

Se dă :

- valoarea momentului de răsucire aplicat de electromotor arborelui $M = 2\,500 \text{ kgf/cm}$;
- distanța șaibei de acționare pînă la mașina din stînga $l_1 = 1,8 \text{ m}$;
- distanța șaibei de acționare pînă la mașina din dreapta $l_2 = 1,2 \text{ m}$;

- rezistența admisibilă la răsucire a materialului arborelui $\tau_a = 600 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate transversală al materialului arborelui $G = 8,1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- diametrul arborelui d ;
- rotirea maximă $\Delta\varphi$.

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă static nedeterminată de răsucire.

Alcătuirea schemei de încărcare ; scrierea ecuațiilor de echilibru ale mecanicii

a) Schema de încărcare este arătată în figura 12.5, b : o bară dreaptă supusă acțiunii unui cuplu M , avînd sensul dat, și a două cupluri M_1 și M_2 , avînd sensul contrar lui M , care provin din cele două încastrări.

b) Neexistînd nici o forță exterioară, ci numai cupluri acționînd în plane perpendiculare pe axa arborelui, în încastrări nu iau naștere decît tot cupluri și ecuațiile de echilibru ale mecanicii se reduc la una singură : ecuația de echilibru a momentelor acestor cupluri ; alegînd drept pozitiv sensul lui M_1 avem :

$$(\sum M_A = 0) \quad M_1 - M + M_2 = 0.$$

Problema este o dată static nedeterminată, deoarece există două necunoscute, M_1 și M_2 , și o singură ecuație.

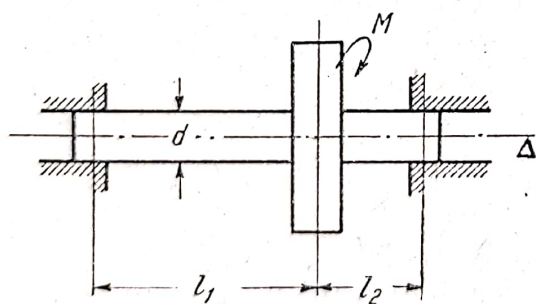


Fig. 12.5, a

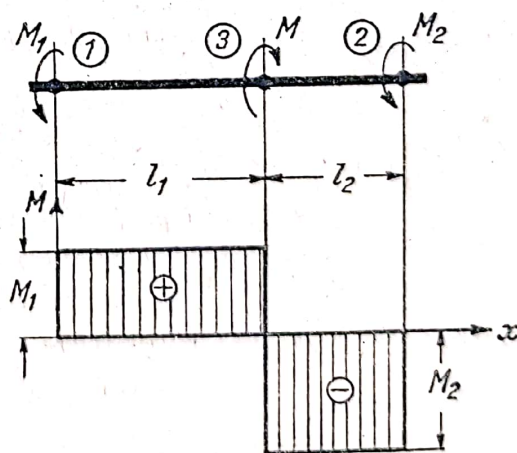


Fig. 12.5, b

Alcătuirea diagramei de variații a eforturilor interioare ; analiza deformațiilor ; scrierea ecuațiilor de deformații

a) Eforturile interioare se reduc în acest caz numai la cuplul de răsucire M ; variația momentului său în lungul grinzii este arătată în diagrama din figura 12.5, b.

Bara este supusă la acțiunea cuplurilor concentrate de răsucire M_1 , M_2 și M ; pentru alcătuirea diagramei s-a procedat astfel :

- s-au marcat punctele caracteristice 1, 2, 3;
- s-a ales drept sens pozitiv sensul lui M_1 ;
- s-a figurat în dreptul punctului 1, pe ordonată, valoarea pozitivă M_1 ;
- imediat în stînga și în dreapta punctului 3, valorile momentului de răsucire sînt :

$$M_1 \text{ și } M_1 - M = -M_2;$$

- în dreptul punctului 2 s-a figurat ordonata negativă $-M_2$;
- în porțiunile libere de sarcini, diagrama este formată din segmente paralele cu bara.

b) Arborele din figura 12.5, b se deformează astfel :

- secțiunile 1 și 2 rămîn fixe;
- secțiunea 3 se rotește cu un unghi oarecare $\Delta\varphi$.

Dacă se presupune bara 1—2 despărțită în două tronsoane, 1—3 și 3—2, avînd respectiv lungimile l_1 și l_2 și supuse la răsucire sub acțiunea cuplurilor respectiv M_1 și M_2 (după cum rezultă din diagramă), se observă că secțiunea 3 a ambelor părți din bară se rotește cu același unghi $\Delta\varphi$. Această constatare va da posibilitatea alcătuirii ecuației suplimentare de deformații.

c) Ecuația de deformații se scrie deci, egalînd între ele deformațiile unghiulare ale secțiunii 3, aparținînd celor două porțiuni ale barei (formula 7.3) :

$$\Delta\varphi = \frac{M_1 l_1}{GI_p} = \frac{M_2 l_2}{GI_p}$$

(G este modulul de elasticitate transversală; I_p — modulul de rezistență polar al secțiunii transversale a barei). Deoarece arborele are același diametru și este construit din același material, G și I_p se simplifică și rezultă că :

$$M_1 l_1 = M_2 l_2.$$

Rezolvarea sistemului format din ecuațiile de echilibru și ecuațiile de deformații

Avem sistemul :

$$\begin{aligned} M_1 + M_2 &= M \\ M_1 l_1 &= M_2 l_2, \end{aligned}$$

din care rezultă :

$$M_1 = \frac{M l_2}{l_1 + l_2} = \frac{2\,500 \times 120}{180 + 120} = 1\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm},$$

$$M_2 = \frac{M l_1}{l_1 + l_2} = \frac{2\,500 \times 180}{180 + 120} = 1\,500 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Dimensionarea arborelui și calculul unghiului de deformare maxim

a) Dimensionarea se face în funcție de momentul maxim M_2 , folosind formula :

$$W_{nec} = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{M_2}{\tau_a},$$

din care rezultă :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_2}{\pi \tau_a}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 1\,500}{3,14 \times 600}} = 2,33 \text{ cm}.$$

Se alege din tabela 9 diametrul normalizat :

$$d = 25 \text{ mm}.$$

b) Unghiul de deformare este același pe ambele porțiuni ale arborelui :

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \frac{M_2 l_2}{G I_p} = \frac{M_1 l_1}{G I_p}.$$

Înlocuind datele numerice :

$$M_2 = 1\,500 \text{ kgf} \cdot \text{cm},$$

$$l_2 = 120 \text{ cm},$$

$$G = 810\,000 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi \times 2,25^4}{32} = 3,84 \text{ cm}^4,$$

se obține :

$$\Delta\varphi = \frac{1\,500 \times 120}{810\,000 \times 3,84} = 0,0578 \text{ rad}.$$

Partea a II-a
ORGANE DE MAȘINI

Capitolul XIII

CALCULUL DE REZISTENȚĂ A ORGANELOR
DE MAȘINI SUPUSE LA SOLICITĂRI VARIABILE

A. Definiții și formule

1. Formule și date importante. *Efortul unitar static maxim* în dreptul unui concentrator este dat de relația :

$$\boxed{\sigma_{max} = \alpha_k \sigma_n} \quad (13.1)$$

în care : α_k este coeficientul de concentrare, care depinde de forma și de dimensiunile concentratorului ; valorile sale se găsesc în diagrame ; σ_n — efortul unitar nominal, dat de formulele curențe de rezistență a materialelor.

— O formulă utilizată pentru calculul *coeficientului de concentrare la solicitări dinamice* este :

$$\boxed{\beta_k = 1 + \eta_k (\alpha_k - 1)} \quad (13.2)$$

Valorile coeficienților β_k , η_k , ε și γ se găsesc direct în diagrame*.

Principalele formule care sînt necesare calculelor la oboseală sînt arătate în tabela 13.1.

Semnificațiile mărimilor din această tabelă sînt arătate mai jos ; în metoda lui Penkov, coeficienții $k_1, \dots, k_5$ au următoarele semnificații :

*A se vedea și lucrarea *Calculul de rezistență la solicitări variabile*, Ed. tehnică, 1955, de prof. ing. G h. B u z d u g a n.

k_1 este factorul datorit materialului, tehnologiei piesei și importanței sale în ansamblul mașinii; valorile sale sînt date în tabela 20;

k_2 — factorul datorit impreciziei determinării sarcinilor, erorii formulelor empirice de calcul și aplicării sarcinilor prin șoc; în majoritatea cazurilor, valoarea lui este 1, dacă nu există șocuri;

k_3 — factorul dimensional: $k_3 = \frac{1}{\varepsilon}$;

k_4 — factorul care reprezintă calitatea suprafeței piesei;
 $k_4 = \frac{1}{\gamma}$;

k_5 — factorul care reprezintă efectul de concentrare a eforturilor unitare; pentru solicitări statice $k_5 = \alpha_k$, iar pentru solicitări dinamice $k_5 = \beta_k$.

La materiale plastice se ia: $\sigma_k = 1$.

În probleme mai sînt folosite și următoarele notații:

σ_{rt} — rezistența de rupere la tracțiune;

σ_{rc} — rezistența de rupere la compresiune;

σ_{ri} — rezistența de rupere la încovoiere;

σ_{rr} — rezistența de rupere la răsucire;

M_i — moment încovoiător;

M_t — moment de răsucire.

2. Metoda de rezolvare. Metoda generală de calcul la solicitări variabile a organelor de mașini se desfășoară în general în următoarele etape:

1) se predimensionează piesa prin comparație cu alte construcții care funcționează în condiții apropiate sau printr-un calcul sumar bazat pe alegerea unor rezistențe admisibile;

2) se stabilește coeficientul de siguranță necesar pentru organul de mașină calculat;

3) se verifică coeficientul de siguranță după una dintre metodele de mai sus;

4) se compară coeficientul de siguranță cu cel stabilit conform punctului precedent; dacă rezultatul nu corespunde valorii impuse inițial, se modifică dimensiunile piesei sau se indică tratamentul care trebuie aplicat;

5) se verifică coeficientul de siguranță pentru dimensiunile definitive.

În aplicațiile care vor urma se tratează în special punctul 3.

S o l i c i t ă r i s i m p l e

Metoda coeficientului c	Metoda coeficientului de reducere a rezistenței admisibile
<i>Metoda Soderberg</i> $c = \frac{1}{\frac{\beta k}{\epsilon \gamma} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma}} \quad (13.3)$ $c_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_c}{\sigma_m + \sigma_v} \quad (13.4)$ $\sigma = \sigma_r$ dacă coeficientul c se calculează față de rezistența de rupere; $\sigma = \sigma_c$ dacă coeficientul c se calculează față de limita de curgere; c — coeficient de siguranță față de rezistența la oboseală; c_c — coeficient de siguranță față de limita de curgere. Pentru solicitările care produc eforturi unitare tangențiale se va înlocui peste tot σ prin τ. <i>Metoda Serensen—Kinasoșvili</i> — pentru cicluri situate deasupra bisectoarei primului cadran, în sistemul de coordonate σ_v, σ_m: $c = \frac{1}{\frac{\beta k}{\epsilon \gamma} \cdot \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}} + \psi \frac{\sigma_m}{\sigma_{-1}}} \quad (13.5)$ $\psi = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \quad (13.6)$ — pentru cicluri situate sub bisectoarea primului cadran, în sistemul de coordonate σ_v, σ_m: $c_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_c}{\sigma_m + \sigma_v} \quad (13.7)$ c — coeficient de siguranță față de rezistența la oboseală; c_c — coeficient de siguranță față de limita de curgere. Pentru solicitările care produc eforturi unitare tangențiale se va înlocui peste tot σ prin τ.	$\sigma_{as} = \frac{\sigma_c}{c} \quad (13.8)$ $\sigma_u = \psi \sigma_{as} \quad (13.9)$ în care : $\varphi = \frac{1 + k}{1 + k \frac{\sigma_c}{\sigma'_{-1}}} \quad (13.10)$ $k = \frac{\sigma_v}{\sigma_m} = \frac{1 - r}{1 + r}$ $\sigma'_{-1} = \frac{\epsilon \gamma}{\beta k} \sigma_{-1}$ σ_{as} — rezistența admisibilă pentru solicitarea statică; φ — coeficientul de reducere a rezistenței admisibile. Cunoscînd pe σ_u, se poate dimensiona piesa supusă la solicitări variabile. Pentru solicitările care produc eforturi unitare tangențiale, se va înlocui σ prin τ.

la solicitări variabile

Tabela 13.1

Solicitări compuse	
Metoda coeficientului de siguranță global	Metoda coeficientului c
<i>Metoda lui Penkov</i> $\begin{aligned} k_s &= k_1 k_2 k_5 \\ k_v &= k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 \\ k_o &= n_m k_s + n_v k_v \end{aligned}$ (13.11) în care : k_s pentru solicitări statice k_v pentru ciclu alternant simetric k_o pentru ciclu asimetric ; $n_v = \frac{\sigma_v}{\sigma_{max}} ; \quad n_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_{max}} \quad (13.12)$ $\sigma_a = \frac{\sigma_{-1}}{k_v} \text{ (ciclu simetric)} \quad (13.13)$ $\sigma_a = \frac{\sigma_R}{k_o} \text{ (ciclu asimetric)} \quad (13.14)$ in care : $\sigma_R = \frac{\sigma_{-1}}{1 - \frac{n_m k_s \operatorname{tg} \alpha}{k_o}} \quad (13.15)$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2(\Phi - 1)}{\Phi}$ $\Phi = \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}}$ σ_a — rezistența admisibilă la solicitări variabile. Dacă $\sigma_R > \sigma_c$ se ia : $\sigma_R = \sigma_c$	<i>Materiale plastice:</i> $c = \frac{c_\sigma \ c_\tau}{\sqrt{c_\sigma^2 + c_\tau^2}} \quad (13.16)$ c_σ, c_τ se calculează cu formulele din prima coloană. <i>Materiale fragile:</i> $\left(\frac{c}{c_\sigma} \right)^2 (k-1) + \frac{c}{c_\sigma} (2-k) + \left(\frac{c}{c_\tau} \right)^2 = 1 \quad (13.17)$ în care : $k = \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}$

Ordinea de calcul al organelor de mașini supuse la solicitări variabile este arătată mai jos, pentru diferitele metode de calcul indicate.

a. *Metoda coeficientului de siguranță c pentru solicitări simple*

Ordinea operațiilor care se efectuează este următoarea :

Se stabilesc eforturile interioare care caracterizează ciclul de solicitare variabilă

Pentru aceasta, se calculează forța de întindere maximă și minimă la solicitarea de întindere-compresiune, forța de tăiere maximă și minimă la solicitarea de forfecare, momentul de încovoiere maxim și minim la solicitarea de încovoiere, momentul de răsucire maxim și minim la solicitarea de răsucire.

Se determină caracteristica geometrică a secțiunii transversale necesare calculului eforturilor unitare: aria pentru întindere, compresiune, forfecare, momentul de inerție axial sau modulul de rezistență axial pentru încovoiere, momentul de inerție polar sau modulul de rezistență polar pentru răsucire.

Se determină eforturile unitare maxime și minime și caracteristicile ciclului de solicitare variabilă (σ_m , σ_v). Pentru aceasta, se aplică formulele de calcul ale efortului unitar de la solicitarea respectivă.

Se stabilesc după tabele sau diagrame coeficienții β_k , ε , γ , care arată influența diferiților factori asupra rezistenței la oboseală.

Se calculează coeficientul de siguranță la solicitări variabile, prin aplicarea uneia dintre formulele din tabela 13.1. Se compară coeficientul astfel obținut cu valoarea prescrisă de norme pentru cazul respectiv ; dacă el este mai mic sau mult mai mare decât cel cu care se compară, se variază prin încercări dimensiunile piesei pînă la egalarea lor, evident cu mici diferențe.

b. *Metoda coeficientului de reducere a rezistenței admisibile*
Ordinea de calcul este aceeași ca la solicitarea statică corespunzătoare, la calculul de dimensionare, verificare sau determinare a sarcinii capabile ; calculul cuprinde însă o etapă în plus, și anume aceea a determinării rezistenței admisibile cu ajutorul formulei (13.9).

c. *Metoda coeficientului de siguranță global*

Ordinea de calcul este următoarea :

Alegerea factorilor care determină coeficientul de siguranță

Din tabele, diagrame sau formule empirice se aleg sau se calculează factorii k_1 , k_2 , k_3 , k_4 , k_5 .

După caracteristicile ciclului se calculează, cu ajutorul formulelor (13.12), factorii n_m și n_v .

Calculul coeficienților de siguranță

Prin aplicarea formulelor (13.11) se calculează coeficienții k_s , k_v și k_o .

Calculul rezistenței admisibile

Se calculează valoarea rezistenței admisibile cu formula (13.14).

Mai departe se efectuează calculul de dimensionare, verificare sau determinare a sarcinii capabile, după formulele corespunzătoare solicitării simple la care este supus organul de mașină respectiv.

d. *Metoda coeficientului de siguranță c la solicitări compuse* urmează, în general, aceeași ordine de calcul ca la varianta a, punctul 4.

B. Probleme

13.1. Tija pistonului unei mașini cu abur este solicitată la un ciclu oscilant de tracțiune-compresiune. Să se verifice tija la solicitare variabilă.

Se dă :

- | | |
|---|---------------------------------------|
| — forța medie de tracțiune-compresiune | $P_m = 12 \text{ tf};$ |
| — amplitudinea sarcinii | $P_v = 2,4 \text{ tf};$ |
| — aria secțiunii barei | $A = 10 \text{ cm}^2;$ |
| — rezistența de curgere a materialului tijei (oțel) | $\sigma_c = 22 \text{ kgf/cm}^2$ |
| — rezistența la oboseală a materialului tijei pentru ciclul alternant simetric de tracțiune-compresiune | $\sigma_{-1t} = 10 \text{ kgf/cm}^2;$ |
| — coeficientul de concentrare la solicitări variabile | $\beta_k = 1;$ |
| — factorul dimensional | $\epsilon = 1;$ |
| — factorul de calitate | $\gamma = 1;$ |
| — coeficientul de siguranță prescris | $c = 1,2.$ |

Se cere :

- valoarea coeficientului de siguranță efectiv c_{ef} .

Rezolvare.

Pentru calculul coeficientului de siguranță efectiv se folosește varianta a de la punctul 4. Deoarece pentru calculul lui c este nevoie de σ_m și σ_v , se poate omite prima etapă de calcul.

Determinarea caracteristicii geometrice a secțiunii transversale.

La solicitarea de întindere-compresiune, caracteristica geometrică a secțiunii transversale este aria ; ea este dată de enunțul problemei :

$$A = 10 \text{ cm}^2.$$

Stabilirea eforturilor unitare care caracterizează ciclul de solicitare variabilă

Ținând seama de faptul că solicitarea este de întindere și de datele problemei, rezultă că :

$$\sigma_m = \frac{P_m}{A} = \frac{12\,000}{1\,000} = 12 \text{ kgf/mm}^2,$$

$$\sigma_v = \frac{P_v}{A} = \frac{2\,400}{1\,000} = 2,4 \text{ kgf/mm}^2.$$

Stabilirea coeficienților β_k , ε , γ

Conform datelor din enunț :

$$\beta_k = \varepsilon = \gamma = 1.$$

Calculul coeficientului de siguranță la solicitări variabile

Pentru aceasta se folosește formula (13.3) cu $\sigma = \sigma_e$:

$$c_e = \frac{1}{\frac{\beta_R}{\varepsilon\gamma} \frac{\sigma_v}{\sigma - 1} + \frac{\sigma_m}{\sigma_e}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$c_e = \frac{1}{\frac{2,4}{10} + \frac{12}{22}} = 1,27 > 1,2.$$

Coeficientul de siguranță efectiv este mai mare decât cel prescris, deci tija poate funcționa în condiții bune.

13.2. Un arbore de secțiune circulară este solicitat în timpul funcționării la încovoiere printr-un ciclu oscilant, care provoacă în fibrele sale eforturi unitare de întindere și compresiune. Din necesități de funcționare, în secțiunea în care se produc eforturile unitare menționate arborele are o gaură perpendiculară pe axul său (fig. 13.2, a). Să se verifice arborele la solicitarea variabilă.

Se dă :

- valoarea efortului unitar maxim
- valoarea efortului unitar minim

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= 18 \text{ kgf/cm}^2 ; \\ \sigma_{\min} &= 16 \text{ kgf/cm}^2 ; \end{aligned}$$

- diametrul găurii
- diametrul arborelui
- rezistența de rupere a materialului arborelui
- rezistența de curgere a materialului arborelui
- rezistența la oboseală a ciclului alternant simetric pentru materialul arborelui
- calitatea suprafeței
- coeficientul de siguranță prescris

$$\begin{aligned}
 a &= 3 \text{ mm}; \\
 d &= 50 \text{ mm}; \\
 \sigma_r &= 100 \text{ kgf/cm}^2; \\
 \sigma_c &= 75 \text{ kgf/mm}^2; \\
 \sigma_{-1l} &= 48 \text{ kgf/mm}^2; \\
 &\text{strunjită brut}; \\
 c &= 1,2.
 \end{aligned}$$

Se cere :

- coeficientul de siguranță efectiv c_e .

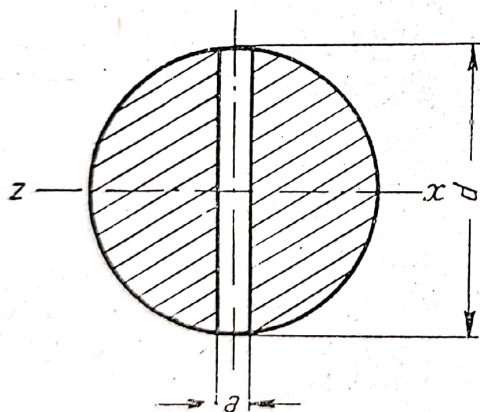
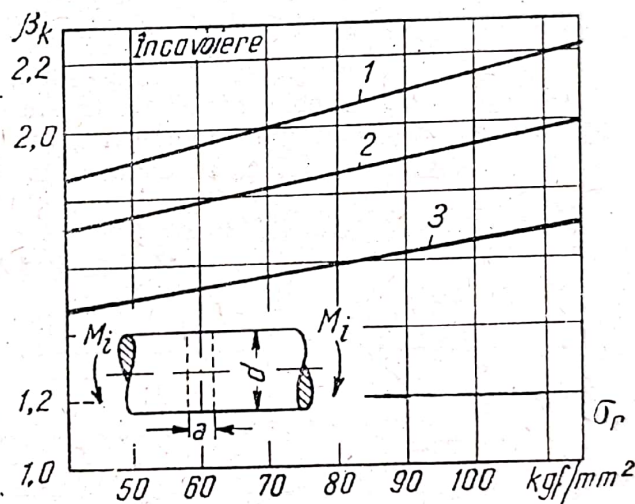


Fig. 13.2,a



Curba	a/d	$d(\text{mm})$
1	0,05 - 0,1	40 - 50
2	0,10 - 0,25	40 - 50
3	0,15 - 0,25	6 - 8

Fig. 13.2,b

Rezolvare.

Determinarea caracteristicilor ciclului

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{18 + 6}{2} = 12 \text{ kgf/mm}^2;$$

$$\sigma_v = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{18 - 6}{2} = 6 \text{ kgf/mm}^2.$$

Stabilirea coeficienților

a) Coeficientul β_k se determină din diagrama arătată în figura 13.2, b, în funcție de :

$$\sigma_r = 100 \text{ kgf/mm}^2; \frac{a}{d} = \frac{3}{50} = 0,06; d = 50 \text{ mm.}$$

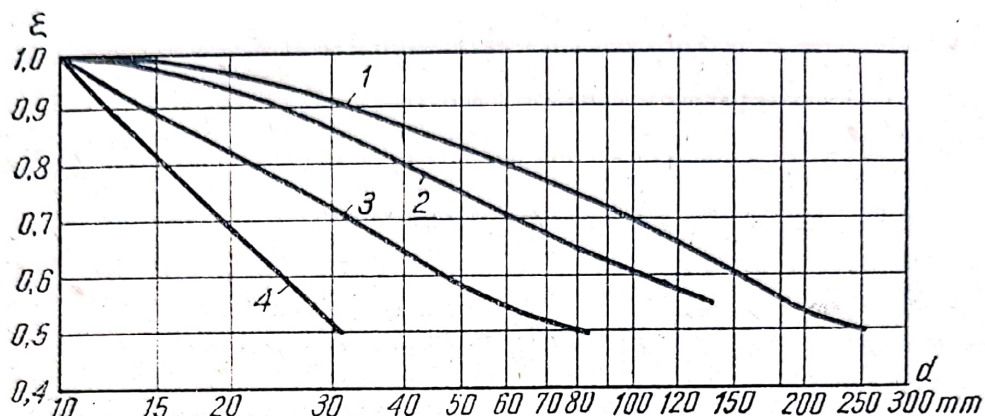
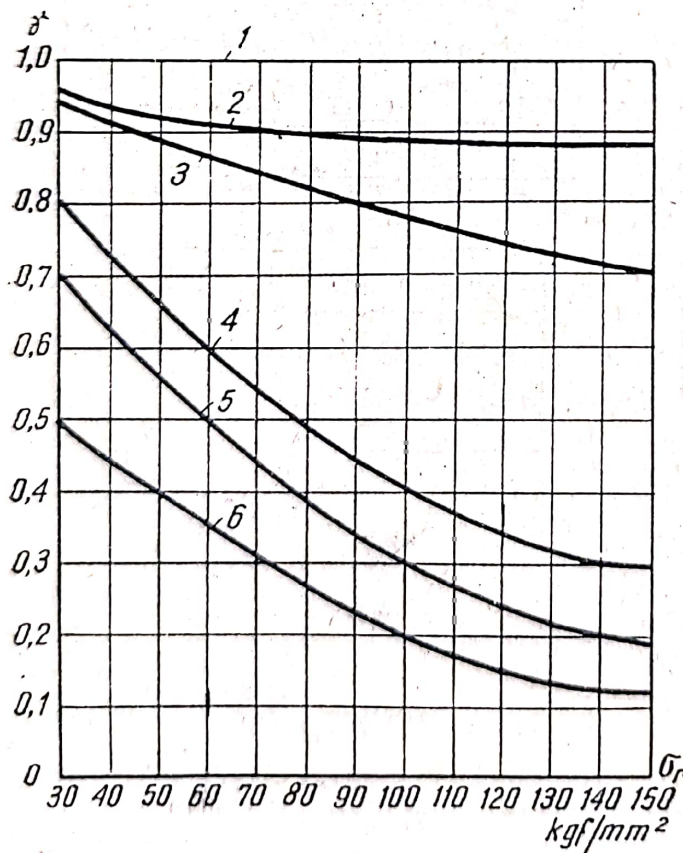


Fig. 13.2, c

1 — oțel-carbon fără concentrări de tensiuni; 2 — oțel aliat fără concentrări și oțel-carbon cu concentrări moderate; 3 — oțel aliat, cu concentrări; 4 — oțel aliat, cu concentrări foarte mari.

Pentru valorile date se găsește pe curba 1 :

$$\beta_k = 2,14.$$



b) Factorul dimensional se determină din figura 13.2, c, pe curba 3, pentru $d = 50 \text{ mm}$.

Rezultă :

$$\varepsilon = 0,58.$$

c) Coeficientul γ se determină din figura 13.2, d, pe curba 3, pentru $\sigma_r = 100 \text{ kgf/mm}^2$. Rezultă :

$$\gamma = 0,78.$$

Calculul coeficientului de siguranță

Fig. 13.2, d

1 — epruvetă polisată; 2 — șlefuire fină, prelucrare fină cu cuțitul; 3 — șlefuire brută, strunjire brută; 4 — suprafață laminată cu crustă; 5 — coroziune în apă dulce; 6 — coroziune în apă sărată.

Se aplică formula (13.3), considerînd că punctul A (fig. 13.2, d) corespunde limitei de curgere :

$$c = \frac{1}{\frac{\beta_k}{\varepsilon \gamma} \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1t}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_c}} = \frac{1}{\frac{2,14}{0,58 \times 0,78} \cdot \frac{6}{48} + \frac{12}{75}} = 1,36 > 1,2.$$

13.3. Să se verifice la solicitarea variabilă de răsucire arcul elicoidal al unei suspensii.

Se dă :

- rezistența de rupere a materialului arcului $\tau_r = 86 \text{ kgf/mm}^2$;
- limita de curgere a materialului arcului $\tau_a = 48 \text{ kgf/mm}^2$;
- rezistența la oboseală prin răsucire a ciclului alternant simetric $\tau_{-1t} = 32 \text{ kgf/cm}^2$;
- coeficientul de calitate $\gamma = 1,6$;
- efortul unitar maxim de răsucire în materialul arcului $\tau_{max} = 45,2 \text{ kgf/mm}^2$;
- efortul unitar minim de răsucire în materialul arcului $\tau_{min} = 17,6 \text{ kgf/mm}^2$;
- coeficientul de concentrare la solici-tări variabile $\beta_k = 1$;
- factorul dimensional $\varepsilon = 1$;
- coeficientul de siguranță prescris $c = 1,5$.

Se cere :

- coeficientul de siguranță efectiv c_e .

Rezolvare.

Primele două etape nu sînt necesare, întrucît sînt date direct eforturile unitare maxim și minim.

Determinarea caracteristicilor ciclului

Avem :

$$\tau_v = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2} = \frac{45,2 - 17,6}{2} = 13,8 \text{ kgf/mm}^2,$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2} = \frac{45,2 + 17,6}{2} = 31,4 \text{ kgf/mm}^2.$$

Stabilirea coeficienților β_k , ε și γ

Valorile lor sînt date în enunț :

$$\beta_k = \varepsilon = 1 ; \gamma = 1,6.$$

Calculul coeficientului de siguranță la solicitări variabile

Se aplică formula (13.3), în care se consideră că punctul A (fig. 13. 2, d) corespunde rezistenței de rupere :

$$c_c = \frac{1}{\frac{\beta_k}{\varepsilon\gamma} \cdot \frac{\tau_v}{\tau_{-1i}} + \frac{\tau_m}{\tau_r}} = \frac{1}{\frac{1}{1 \times 1,6} \cdot \frac{13,8}{32} + \frac{31,4}{86}} = 1,57 > 1,5.$$

13.4. Să se verifice bolțul pistonului unui motor, avînd forma și dimensiunile din figura 13.4, a.

Se dă :

- rezistența de rupere a materialului bolțului $\sigma_r = 100 \text{ kgf/mm}^2$;
- limita de curgere $\sigma_c = 75 \text{ kgf/mm}^2$;
- rezistența la oboseală prin încovoiere a ciclului alternant simetric $\sigma_{-1i} = 45 \text{ kgf/mm}^2$;
- forța maximă transmisă de piston $P_{max} = 5,2 \text{ tf}$;
- forța minimă transmisă de piston $P_{min} = -1,15 \text{ tf}$;
- lățimea de prindere a capului bielei pe bolț $b = 5,08 \text{ cm}$;
- lățimea de prindere a pistonului pe bolț $a = 3,09 \text{ cm}$;
- jocul dintre bielă și piston $e = 0,2 \text{ cm}$;
- coeficientul de siguranță prescris $c = 1,65$.

Se cere :

- coeficientul de siguranță efectiv c_e .

Rezolvare.

Se folosește schema de calcul de la varianta a, punctul 4.

Trebuie stabilite mărimile σ_m și σ_v , care apar în expresia coeficientului de siguranță ; pentru aceasta se va calcula efortul unitar în secțiunea periculoasă, corespunzător celor două valori ale forței P (P_{max} și P_{min}), determinîndu-se astfel σ_{max} și σ_{min} .

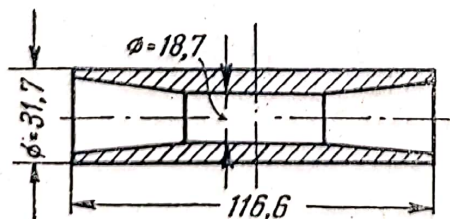


Fig. 13.4, a

Stabilirea eforturilor interioare

Bolțul pistonului este solicitat la încovoiere datorită forțelor (considerîndu-le uniform distribuite) trans-

mise de către bielă pe porțiunea de lungime b și de piston pe cele două porțiuni marginale de lungime a (fig. 13.4, b).

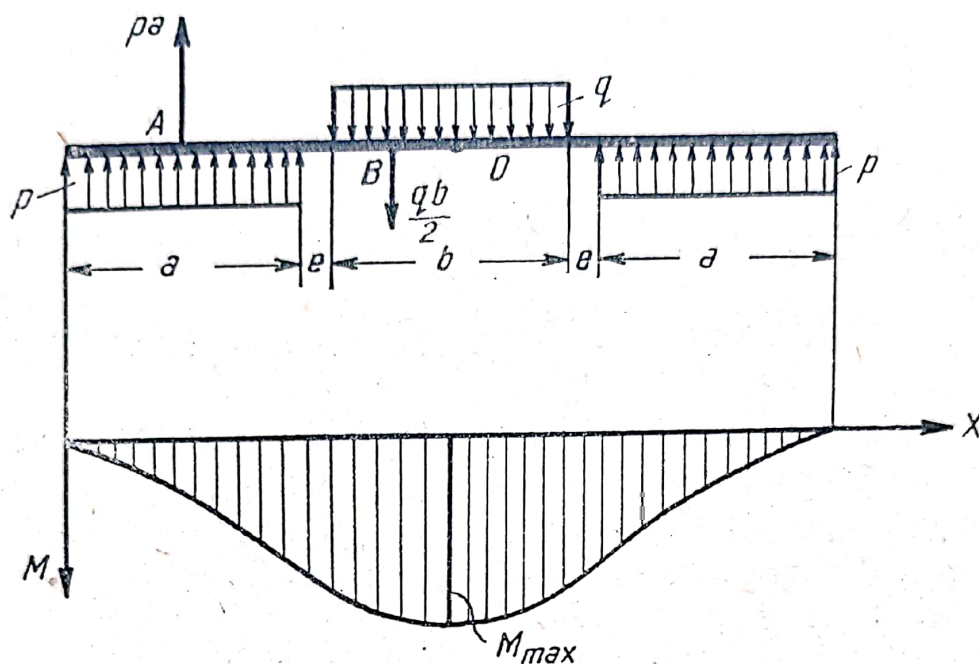


Fig. 13.4, b

Dacă se notează prin q intensitatea sarcinii uniform distribuite transmise de ochiul bieii și prin p intensitatea sarcinii distribuite transmise de piston, pentru echilibru va trebui să avem :

$$2pa = qb = P.$$

De aici rezultă că :

$$p = \frac{P}{2a}; \quad q = \frac{P}{b}.$$

Din figura 13.4, b se vede că momentul maxim se află la mijlocul bolțului ; el este egal cu momentul sarcinii pa , considerată ca fiind aplicată în A , din care se scade momentul sarcinii $q \frac{b}{2}$ considerată ca fiind aplicată în B :

$$M_0 = pa \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{2} + e \right) - q \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{4}.$$

Înlocuind valorile lui p și q găsite mai sus, se obține :

$$M_0 = \frac{P}{4} (a + b + 2e) - \frac{Pb}{8} = \frac{P}{4} \left(a + \frac{b}{2} + 2e \right).$$

Înlocuind valorile numerice :

$$P = \begin{cases} 5\,200 \text{ kgf}, \\ -1\,150 \text{ kgf}, \end{cases}$$

$$a = 3,09 \text{ cm}, b = 5,08 \text{ cm}, e = 0,2 \text{ cm},$$

se obține :

$$M_{\max} = \frac{5\,200}{4} \left(3,09 + \frac{5,08}{2} + 2 \times 0,2 \right) = 7\,839 \text{ kgf} \cdot \text{cm};$$

$$M_{\min} = -\frac{1\,150}{4} \left(3,09 + \frac{5,08}{2} + 2 \times 0,2 \right) = -1\,733,6 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Determinarea caracteristicilor geometrice necesare calculului eforturilor unitare

Solicitarea fiind încovoiere, trebuie determinat modulul de rezistență al secțiunii transversale în raport cu axa de încovoiere a acesteia :

$$W = \frac{\pi D^2}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right].$$

Înlocuind datele numerice :

$$D = 3,17 \text{ cm}; d = 1,87 \text{ cm},$$

se obține :

$$W = \frac{3,14 \times 3,17^3}{32} \left[1 - \left(\frac{1,87}{3,17} \right)^4 \right] = 2,75 \text{ cm}^3.$$

Determinarea eforturilor unitare și a caracteristicilor ciclului de solicitare variabilă (σ_m , σ_v)

a) Eforturile unitare ale ciclului sînt :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{7850}{2,75} = 2\,854,5 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\min}}{W} = \frac{-1\,740}{2,75} = -632,7 \text{ kgf/cm}^2.$$

b) Cu aceste valori se obțin caracteristicile căutate ale ciclului de solicitare variabilă :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{2\,854,5 - 632,7}{2} = 1\,110,9 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$\sigma_v = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{2\,854,5 + 632,7}{2} = 1\,743,6 \text{ kgf/cm}^2.$$

Stabilirea coeficienților care arată influența diferiților factori asupra rezistenței la oboseală

Avem :

$\beta_k = 1$, deoarece nu există creștături, salturi de diametre etc., care să producă concentrări de eforturi unitare ;
 $\varepsilon = 0,85$, ales după figura 13.2, c, curba 2, pentru $d = 31,7$ mm ;
 $\gamma = 1$, deoarece bolțul este șlefuit.

Calculul coeficientului de siguranță la solicitarea variabilă.
 Pentru aceasta se folosește formula (13.4) :

$$c = \frac{1}{\frac{\beta_k}{\varepsilon \gamma} \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1t}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_c}}$$

Înlocuind valorile numerice se obține :

$$c = \frac{1}{\frac{1}{0,85} \cdot \frac{1\,747}{4\,500} + \frac{1\,113}{7\,500}} = 1,66.$$

13.5. Să se dimensioneze o tijă de secțiune pătrată care este solicitată la întindere printr-un ciclu oscilant.

Se dă :

- | | |
|---|---|
| — forța maximă de întindere | $P_{max} = 8,7$ tf ; |
| — forța minimă de întindere | $P_{min} = 3,5$ tf ; |
| — limita de curgere a materialului
tije | $\sigma_c = 32$ kgf/mm ² ; |
| — rezistența la oboseală a ciclului al-
ternant simetric de tracțiune-com-
presiune | $\sigma_{-1t} = 20$ kgf/mm ² ; |
| — rezistența admisibilă a materialului
tije la solicitări statice | $\sigma_{as} = 12$ kgf/mm ² ; |
| — coeficientul de concentrare la soli-
citări variabile | $\beta_k = 1$; |
| — factorul dimensional | $\varepsilon = 1$; |
| — factorul de calitate al suprafeței | $\gamma = 1$. |

Se cere :

- latura pătratului secțiunii transver-
sale a tije a.

Rezolvare.

Trebuie rezolvată o problemă de dimensionare ; ordinea de calcul este aceea de la solicitarea respectivă (întindere-compre-

siune), avînd însă o etapă în plus : determinarea rezistenței admisibile. Se aplică metoda arătată în coloana a doua din tabela 13.1.

Variația eforturilor unitare în lungul barei

Efortul unitar de tracțiune sau compresiune este constant în lungul barei (variabil însă în timp).

Stabilirea rezistenței admisibile

a) Coeficientul k , după formula (13.10), este :

$$k = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{\sigma_{max} + \sigma_{min}} = \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}} = \frac{8\,700 - 3\,500}{8\,700 + 3\,500} = 0,426.$$

b) Coeficienții β_k , ε , γ au valorile :

$$\beta_k = \varepsilon = \gamma = 1.$$

După ultima din formulele (13.10), se obține :

$$\sigma'_{-1} = \sigma_{-1} t.$$

c) Coeficientul φ după prima formulă (13.10) are valoarea :

$$\varphi = \frac{1 + k}{1 + k \frac{\sigma_c}{\sigma_{-1}}} = \frac{1 + 0,426}{1 + 0,426 \frac{32}{40}} = 0,846.$$

d) Rezistența admisibilă a ciclului simetric, după formula (13.9), are valoarea :

$$\sigma_a = \varphi \sigma_{as} = 0,846 \times 12 = 10,15 \text{ kgf/mm}^2.$$

Dimensionarea barei

Se folosește formula cunoscută de la solicitarea de întindere :

$$A_{nec} = \frac{P_{max}}{\sigma_a} = \frac{8\,700}{1\,015} = 8,57 \text{ cm}^2.$$

Latura pătratului secțiunii va avea valoarea :

$$a = \sqrt{8,57} = 2,92 \text{ cm.}$$

Alegem :

$$a = 3 \text{ cm.}$$

13.6. Să se dimensioneze bara de oțel de secțiune pătrată de la o susținere metalică, solicitată la încovoiere de un cuplu al cărui moment variază după un ciclu pulsator.

Se dă :

- valoarea maximă a momentului $M_{max} = 250\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$;
- valoarea minimă a momentului $M_{min} = 0 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$;
- rezistența admisibilă la solicitări statice $\sigma_{as} = 17 \text{ kgf/mm}^2$;
- rezistența la oboseală pentru ciclul alternant simetric $\sigma_{-1} = \sigma'_{-1} = 0,6 \sigma_c$.

Se cere :

- latura pătratului secțiunii a .

Rezolvare.

Avînd de rezolvat o problemă de dimensionare la încovoiere, se folosește schema de calcul de la punctul 4b.

În enunț fiind date direct eforturile interioare (momentul încovoiator maxim și minim), primele două etape de calcul nu mai trebuie parcurse.

Determinarea caracteristicii geometrice a secțiunii transversale

Solicitarea fiind încovoiere, caracteristica geometrică este modulul de rezistență axial; pentru secțiunea pătrată avem :

$$W_{nec} = \frac{a^3}{6}.$$

Stabilirea rezistenței admisibile

Pentru calculul de dimensionare al barei este nevoie de rezistența admisibilă σ_a ; ea se calculează cu ajutorul formulelor (13.9) și (13.10), în care :

$$r = 0 \text{ (ciclu pulsator) ;}$$

$$k = \frac{1 - r}{1 + r} = 1 ;$$

$$\varphi = \frac{1 + k}{1 + k \frac{\sigma_c}{\sigma'_{-1}}}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$k = 1,$$

$$\sigma_{-1} = \sigma'_{-1} = 0,6 \sigma_c,$$

se obține :

$$\varphi = \frac{1 + 1}{1 + \frac{1}{0,6}} = 0,75.$$

Rezistența admisibilă σ_a se calculează cu formula (13.9) :

$$\sigma_a = \varphi \sigma_{as} = 0,75 \times 17 = 12,75 \text{ kgf/mm}^2.$$

Determinarea dimensiunilor secțiunii transversale

Folosind formula cunoscută pentru dimensionare la încovoiere :

$$W_{nec} = \frac{a^3}{6} = \frac{M_{max}}{\sigma_a},$$

se obține :

$$a = \sqrt[3]{\frac{6 M_{max}}{\sigma_a}} = \sqrt[3]{\frac{6 \times 250\,000}{12\,75}} = 10,55 \text{ cm}.$$

Se alege latura pătratului :

$$a = 10 \text{ cm}.$$

Calculul efortului unitar efectiv

$$\sigma_{ef} = \frac{M_{max}}{W_e} = \frac{250\,000}{\frac{10^3}{6}} = 1\,500 \text{ kgf/cm}^2.$$

13.7. Să se verifice arborele unei mașini rotative, care este supus unei solicitări compuse de încovoiere cu răsucire.

Se dă :

- valoarea maximă a momentului încovoiător $M_{i \max} = 5\,000 \text{ kgf}\cdot\text{cm} ;$
- valoarea minimă a momentului încovoiător $M_{i \min} = 1400 \text{ kgf}\cdot\text{cm} ;$
- valoarea maximă a momentului de răsucire $M_{t \max} = 3\,700 \text{ kgf}\cdot\text{cm} ;$
- valoarea minimă a momentului de răsucire $M_{t \min} = 900 \text{ kgf}\cdot\text{cm} ;$
- limita de curgere pentru solicitarea de încovoiere $\sigma_c = 35 \text{ kgf/mm}^2 ;$
- limita de curgere pentru solicitarea de răsucire $\tau_c = 20 \text{ kgf/mm}^2 ;$
- rezistența la oboseală pentru ciclul alternant și metric de încovoiere $\sigma_c = 23 \text{ kgf/mm}^2 ;$
- rezistența la oboseală pentru ciclul alternant simetric de răsucire $\tau_{-1} = 14 \text{ kgf/mm}^2 ;$
- coeficientul de concentrare la solicitarea de încovoiere $\beta_{k\sigma} = 1,6 ;$

- coeficientul de concentrare la sollicitarea de răsucire $\beta_{k\tau} = 1,3$;
- factorul dimensional $\varepsilon = 0,78$;
- coeficientul de calitate al suprafeței $\gamma = 0,91$;
- diametrul arborelui $d = 40$ mm ;
- coeficientul de siguranță prescris $c = 2$.

Se cere :

- coeficientul de siguranță efectiv c_e .

Rezolvare.

Stabilirea eforturilor care caracterizează ciclul

Valorile lor maxime sînt date în enunț.

Stabilirea caracteristicilor geometrice

a) Pentru încovoiere, modulul de rezistență axial este :

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi 4^3}{32} = 6,28 \text{ cm}^3.$$

b) Pentru răsucire, modulul de rezistență polar este :

$$W_p = 2W = 2 \times 6,28 = 12,56 \text{ cm}^3.$$

Determinarea eforturilor unitare maxime și minime și a caracteristicilor ciclului de sollicitare variabilă

a) Pentru sollicitarea de încovoiere :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{t \max}}{W} = \frac{5\,000}{6,28} = 795 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{t \min}}{W} = \frac{1\,400}{6,28} = 223 \text{ kgf/cm}^2.$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{7,95 + 2,23}{2} = 5,09 \text{ kgf/mm}^2,$$

$$\sigma_v = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{7,95 - 2,23}{2} = 2,86 \text{ kgf/mm}^2.$$

b) Pentru sollicitarea de răsucire :

$$\tau_{\max} = \frac{M_{t \max}}{W_p} = \frac{3\,700}{12,56} \approx 295 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$\tau_{\min} = \frac{M_{t \min}}{W_p} = \frac{900}{12,56} = 71,6 \text{ kgf/cm}^2 \approx 72 \text{ kgf/cm}^2.$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2} = \frac{2,95 + 0,72}{2} = 1,83 \text{ kgf/mm}^2,$$

$$\tau_v = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2} = \frac{2,95 - 0,72}{2} = 1,11 \text{ kgf/mm}^2.$$

Stabilirea coeficienților $\beta_{k\sigma}$, $\beta_{k\tau}$, ε și γ .

Valorile acestor coeficienți sînt date în enunț.

Calculul coeficientului de siguranță

Se aplică formulele (13.3) și (13.16) :

$$c_\sigma = \frac{1}{\frac{\beta_{k\sigma}}{\varepsilon \gamma} \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1t}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_c}} = \frac{1}{\frac{1,6}{0,78 \times 0,91} \frac{2,86}{23} + \frac{5,9}{35}} = 2,23,$$

$$c_\tau = \frac{1}{\frac{\beta_{k\tau}}{\varepsilon \gamma} \frac{\tau_v}{\tau_{-1t}} + \frac{\tau_m}{\tau_c}} = \frac{1}{\frac{1,3}{0,78 \times 0,91} \frac{1,11}{14} + \frac{1,83}{20}} = 4,23,$$

$$c_e = \frac{c_\sigma c_\tau}{\sqrt{c_\sigma^2 + c_\tau^2}} = \frac{2,23 \times 4,23}{\sqrt{2,23^2 + 4,23^2}} = 2,06.$$

Capitolul XIV

ORGANE DE ASAMBLARE NEDEMONTABILE

A. Formule și date importante

Nituri

Principii generale de calcul (fig. 14, a, b, c)

Calculul capetelor nitului

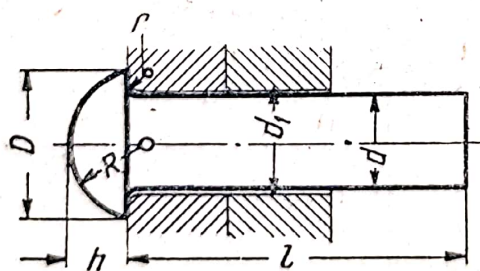


Fig. 14, a

La proiectare nu se calculează diametrul și înălțimea capului nitului, deoarece dimensiunile fixate prin standard sînt acoperitoare.

Diametrul nitului este:

$$d \approx 2s \quad (14.1)$$

(o singură secțiune de forfecare s este grosimea uneia din cele două table).

Distanța e (fig. 14, b):

$$e = 1,5d \quad (14.2)$$

$$\text{Pasul niturilor : } \boxed{t = 2,57d} \quad (14.3)$$

$$\text{Pasul minim : } 2,5d \leq t_{\min} \leq 3d. \quad (14.4)$$

$$\text{Pasul maxim : } 6d \leq t_{\max} \leq 8d. \quad (14.5)$$

$$\text{Coeficientul de utilizare : } \varphi = \frac{t-d}{t}. \quad (14.6)$$

Nituirea de rezistență încărcată simetric

Diametrul nitului pentru n secțiuni de forfecare este dat de :

$$\boxed{d = \frac{4}{n\pi} - \frac{\sigma_{ag}}{\tau_{af}} s} \quad (14.7)$$

în care s este grosimea totală a tablelor care preiau forța într-un sens ; se mai folosește și formula :

$$\boxed{d = \sqrt{5} s - 0,2 \text{ cm}} \quad (14.8)$$

$$\text{Distanța } e : \quad \boxed{1,5 \leq e \leq 2d} \quad (14.9)$$

Distanța e nu se ia mai mare de $(2,5 \dots 2,8)d$, pentru a nu slăbi contactul tablelor pe margini.

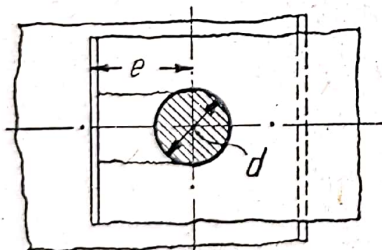


Fig. 14, b

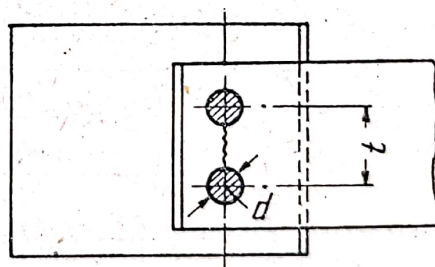


Fig. 14, c

Distanța t (fig. 14, c) pentru m rînduri de nituri este :

$$\boxed{t = d \left(\frac{\pi m}{4} \cdot \frac{\tau_{af}}{\sigma_{at}} \cdot \frac{d}{s} + 1 \right)} \quad (14.10)$$

în care σ_{at} este rezistența admisibilă la tracțiune pentru tablă.

Distanțele e și t pentru niturile construcțiilor metalice sînt standardizate (STAS 764-49).

Distanța e_1 (fig. 14, d) este : $0,5 \leq e_1 \leq 0,7t$ (14.11)

Numărul de nituri în cazul sarcinilor variabile este

$$i' = i \left(1 + 0,3 \frac{P_{min}}{P_{max}} \right) \quad (14.12)$$

în care P_{min} și P_{max} se înlocuiesc cu valorile lor algebrice, i fiind numărul de nituri pentru solicitarea statică.

Nituirea de rezistență încărcată excentric

Dacă forța care solicită nituirea acționează excentric față de linia niturilor sau de linia care trece prin centrul de greutate al distribuției lor sau dacă grinda nituită are de suportat un moment de încovoiere ; niturile au de suportat :

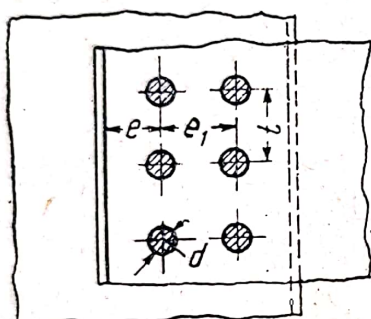


Fig. 14, d

— cota-parte care revine fiecărui nit, ca în cazul încărcării simetrice ;

— câte o încărcare suplimentară, a cărei mărime variază cu distanța la axa neutră, reprezentând contribuția niturilor la preluarea momentului.

Calculul acestor nituri va fi arătat la aplicații.

Nituirea de rezistență-etanșare

Grosimea tablei unui cazan este dată de formula :

$$s = \frac{pD}{2\varphi\sigma_{at}} + (0,1 \dots 0,3) \text{ cm} \quad (14.13)$$

în care : D este diametrul interior al cazanului ; p — presiunea fluidului.

Nituirea de etanșare

Grosimea tablei rezervoarelor cilindrice verticale este dată de formula :

$$s = \frac{pD}{2\varphi\sigma_{at}} + 0,4 \text{ cm} \quad (14.14)$$

Rezistența admisibilă a tablei se ia :

$$\sigma_{at} = (900 \dots 1\,000) \text{ kgf/cm}^2 \quad (14.15)$$

Grosimea tablelor rezervoarelor cu secțiune dreptunghiulară este dată de formula :

$$s = b \sqrt{\frac{kp}{\sigma_{at}}} + a' \quad (14.16)$$

în care : a și b sînt dimensiunile unui cîmp ($b < a$) ; k — un coeficient care se ia din tabela 14.1 ; $a' = 0,4$ cm, un adaos.

Rezistența admisibilă se ia ca mai sus ($\sigma_{at} = \sigma_{at}$).

Suduri

Suduri cap la cap, solicitate la întindere sau compresiune (fig. 14, e)

Lungimea efectivă a cordonului l este dată de relația :

$$l = l_s - 2s \quad (14.17)$$

Sarcina preluată de cordonul de sudură este dată de relația :

$$P = l_a \sigma_{as} \quad (14.18)$$

Grosimea cordonului de sudură este dată de relația :

$$a = s \frac{\sigma_a}{\sigma_{as}} \quad a_{max} = (1,2 \dots 1,25)s \quad (14.19)$$

Valori ale eforturilor unitare admisibile ale cordonului de sudură :

tracțiune	$\sigma_{as} = (0,6 \dots 0,9) \sigma_a$	(14.20)
compresiune	$\sigma_{as} = (0,75 \dots 1,0) \sigma_a$	

Suduri cap la cap, solicitate la încovoiere (fig. 14, f)

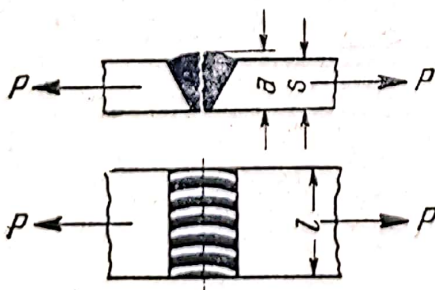


Fig. 14, e

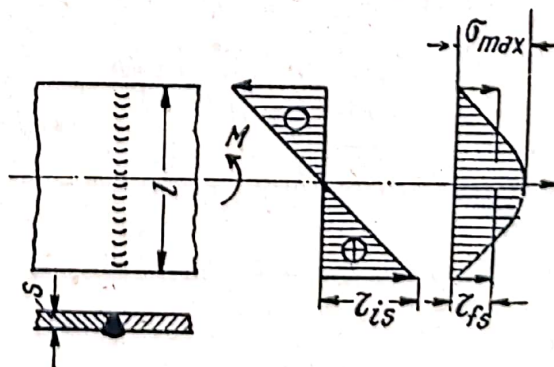


Fig. 14, f

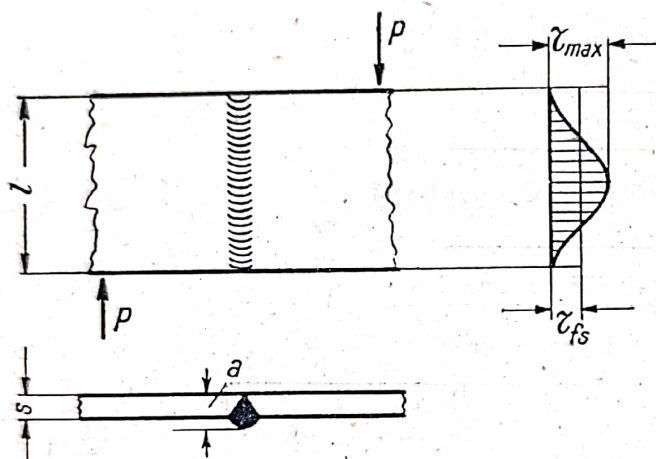
Eforturile unitare maxime în cordonul de sudură sînt date de relația :

$$\sigma_s = \pm \frac{M_t}{W_s} \quad (14.21)$$

Modulul de rezistență al cordonului de sudură este dat de relația :

$$W_s = \frac{al^2}{6} \quad (14.22)$$

Suduri cap la cap, solicitate la forfecare (fig. 14, g)



Valoarea efortului unitar maxim este dată de relația :

$$\tau_{fs \max} = 1,5 \frac{P}{la} \quad (14.23)$$

Suduri cap la cap, solicitate la întindere (compresiune) și încovoiere

Fig. 14, g

Efortul unitar total se obține din adunarea algebrică a eforturilor unitare ale celor două solicitări componente; el are valoarea :

$$\sigma_s = \pm \frac{P}{la} \pm \frac{M_t}{W_s} \quad (14.24)$$

Suduri de colț cu margini suprapuse

Suduri de colț frontale (pe o singură parte sau pe ambele părți), solicitate la forfecare (fig. 14, h)

Relația care dă efortul unitar efectiv în cordonul de sudură ca funcție de lungimea reală a cordonului l , grosimea tablei s și forța P este :

$$\tau_{fs} = \frac{P}{1,4ls} \quad (14.25)$$

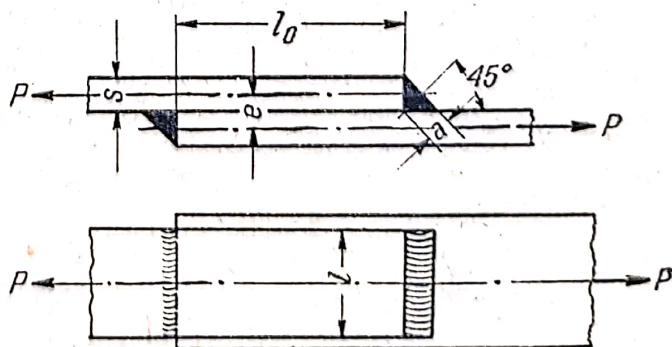


Fig. 14, h

Pentru micșorarea tensiunilor de încovoiere se recomandă ca :

$$l_0 > 4s \quad (14.26)$$

în care : l_0 este lungimea de suprapunere ; s — grosimea tablei.

Sudura de colț frontală, supusă acțiunii unui cuplu (fig. 14, i).

Efortul unitar $\sigma_i = \tau_{fs}$ este dat de relația :

$$\sigma_i = \frac{M_i}{W_s} \quad (14.27)$$

Modulul de rezistență este dat de relațiile :

cordon pe o parte	$N_s = 1,17 sl^2$	(14.28)
cordon bilateral	$W_s = 2,34 sl^2$	

Sudură de colț frontală, supusă la întindere (compresiune) și încovoiere (fig. 14, j)

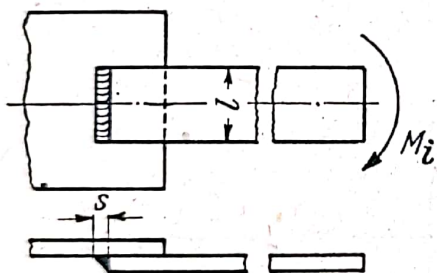


Fig. 14, i

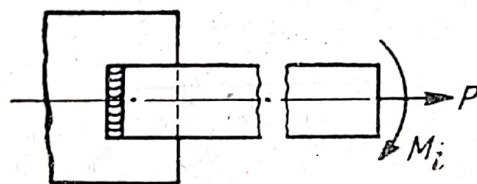


Fig. 14, j

Efortul unitar τ_{fs} în cordonul de sudură este dat de relațiile :

sudură de colț dreaptă pe o singură parte	$\tau_{fs} = \frac{1}{0,7 ls} \left(P + \frac{6M_i}{l} \right)$	(14.29)
sudură de colț dreaptă bilaterală	$\tau_{fs} = \frac{1}{1,4 ls_1} \left(P + \frac{6M_i}{l} \right)$	

în care : l este lungimea cordonului ; s — grosimea tablei ; P — forța de întindere (compresiune) ; M — momentul încovoiator.

Suduri de colț laterale, încărcate simetric (fig. 14, k)

Efortul unitar în cordonul de sudură este dat de relația :

$$\tau_{fs} = \frac{P}{1,4 sl_1} \quad (14.30)$$

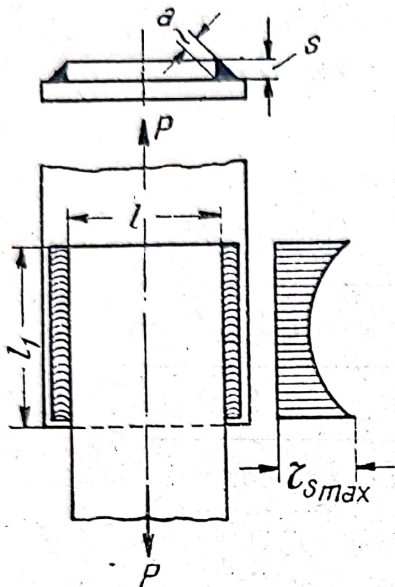


Fig. 14, k

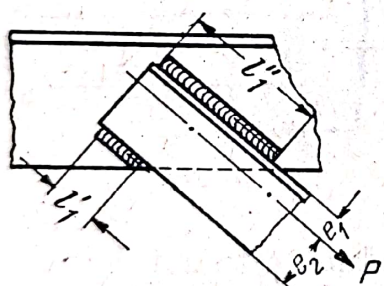


Fig. 14, l

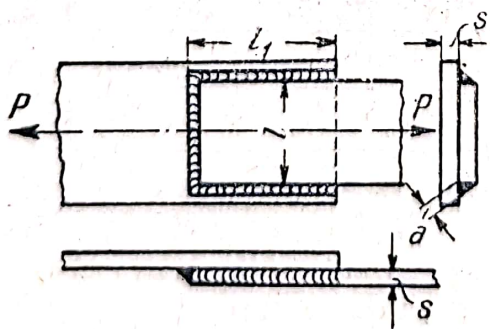


Fig. 14, m

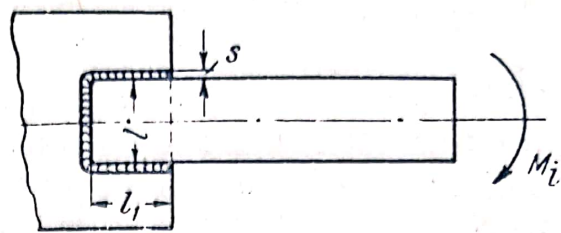


Fig. 14, n

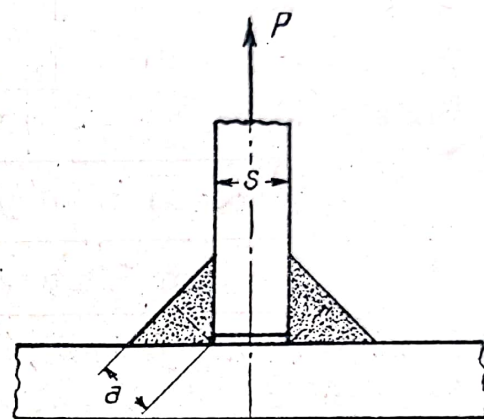


Fig. 14, o

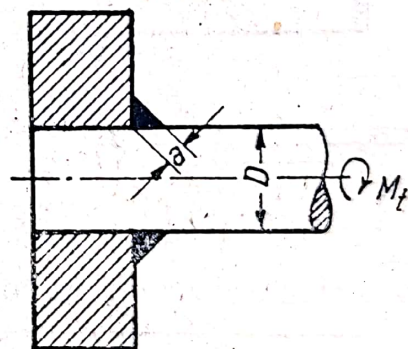


Fig. 14, p

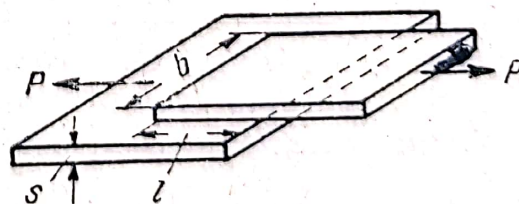


Fig. 14, q

Suduri de colț laterale, încărcate asimetric (fig. 14, l)
Lungimile celor două cordoane sînt date de relațiile :

$$\begin{cases} l'_1 = \frac{l_1}{l_1 + l_2} L \\ l''_1 = \frac{l_2}{l_1 + l_2} L \end{cases} \quad (14.31)$$

în care L este lungimea totală a cordonului.

Sarcina pe care o poate prelua cusătura este dată de relația :

$$P = La\tau_{afs} . \quad (14.32)$$

Suduri de colț combinate

Sarcina capabilă la sudura supusă tracțiunii (fig. 14, m) este dată de relația :

$$P = 0,7s(l + 2l_1)\tau_{fs} \quad (\tau_{fs} < \tau_{afs}) \quad (14.33)$$

Efortul unitar la sudura supusă unui moment încovoietor (fig. 14, n) este dat de relația :

$$\tau_{fs} = \frac{8,56 M_t}{s[6l_1(l + s) + l^2]} \quad (14.34)$$

Suduri de colț bilaterale (fig. 14, o)

Eforturile unitare de tracțiune nominale sînt date de relația :

$$\sigma_s = \frac{P}{\sqrt{2} la} \quad (14.35) \quad \sigma_{as} \leq 0,65 \sigma_a \quad (14.36)$$

Suduri de colț solicitate la răsucire (fig. 14, p)

Efortul unitar este dat de relația :

$$\tau_s = \frac{2M_t}{\pi(D + 0,7a)^2 a} \quad (14.37)$$

Îmbinările sudate ale cazanelor de abur

Valorile coeficientului de calitate, ale coeficientului de rezistență la solicitări și ale rezistențelor admisibile se găsesc în tabelele 21, 22, 23.

Determinarea grosimii tablei se face cu formula (14.13) de la cazul nituirii.

Alegerea rezistențelor admisibile

Suduri solificate static; valorile rezistențelor admisibile sînt date de relațiile :

$$\sigma_{as} = \varphi \sigma_a; \quad (14.38) \quad \tau_{as} = \varphi \tau_a, \quad (14.39)$$

în care σ_{as} , τ_{as} sînt rezistențele admisibile pentru cordonul de sudură, iar σ_a , τ_a sînt rezistențele admisibile pentru metalul de bază. Valorile coeficientului de rezistență φ sînt date în tabela 22.

Suduri solificate la oboseală; valoarea rezistenței admisibile este dată de relația :

$$\sigma_{as_0} = k \varphi \sigma_{ao}, \quad (14.40)$$

în care σ_{ao} este rezistența la oboseală, la întindere, cu luarea în considerare a naturii ciclului (pentru ciclul alternant simetric $\sigma_{ao} = \sigma_{-1}$). σ_{as_0} este rezistența admisibilă la oboseală pentru cordonul de sudură.

Valorile coeficientului k sînt date în tabela 14.2.

Lipituri

Lungimea de suprapunere a tablelor (fig. 14, q) este dată de formula :

$$l = \frac{\sigma_{at}}{\tau'_{af}} s \quad (14.41)$$

în care σ_{at} este rezistența admisibilă la întindere a tablei, sau empiric după relația :

$$4s \leq l \leq 6s \quad (14.42)$$

Rezistența admisibilă la forfecare τ_{af} pentru materialul de lipit poate fi luată, în funcție de rezistența sa admisibilă la tracțiune σ_{at} , după relațiile :

$$\tau'_{af} = 0,8 \sigma'_{at} = 0,8 \frac{\sigma'_r}{c} \quad (14.43)$$

în care σ'_r este rezistența de rupere statică pentru materialul de lipit, iar c coeficientul de siguranță, $c = (4 \dots 5)$.

τ'_{af} are valorile :

pentru lipitura moale	$\tau'_{af} = (200 \dots 860) \text{ kgf/cm}^2$	(14.44)
pentru lipitura tare	$\tau'_{af} = (1\,200 \dots 2\,000) \text{ kgf/cm}^2$	

B. Probleme

14.1. Guseul unei grinzi de la o construcție metalică este fixat de un stîlp cu ajutorul unui șir de nituri, așa cum se arată în figura 14.1, *a*. El primește de la o altă grindă a construcției acțiunea unei forțe concentrate, pe care o transmite stîlpului prin intermediul niturilor. Să se verifice îmbinarea dintre guseu și stîlp.

Se dă :

- numărul de nituri $n = 5$;
- diametrul niturilor $d = 23$;
- valoarea sarcinii concentrate care acționează guseul $P = 5 \text{ tf}$;
- distanța sarcinii concentrate la axul niturilor $l = 19 \text{ cm}$;
- rezistența admisibilă la forfecare a niturilor $\tau_{af} = 900 \text{ kgf/cm}^2$;
- distanța între nituri $h_1 = h_5 = 2h_2 = 2h_4 = 140 \text{ mm}$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv în nitul cel mai solicitat τ_{ef} .

Rezolvare.

Analiza forțelor; ipoteza asupra repartiției forțelor

Se consideră echilibrul consolei; pentru aflarea forțelor care acționează găurile de nit (forțele care acționează niturile sînt egale și de sens contrar cu cele care acționează găurile consolei, conform principiului acțiunii și reacțiunii), va trebui să se admită o serie de ipoteze privind repartiția acestor forțe, deoarece problema este static nedeterminată. După cîte se observă din figura 14.1, *b*, găurile de nit sînt supuse fiecare la cîte două forțe :

- o forță verticală T , care se admite că este aceeași pentru toate găurile; aceasta înseamnă că forța P se repartizează uniform celor cinci găuri;

— o forță orizontală, care trebuie să echilibreze momentul forței P în raport cu punctul O ; despre aceste forțe se va presupune că sînt proporționale cu distanța de la gaură la punctul O (repartiție liniară).

Scrierea și rezolvarea ecuațiilor de echilibru

Cele trei ecuații de echilibru ale consolei sînt :

$$\begin{aligned} (\Sigma X = 0) \quad & -T_1 - T_2 + T_4 + T_5 = 0 ; \\ (\Sigma Y = 0) \quad & P - 5T = 0 ; \\ (\Sigma M_0 = 0) \quad & T_1 h_1 + T_2 h_2 + T_4 h_4 + T_5 h_5 - Pl = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

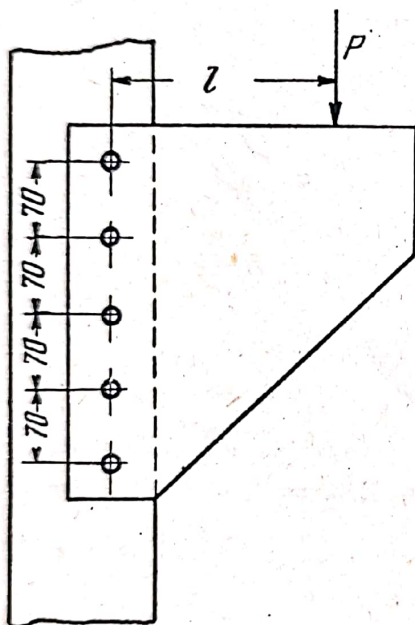


Fig. 14.1, a

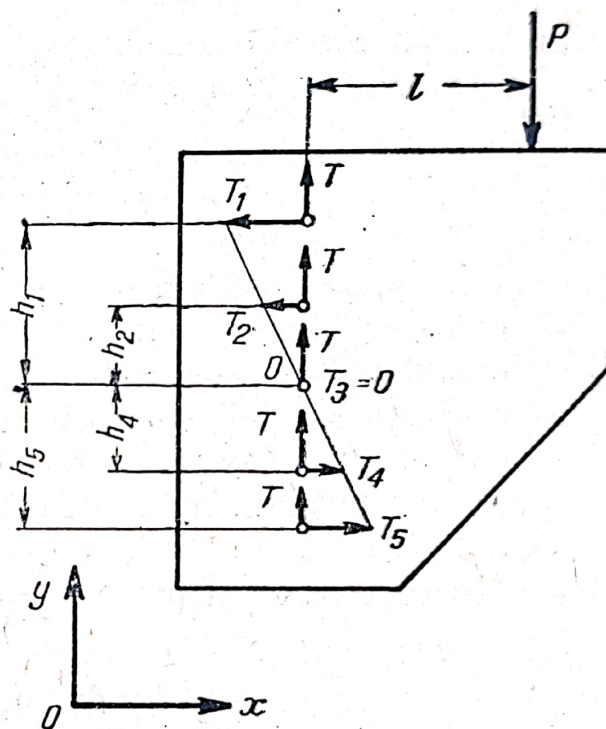


Fig. 14.1, b

Acest sistem de trei ecuații conține 5 necunoscute (T_1 , T_2 , T_3 , T_4 și T_5) ; în baza celei de-a doua ipoteze de mai sus se obțin și relațiile :

$$\frac{T_1}{h_1} = \frac{T_2}{h_2} = \frac{T_4}{h_4} = \frac{T_5}{h_5} ; T_3 = 0, \quad (2)$$

adică în total 7 ecuații cu 5 necunoscute ; două dintre ele se reduc la relații geometrice evidente.

Să rezolvăm acest sistem ; din cea de-a doua ecuație (1) obținem imediat :

$$T = \frac{P}{5}. \quad (3)$$

Dacă notăm cu λ valoarea comună a rapoartelor din relația (2), găsim :

$$T_1 = \lambda h_1, \quad T_2 = \lambda h_2, \quad T_4 = \lambda h_4, \quad T_5 = \lambda h_5. \quad (4)$$

Introducând aceste valori în prima ecuație, avem :

$$\lambda(-h_1 - h_2 + h_4 + h_5) = 0.$$

Din această ecuație obținem un rezultat evident :

$$\lambda \neq 0 \text{ și } h_1 + h_2 = h_4 + h_5, \quad (5)$$

care nu ne folosește la rezolvarea problemei.

Introducând valorile date de ecuațiile (4) în cea de-a treia ecuație a sistemului (1), găsim :

$$\lambda(h_1^2 + h_2^2 + h_4^2 + h_5^2) = Pl,$$

de unde :

$$\lambda = \frac{Pl}{h_1^2 + h_2^2 + h_4^2 + h_5^2}.$$

Revenind cu această valoare în relațiile (4), determinăm forțele $T_1 \dots T_5$:

$$\begin{aligned} T_1 = \lambda h_1 &= \frac{Plh_1}{h_1^2 + h_2^2 + h_4^2 + h_5^2}, \\ T_2 = \lambda h_2 &= \frac{Plh_2}{h_1^2 + h_2^2 + h_4^2 + h_5^2}, \\ T_4 = \lambda h_4 &= \frac{Plh_4}{h_1^2 + h_2^2 + h_4^2 + h_5^2}, \\ T_5 = \lambda h_5 &= \frac{Plh_5}{h_1^2 + h_2^2 + h_4^2 + h_5^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Introducând aici valorile numerice :

$$h_1 = h_5 = 14 \text{ cm}; \quad h_2 = h_4 = 7 \text{ cm},$$

$$P = 5\,000 \text{ kgf}; \quad l = 19 \text{ cm},$$

obținem :

$$h_1^2 + h_2^2 + h_4^2 + h_5^2 = 490 \text{ cm}^2,$$

$$T_1 = T_5 = \frac{5\,000 \times 19 \times 14}{490} = 2\,720 \text{ kgf},$$

$$T_2 = T_4 = \frac{5\,000 \times 19 \times 7}{490} = 1\,360 \text{ kgf},$$

$$T = \frac{P}{5} = \frac{5\,000}{5} = 1\,000 \text{ kgf}.$$

Determinarea rezultantei care solicită niturile

Se observă din figura 14.1, *b* că cele mai solicitate nituri sînt niturile 1 și 5, care suportă forțele $T = 1\,000 \text{ kgf}$ și $T_1 = T_5 = 2\,720 \text{ kgf}$. Vom calcula deci rezultanta numai pentru aceste nituri.

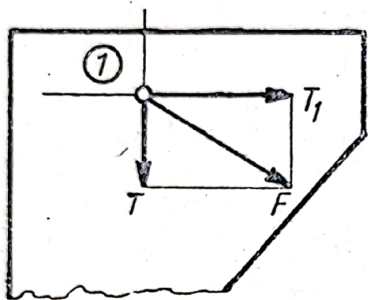


Fig. 14.1, *c*

Să luăm nitul 1; el este acționat de forțele T și T_1 , ca în figura 14.1, *c*, a căror rezultantă F are mărimea:

$$F = \sqrt{T^2 + T_1^2}.$$

Introducînd datele numerice:

$$T = 1\,000 \text{ kgf}; \quad T_1 = 2\,720 \text{ kgf},$$

rezultă:

$$F = \sqrt{1\,000^2 + 2\,720^2} = 2\,900 \text{ kgf}.$$

Determinarea efortului unitar maxim

Nitul 1 fiind cel mai solicitat la forfecare, efortul unitar tangențial este dat de relația:

$$\tau_{ef} = \frac{F}{A_{ef}}.$$

Înlocuind valorile numerice:

$$F = 2\,900 \text{ kgf},$$

$$A_{ef} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \times 2,3^2}{4} = 4,16 \text{ cm}^2$$

(nitul are diametrul $d = 23 \text{ mm}$), obținem:

$$\tau_{ef} = \frac{2\,900}{4,16} = 696 \text{ kgf/cm}^2 < \tau_a = 900 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar efectiv fiind inferior ca valoare efortului unitar admisibil, îmbinarea va funcționa în condiții bune, neexistînd pericol de forfecare a niturilor.

14.2. În figura 14.2 este arătat nodul unei ferme metalice care susține acoperișul unei hale.

Se dă :

- rezistența admisibilă la forfecare a niturilor $\tau_{af} = 700 \text{ kgf/cm}^2$;
- profilurile care se îmbină în nod :
 $L 80 \times 120 \times 10$, $L 65 \times 80 \times 8$, $U 16$.

Se cere :

- numărul niturilor necesare îmbinării n ;
- grosimea guseului s .

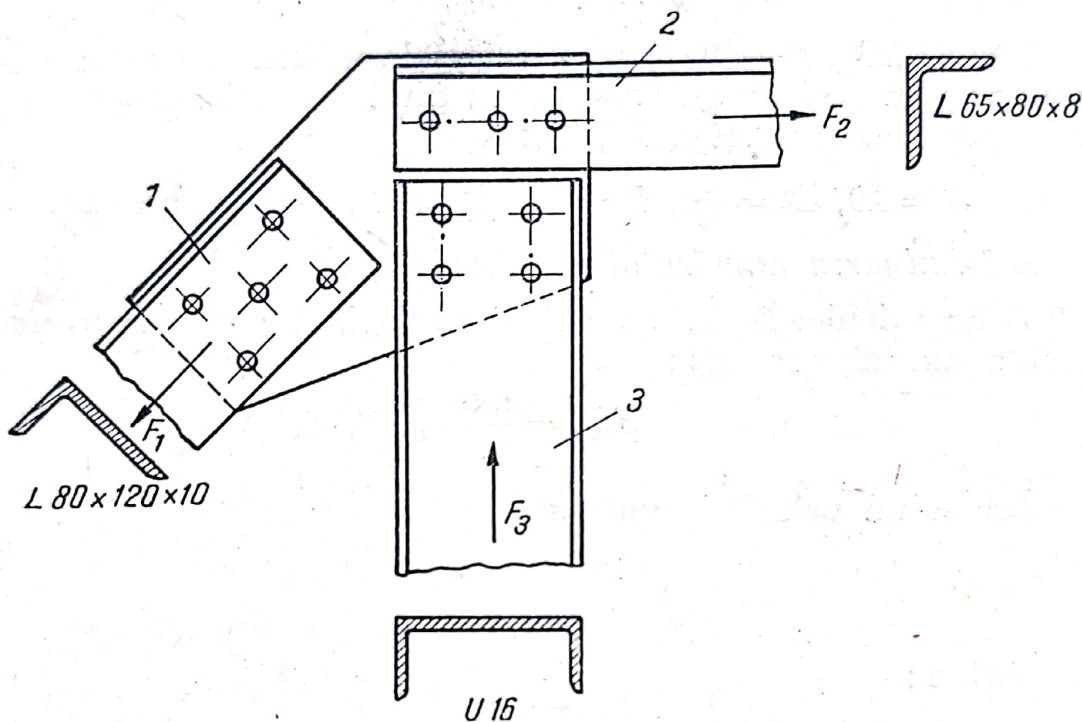


Fig. 14.2

Datele necesare calculului sînt :

Bara	Profilul	Forța	Solicitarea
1	$L 80 \times 120 \times 10$	$F_1 = 9,7t$	întindere
2	$L 65 \times 80 \times 8$	$F_2 = 6,1 \text{ tf}$	întindere
3	$U 16$	$F_3 = 7,85 \text{ tr}$	compresiune

Rezolvare.

Determinarea grosimii plăcii de nod

Aceasta se alege egală cu grosimea cea mai mare a aripii oțelurilor care se îmbină în nodul respectiv ; în cazul nostru, ea este de 10 mm ; deci, alegem :

$$s = 10 \text{ mm.}$$

Determinarea diametrului niturilor

Pentru aceasta se folosește formula (14.8) :

$$d = \sqrt{5}s - 0,2 \text{ cm.}$$

Înlocuind valoarea lui s :

$$s = 1 \text{ cm,}$$

se obține :

$$d = \sqrt{5} \times 1 - 0,2 = 2,03 \text{ cm.}$$

Din STAS 797-49, care se referă la niturile cu cap semiro-tund pentru rezistență, se alege ca fiind cel mai apropiat nitul avînd dimensiunile (fig. 14, a) :

$$d = 19, D = 30, h = 11, R \approx 16, r = 1, d_1 = 20.$$

Determinarea numărului de nituri

a) Se calculează *forța capabilă* de forfecare pe care o poate prelua un singur nit :

$$F_{cap} = \frac{\pi d^2}{4} \tau_{af}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$d = 1,9 \text{ cm ;}$$

$$\tau_{af} = 700 \text{ kgf/cm}^2,$$

se obține :

$$F_{cap} = \frac{\pi \times 1,9^2}{4} 700 = 1\,980 \text{ kgf.}$$

b) Se determină *numărul de nituri* pentru fiecare bară, cu ajutorul formulei :

$$n = \frac{F}{F_{cap}},$$

în care F este pe rînd una dintre forțele F_1, F_2, F_3 .

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$n_1 = \frac{9\,700}{1\,980} = 4,9 \approx 5 \text{ nituri ;}$$

$$n_2 = \frac{6\,100}{1\,980} = 3,08 \approx 3 \text{ nituri ;}$$

$$n_3 = \frac{7\,850}{1\,980} = 3,97 \approx 4 \text{ nituri.}$$



14.3. Antretoazele unei cutii de foc de la o locomotivă se îmbină cu pereții cutiei prin sudură, așa cum este arătat în figura 14.3, *a* și *b*. Să se verifice dacă sudura dintre antretoaze și pereții cutiei de foc rezistă presiunii din cazan.

Se dă :

- distanța dintre două antretoaze $l = 9 \text{ cm}$;
- presiunea de regim a cazanului $p = 15 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la forfecare a cordonului de sudură $\tau_{as} = 910 \text{ kgf/cm}^2$.

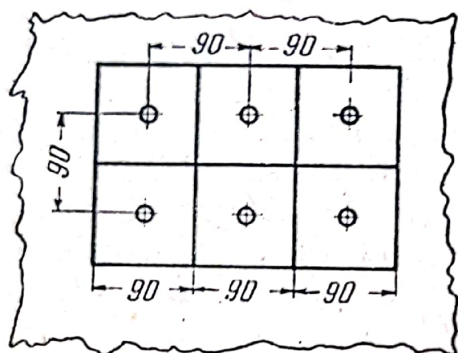


Fig. 14.3, *a*

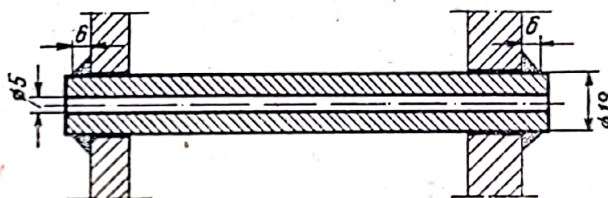


Fig. 14.3, *b*

Rezolvare.

Stabilirea solicitărilor în cordonul de sudură

Cele două cusături de colț care fixează antretoaza pe pereții cutiei de foc sînt solicitate la forfecare de către forța produsă de presiunea aburului, care apasă pe acești pereți.

Calculul forței care solicită cordonul de sudură

Dacă se admite că unei antretoaze îi revine forța P_1 produsă de presiunea aburului pe o suprafață avînd forma unui pătrat de latură 9 cm, în al cărui centru se află antretoaza (fig. 14.3, *b*), se obține :

$$P_1 = 15 \times 9^2 = 1\,215 \text{ kgf.}$$

Determinarea caracteristicilor geometrice ale cordonului de sudură necesare calculului de rezistență

Trebuie calculată aria secțiunii cusăturii. Secțiunea periculoasă este secțiunea de legătură dintre sudură și antretoază (suprafața laterală a unui cilindru) :

$$A_s = \pi D h = 3,14 \times 1,9 \times 0,6 = 3,58 \text{ cm}^2.$$

Stabilirea efortului unitar în cordonul de sudură

Efortul unitar datorit forfecării, presupus uniform distribuit pe secțiunea cordonului de sudură, are expresia :

$$\tau_s = \frac{P_1}{A_s} = \frac{1\,215}{3,58} = 340 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar efectiv este inferior rezistenței admisibile $\tau_{as} = 910 \text{ kgf/cm}^2$, deci sudura dintre antretoază și pereții cutiei va suporta presiunea din interiorul cazanului.

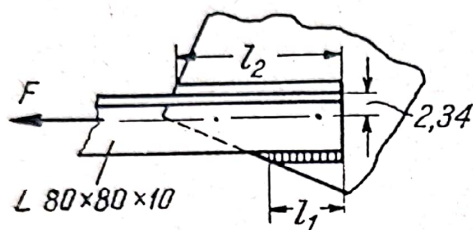


Fig. 14.4

14.4. Una din barele unei ferme metalice care susține un acoperiș este formată din două corniere cu aripi egale, fixate prin suduri laterale de guseu care o leagă de nod. Să se dimensioneze cornierele și sudura (fig. 14.4).

Se dă :

- valoarea forței care solicită la întindere bara $F = 48,2 \text{ tf}$;
- rezistența admisibilă la întindere a materialului barei $\sigma_a = 1\,600 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la forfecare a sudurii $\tau_{as} = 800 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- dimensiunea cornierelor după STAS 424—49 $La \times a \times g$;
- lungimile cordoanelor de sudură laterală l_1, l_2 .

Rezolvare.

Stabilirea solicitărilor

- pentru corniere și guseu : întindere ;
- pentru sudură : forfecare.

Dimensionarea cornierelor

Avem :

$$A_{nec} = \frac{F}{\sigma_a} = \frac{48\,200}{1\,600} = 30,1 \text{ cm}^2.$$

Alegem din tabela 15 2 $L\ 80 \times 80 \times 10$.

Se verifică efortul unitar efectiv :

$$\sigma_{ef} = \frac{F}{A_{ef}}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$F = 48\,200 \text{ kgf},$$
$$A_{ef} = 2 \times 15,1 \text{ cm}^2,$$

se obține :

$$\sigma_{ef} = \frac{48\,200}{2 \times 15,1} = 1\,596 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_a.$$

Dimensionarea sudurii

Lungimea totală a cusăturii pentru o singură cornieră este dată de relația :

$$L = \frac{F}{2 \times 0,7 s \tau_{as}} = \frac{48\,200}{2 \times 0,7 \times 1 \times 800} = 43,03 \text{ cm}.$$

Pentru ca sudura să nu preia și încovoiere, lungimile cusăturilor laterale se fac invers proporționale cu distanțele lor pînă la centrul de greutate al secțiunii ; lungimea totală fiind l , rezultă după formulele (14.31) :

$$l_1 = \frac{43,2 \times 2,34}{8} = 12,6 \text{ cm}; \quad l_2 = \frac{43,2 \times 5,66}{8} = 30,56 \text{ cm}.$$

Ținînd seama de zonele de sudură incompletă de la începutul și sfîrșitul cusăturii, se ia :

$$l_1 = 140 \text{ mm}; \quad l_2 = 320 \text{ mm}.$$

14.5. Manevrarea pieselor și a formelor dintr-o turnătorie se face cu ajutorul unei macarale de tipul celei din figura 14.5, *a*. Pivotalul acestei macarale (lagărul inferior) are forma arătată în detaliul din figura 14.5, *a* ; partea cilindrică a lagărului se îmbină prin sudură cu placa metalică de bază, fixată pe o mică fundație de beton. Să se verifice această îmbinare sudată.

Se dă :

- greutatea proprie a macaralei $G = 3,7 \text{ tf}$;
- sarcina maximă pe care o poate ridica macaraua $Q = 4,8 \text{ tf}$;
- raza de acțiune a macaralei $d = 3,7 \text{ m}$;
- poziția centrului de greutate al macaralei față de axa sa de rotație $b = 0,85 \text{ m}$;
- distanța dintre lagărele macaralei $h = 4,5 \text{ m}$;
- înălțimea cordonului de sudură $a = 0,6 \text{ cm}$;

- poziția reacțiunii orizontale din pivot față de placa de bază $e = 9 \text{ cm}$;
- diametrul exterior al pivotului $D = 15 \text{ cm}$;
- efortul unitar admisibil în sudură $p_{as} = 900 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv în sudură p_s .

Rezolvare.

Stabilirea solicitărilor în cordonul de sudură

Se observă că forțele care solicită pivotul sînt reacțiunea verticală V și reacțiunea orizontală H ; dintre acestea numai reacțiunea H solicită sudura. Ea se consideră aplicată la distanța $e = 90 \text{ mm}$ de placa de bază, provocînd astfel în cordonul de sudură o solicitare de încovoiere și una de forfecare.

Calculul forțelor și cuplurilor care solicită cordonul de sudură

Acestea sînt în cazul de față :

- pentru încovoiere, momentul $M = He$;
- pentru forfecare, forța H .

Calculul forței H se face scriind ecuația de echilibru a momentelor în raport cu lagărul superior al macaralei :

$$(\Sigma M_A = 0) \quad Qd + Gb - Hh = 0,$$

de unde rezultă :

$$H = \frac{Qd + Gb}{h} = \frac{4800 \times 370 + 3\,700 \times 85}{450} \approx 4\,441 \text{ kgf}.$$

Cu aceasta se determină valoarea lui M ; pentru

$$H = 4\,441 \text{ kgf și } e = 9 \text{ cm},$$

se obține :

$$M = 4\,441 \times 9 = 39\,969 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

Determinarea caracteristicilor geometrice ale cordonului de sudură necesare calculului de rezistență

Acestea sînt :

- pentru forfecare, aria secțiunii care lunecă;
- pentru încovoiere, modulul de rezistență față de axa de încovoiere yy (fig. 14.5, b).

a) Secțiunea care lunecă este o coroană circulară, avînd diametrul exterior $D + 2a$ și pe cel interior D :

$$A_s = \frac{\pi}{4} [(D + 2a)^2 - D^2] = \frac{\pi}{4} [(15 + 2 \times 0,6)^2 - 15^2] \approx 29 \text{ cm}^2.$$

b) Axa de încovoiere a secțiunii este yy ; secțiunea supusă la încovoiere este aceeași coroană circulară, avînd diametrul exterior $D + 2a$ și cel interior D . Modulul său de rezistență la încovoiere se calculează cu formula:

$$W_s = \frac{I_y}{x_{max}},$$

în care: I_y este momentul de inerție al secțiunii față de axa

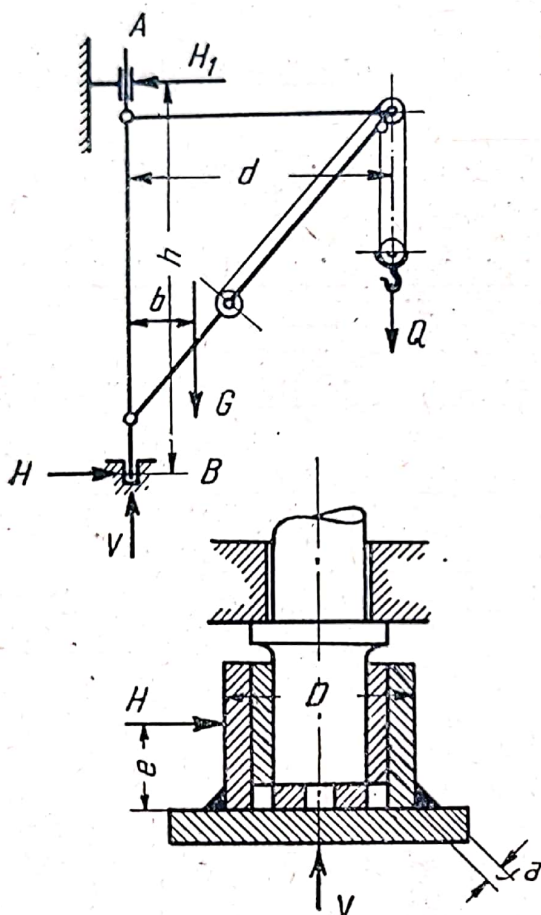


Fig. 14.5, a

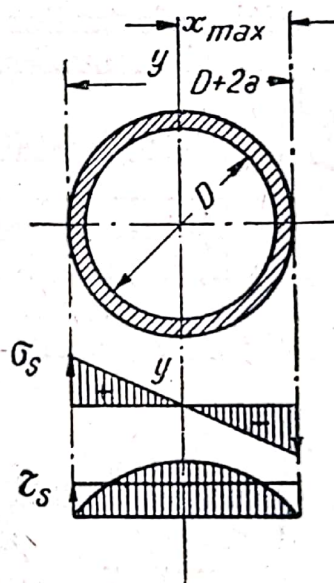


Fig. 14.5, b

yy după formulele (2.4) și (2.6), iar x_{max} — distanța de la axa yy la punctul secțiunii cel mai depărtat de axa yy .

Avem:

$$\begin{aligned} W_s &= \frac{1}{\frac{D}{2} + a} \frac{\pi}{64} [(D + 2a)^4 - D^4] = \\ &= \frac{3,14}{(7,5 + 0,6) \times 64} [(15 + 2 \times 0,6)^4 - 15^4] = 111 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

(Pentru simplificare s-a considerat că diferența dintre cele două diametre este $2a$.)

Stabilirea eforturilor unitare în cordonul de sudură

Efortul unitar datorit forfecării, presupus uniform distribuit pe secțiune, este dat de formula :

$$\tau_s = \frac{H}{A_s} = \frac{4\,441}{29} = 153 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar datorit încovoierii este dat de formula :

$$\sigma_{si} = \frac{M}{W_s} = \frac{39\,969}{111} = 360 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar total în cordonul de sudură este dat de formula :

$$P_s = \sqrt{\tau_s^2 + \sigma_{si}^2} = \sqrt{153^2 + 360^2} = 391 \text{ kgf/cm}^2 < p_{as} = 900 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar obținut este inferior rezistenței admisibile ; cordonul de sudură va rezista în condiții bune.

Repartiția eforturilor unitare τ și σ , provenite respectiv din forfecare și încovoiere pe secțiunea sudurii, este arătată în figura 14.5, b.

14.6. Scheletul metalic care susține zidăria camerei focului unui cazan de abur se compune din stâlpi verticali, reuniți între ei cu ajutorul unor grinzi orizontale. Doi dintre acești stâlpi verticali, împreună cu o grindă orizontală de legătură sînt arătați în figura 14.6, a. Grinda de legătură este sudată de stâlpii laterali ; să se verifice această sudură.

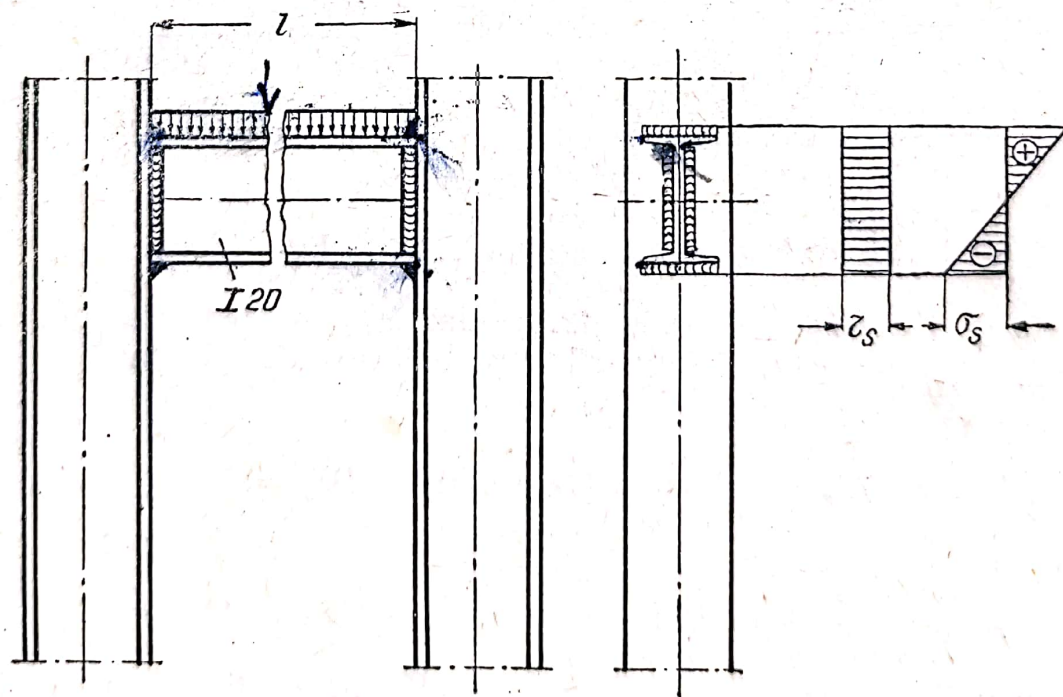


Fig. 14.6, a

Se dă :

- profilul grinzii de legătură $I = 20$;
- lungimea grinzii de legătură $l = 4,5$ m ;
- sarcina pe grinda de legătură, provenind din acțiunea zidăriei asupra acestor grinzi $p = 900$ kgf/m ;
- rezistența admisibilă a sudurii $\sigma_{as} = 900$ kgf/cm².

Se cere :

- efortul unitar efectiv în sudură p_s .

Rezolvare.

Stabilirea solicitărilor în cordoanele de sudură

Datorită acțiunii sarcinii p , cele două cordoane de sudură dintre grindă și stâlpi vor fi solicitate la încovoiere și forfecare.

Calculul forțelor și cuplurilor care solicită cordonul de sudură

Pentru solicitarea de încovoiere trebuie calculate momentele încovoietoare produse de sarcina uniform distribuită în cele două cordoane de sudură de la extremitățile grinzii de legătură ; avem o grindă încastrată la extremități și încărcată cu o sarcină uniform distribuită. Se observă ușor că, din cauza simetriei geometrice și a simetriei încărcării, reacțiunile din cele două încastrări (cupluri și forțe) vor fi egale. Determinarea lor constituie o problemă static nedeterminată ; pentru calcul se folosește tabela 11, cazul 12, în care :

$$|M_1| = |M_2| = \frac{pl^2}{12}$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$M_1 = M_2 = \frac{9 \times 450^2}{12} = 151\,875 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Pentru solicitarea de forfecare trebuie calculate reacțiunile V_1 și V_2 ; din aceeași tabelă găsim :

$$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2} = \frac{9 \times 450}{2} = 2\,025 \text{ kgf}.$$

Determinarea caracteristicilor geometrice ale cordonului de sudură necesare calculului de rezistență

Acestea sînt :

pentru solicitarea de încovoiere, modulul de rezistență al secțiunii cordonului de sudură în raport cu axa de încovoiere xx ;

pentru solicitarea de forfecare, aria secțiunii cordonului de sudură care lunecă.

a) Pentru calculul modului de rezistență se consideră secțiunea periculoasă a cusăturilor, rabătută în planul zOy . Se va calcula mai întâi momentul de inerție al secțiunii cordonului de sudură și se va împărți la distanța cea mai mare de la axa de încovoiere xx .

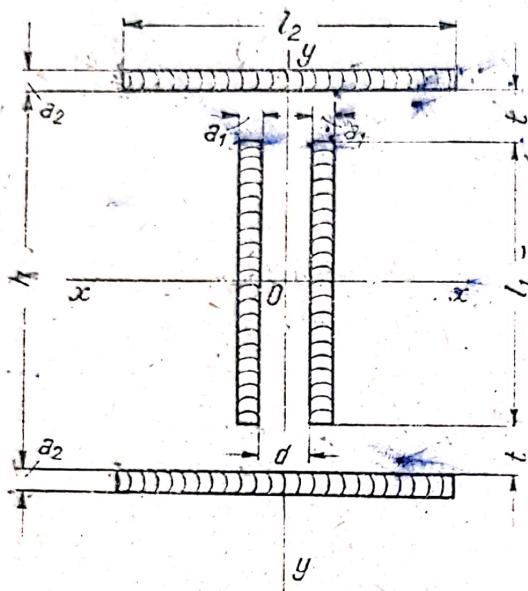


Fig. 14.6, b

Momentul de inerție al cordonului de sudură se compune din momentul de inerție al cordonelor verticale față de axa xx , momentul de inerție al cordonelor orizontale față de axa lor paralelă cu xx , la care se adaugă — pentru ultimele — produsul dintre arie și pătratul distanței la axa xx :

$$I_x = 2 \frac{a_1 l_1^3}{12} + 2 \left[\frac{l_2 a_2^3}{12} + a_2 l_2 \frac{(h + a_2)^2}{2^2} \right]$$

Dimensiunile cordonului de sudură sînt arătate în figura 14.6, b:

$$a_1 = g \cos 45^\circ = 7,5 \times 0,7 \approx 5 \text{ mm}, \quad 7,9$$

$$l_1 = h - 2t - 2a_1 = 200 - 2 \times 11,3 - 2 \times 5 = 167 \text{ mm}, \quad 169$$

(din h s-a scăzut și înălțimea profilului $2a_1$, conform normelor, lungimea activă fiind mai mică decît lungimea efectivă).

$$a_2 = t \cos 45^\circ = 0,7 \times 11,3 \approx 8 \text{ mm}, \quad 5,2$$

$$l_2 = b - 2a_1 = 90 - 2 \times 8 = 74 \text{ mm} \quad 7,5$$

(și aici din b s-a scăzut lățimea tălpii profilului $2a_2$, din aceleași motive).

Înlocuind aceste date numerice — exprimate însă în centimetri — în formula de mai sus, rezultă:

$$I_z = 2 \frac{0,5 \times 16,7^3}{12} + 2 \left[\frac{7,4 \times 0,8^3}{12} + 0,8 \times 7,4 \times \frac{(20 + 0,8)^2}{4} \right] = 1320 \text{ cm}^4.$$

Modulul de rezistență va fi :

$$W_z = \frac{I_x}{\frac{h}{2} + a_2} = \frac{1\,320}{\frac{20}{2} + 0,8} = 122 \text{ cm}^3.$$

b) Aria secțiunii care lunecă este :

$$A_s = 2a_1l_1 + 2a_2l_2 = 2 \times (0,5 \times 16,7 + 0,8 \times 7,4) = 28,55 \text{ cm}^2.$$

Stabilirea eforturilor unitare în cordonul de sudură

Efortul unitar datorit încovoierii este :

$$\sigma_{si} = \frac{M}{W_x} = \frac{152\,000}{122} = 1\,245 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar datorit forfecării, presupus uniform distribuit pe secțiune este :

$$\tau_s = \frac{V}{A_s} = \frac{2\,025}{28,55} \approx 71 \text{ kgf/cm}^2.$$

c) Efortul unitar total în cordonul de sudură este :

$$p_s = \sqrt{\sigma_{si}^2 + \tau_s^2} = \sqrt{1\,245^2 + 71^2} = 1\,246 \text{ kgf/cm}^2 > p_{as}.$$

Efortul unitar obținut este superior rezistenței admisibile ; cordonul de sudură nu va rezista. Pentru a-l face să reziste se vor modifica dimensiunile sale.

Repartiția eforturilor unitare τ și σ , provenite respectiv din forfecare și încovoiere, pe secțiunea sudurii, este arătată în figura 14.6, a.

14.7. Manivela de acționare a unui vinci dintr-un atelier este construită ca în figura 14.7. Corpul manivelei se îmbină cu butucul său printr-un cordon de sudură continuă ; să se verifice această îmbinare. Dimensiunile sînt date pe figura 14.7.

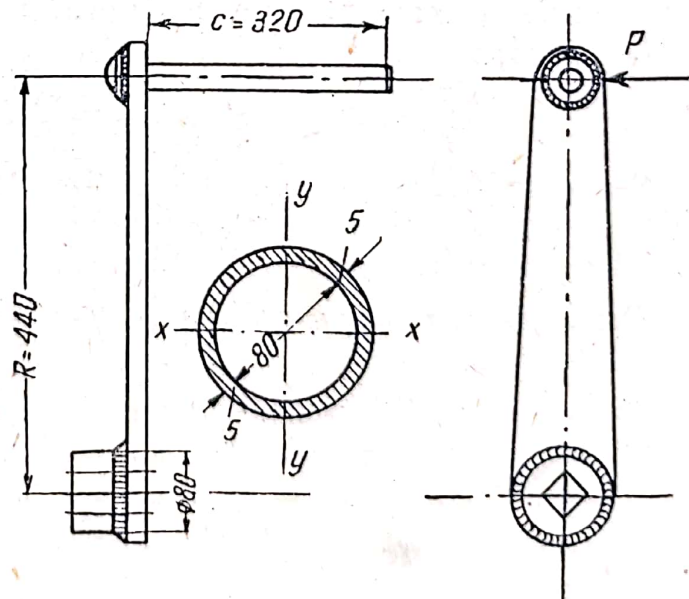


Fig. 14.7

Se dă :

- valoarea forței de acționare (forța maximă dezvoltată de un om) $P = 15 \text{ kgf}$;
- grosimea sudurii $a = 5 \text{ mm}$;
- rezistența admisibilă a sudurii $p_{as} = 900 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- valoarea efortului unitar în cordonul de sudură p_s .

Rezolvare.

Stabilirea solicitărilor în cordonul de sudură

Datorită acțiunii forței P , în cordonul de sudură care leagă brațul manivelei de butuc iau naștere următoarele solicitări : forfecare, răsucire și încovoiere. Față de eforturile provocate de răsucire și încovoiere, se vor neglija eforturile provenind din forfecare, ca fiind mult mai mici.

Calculul forțelor și cuplurilor care solicită cordonul de sudură

Acestea sînt :

Pentru răsucire, momentul de răsucire M_r dat de] forța P în raport cu axa butucului :

$$M_r = PR = 15 \times 44 = 660 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

Pentru încovoiere, momentul încovoiator M_i , dat de forța P în raport cu axa verticală a manivelei (forța s-a considerat că acționează în cazul cel mai defavorabil în marginea din dreapta a manivelei) :

$$M_i = Pc = 75 \times 33 = 2\,475 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

S-a considerat un centimetru în plus pentru a lua în considerare grosimea corpului manivelei și a unei jumătăți din cordonul de sudură.

Determinarea caracteristicilor geometrice ale cordonului de sudură necesare calculului de rezistență

Pentru răsucire trebuie calculat modulul de rezistență polar al unei secțiuni inelare :

$$W_p = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D},$$

în care :

$$D = d + 2a.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$W_p = \frac{\pi}{16} \frac{(8 + 2 \times 0,5)^4 - 8^4}{8 + 2 \times 0,5} = 53,75 \text{ cm}^3.$$

Pentru încovoiere trebuie calculat modulul de rezistență axial față de axa yy , în raport cu care are loc încovoierea cordonului de sudură ; se va folosi formula modulului de rezistență axial al secțiunii inelare :

$$W_y = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}.$$

Se observă însă că :

$$W_y = \frac{W_p}{2} = \frac{54,2}{2} = 27,1 \text{ cm}^3.$$

Stabilirea eforturilor unitare în cordonul de sudură

Efortul unitar datorit răsucirii este :

$$\tau_s = \frac{M_r}{W_p} = \frac{660}{54,2} = 12,2 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar datorit încovoierii este :

$$\sigma_{si} = \frac{M_t}{W_y} = \frac{2475}{27,1} \approx 91,2 \text{ kgf/cm}^2.$$

Efortul unitar total în cordonul de sudură este dat de formula :

$$p_s = \sqrt{\sigma_{si}^2 + \tau_s^2} = \sqrt{91,2^2 + 12,2^2} \approx 90 \text{ kgf/cm}^2,$$

valoare mult inferioară rezistenței admisibile p_{as} a cusăturii.

14.8. Rotorul unui electromotor este îmbinat cu fusurile de rezemare în lagăre prin intermediul unui cordon de sudură continuă (fig. 14.8). Să se verifice îmbinarea.

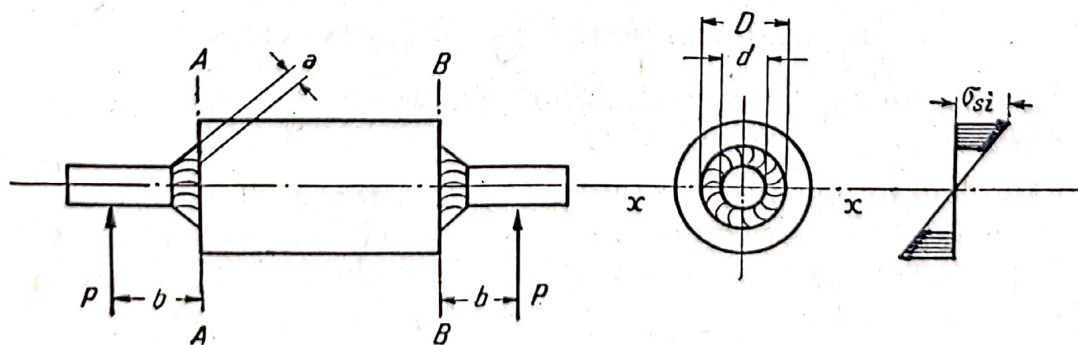


Fig. 14.8

Se dă :

- valorile celor două reacțiuni din lagăre $P = 250 \text{ kgf}$;
- distanța de la suportul reacțiunilor la cordonul de sudură $b = 120 \text{ mm}$;
- grosimea cordonului de sudură $a = 8 \text{ mm}$;
- diametrul minim al cordonului de sudură $d = 6 \text{ cm}$;
- rezistența admisibilă la solicitări statice $\sigma_a = 300 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv în cordonul de sudură σ_{si} .

Rezolvare.

Stabilirea solicitărilor în cordonul de sudură

Datorită reacțiunilor din lagăre, în secțiunile sudate $A - A$ și $B - B$ iau naștere : o forță tăietoare și un moment încovoietor ; sudurile vor fi solicitate deci la *forfecare* și *încovoiere*.

În calculele care vor urma se va neglija efectul forfecării față de solicitarea de încovoiere.

Datorită mișcării rotorului, fibrele care sînt întinse într-o anumită poziție vor fi comprimate în poziția rotită cu 180° , deși forța P este constantă ; cusătura este supusă deci unei *solicitări variabile de încovoiere*, echivalentă cu o *solicitare variabilă de tracțiune-compresiune* după un ciclu alternant simetric.

Calculul forțelor și cuplurilor care solicită cordonul de sudură

Deoarece sudura este solicitată numai la încovoiere, va trebui să se calculeze momentul încovoietor în secțiunile $A - A$ și $B - B$.

$$M_i = Pb = 250 \times 12 = 3\,000 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

Determinarea caracteristicilor geometrice ale cordonului de sudură necesare calculului de rezistență

Va trebui calculat modulul de rezistență al cordonului de sudură W_s în raport cu o axă xx care trece prin centrul secțiunii sale ; pentru aceasta se va aplica formula (2.9) :

$$W_s = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D},$$

în care :

$$D = d + 2a.$$

Înlocuind datele numerice $d = 6$ cm, $D = 6 + 2 \times 0,8 = 7,6$ cm, se obține :

$$W_s = \frac{3,14}{32} \times \frac{7,6^4 - 6^4}{7,6} = 26,5 \text{ cm}^3.$$

Stabilirea eforturilor unitare în cordonul de sudură

Fiind vorba numai de încovoiere, efortul unitar este dat de relația :

$$\sigma_{si} = \frac{M_i}{W_s} = \frac{3\,000}{26,5} = 111 \text{ kgf/cm}^2.$$

Stabilirea rezistenței admisibile

Pentru a putea decide dacă sudura rezistă în timpul funcționării rotorului, trebuie stabilită valoarea rezistenței admisibile pentru cazul considerat, cu care să se compare efortul unitar efectiv din cordonul de sudură.

Această etapă de calcul nu era necesară în cazul solicitărilor statice, deoarece valoarea rezistenței admisibile se lua direct din tabele, ea fiind aceeași în toate cazurile unei anumite solicitări.

În cazul solicitărilor la oboseală, rezistența admisibilă depinde de o serie de factori, care fac ca valoarea ei să se schimbe în funcție de modul de încărcare considerat, deși este vorba de aceeași solicitare.

Rezistența admisibilă a cusăturii se determină cu formula :

$$\sigma_{as} = k\varphi\sigma_a.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$\begin{aligned} k &= 0,6 \text{ (din tabela 14.1 pentru sudură de colț prin suprapunere și } P_{min}/P_{max} = -1), \\ \varphi &= 0,65 \text{ (din tabela 22),} \\ \sigma_a &= 300 \text{ kgf/cm}^2, \end{aligned}$$

se obține :

$$\sigma_{as} = 0,6 \times 0,65 \times 300 = 117 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se observă că efortul unitar efectiv în cordonul de sudură este inferior rezistenței admisibile, deci nu se va produce rupea sa.

Repartiția eforturilor unitare provenite din încovoiere pe secțiunea sudurii este arătată în figura 14.8.

14.9. Să se calculeze lungimea de suprapunere l , necesară pentru lipirea a două table de oțel având grosimea $s = 2,5$ mm și rezistența de rupere $\sigma_r = 40$ kgf/mm². Lipirea se execută cu un aliaj de lipit având rezistența de rupere $\sigma'_r = 18$ kgf/mm² (fig. 14, q).

Rezolvare.

Rezolvarea problemei poate fi făcută în două moduri:

- folosind relația (14.41),
- folosind relația empirică (14.42).

În primul caz avem:

$$l = \frac{\sigma_{at}}{\tau'_{af}} s = \frac{\frac{\sigma_r}{c}}{0,8 \frac{\sigma'_r}{c}} s = \frac{\sigma_r}{0,8 \sigma'_r} s.$$

Înlocuind datele numerice:

$$\sigma_r = 4\,000 \text{ kgf/cm}^2, \quad \sigma'_r = 1\,800 \text{ kgf/cm}^2,$$

se obține:

$$l = \frac{40}{0,8 \times 18} \times 2,5 = 6,94 \approx 7 \text{ mm}.$$

În cel de-al doilea caz alegem $l = 4s$ și deci:

$$l = 4 \times 2,5 = 10 \text{ mm}.$$

Capitolul XV

ORGANE DE ASAMBLARE DEMONTABILE

A. Formule și date importante

Șurubul. Șurubul este utilizat pentru *fixare, transmiterea mișcării, reglaj* sau pentru *măsurători*.

Filetul se caracterizează prin: *profilul generator, pasul, înclinația elicei, diametrul exterior și diametrul interior*.

Tija șurubului poate fi solicitată la întindere sau compresiune, răsucire, întindere și răsucire, încovoiere, forfecare.

Filetul șurubului este solicitat la strivire, forfecare și încovoiere.

Pentru șurubul de mișcare se deduc următoarele relații între forța H , tangentă la cilindrul elicei, și forța axială P :

$$H = P \operatorname{tg} (\alpha \pm \rho) \quad (15.1)$$

(semnul $+$ pentru înșurubare și semnul $-$ pentru deșurubare; ρ este unghiul de frecare).

Condiția de autofrînare este dată de formula:

$$\alpha \leq \rho \quad (15.2)$$

Randamentul șurubului de mișcare este dat de formula:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \rho)} \quad (15.3)$$

Șuruburile fără strângere inițială solicitate la întindere se calculează cu formula:

$$d_i = 1,21 \frac{P}{\sigma_a} \quad (15.4)$$

în care: P — este forța de întindere; d_i — diametrul interior al șurubului; σ_a — rezistența admisibilă la întindere.

Se alege apoi din standarde șurubul pentru care d_i are o valoare imediat superioară.

Șuruburile cu strângere inițială solicitate la întindere se calculează cu formula:

$$d = \sqrt{(2,25 \dots 2,54)} \quad (15.5)$$

Un asemenea caz se întâlnește la calculul șuruburilor sau al prezoanelor care strâng capacul unui cilindru, pentru care se obține formula:

$$d_i = D \sqrt{(1,77 \dots 2) \frac{P}{z \sigma_a}} \quad (15.6)$$

în care: D este diametrul cilindrului; z — numărul șuruburilor; p — presiunea maximă din cilindru.

Pentru șuruburile care strâng numai piese metalice, forța de strângere este mai mare; șurubul este solicitat la întindere și răsucire și se calculează cu formula :

$$d = \sqrt{(1,59 \dots 1,72) \frac{P}{\sigma_a}} \quad (15.7)$$

în care P este forța utilă de întindere.

Formula este valabilă pentru datele numerice întâlnite în practică :

$\alpha = 2^\circ \dots 3^\circ$	$\mu = 0,1$
$r = 0,55d_1$	$\beta = 30^\circ$

(15.8)

în care: r este raza medie a filetului; α — unghiul de înclinare al elicei; 2β — unghiul la vîrf; μ — coeficientul de frecare.

Șuruburile solicitate la forfecare se calculează cu formula :

$$d = \sqrt{1,21, \frac{P}{\tau_{af}}} \quad (15.9)$$

în care: d este diametrul șurubului; P — forța de forfecare; τ_{af} — rezistența admisibilă la forfecare.

Șurubul nu trebuie să aibă filet în partea supusă la forfecare. Dacă el este filetat pe toată lungimea, atunci d se înlocuiește prin d_1 (diametrul interior al șurubului).

Calculul este valabil pentru șurubul fără joc.

Efortul unitar datorit încovoierii șurubului din cauza ne-paralelismului fețelor de strângere este dat de relația :

$$\sigma_i = \frac{Ea}{2L_s} \quad (15.10)$$

în care: E este modulul de elasticitate; a — abaterea liniară; L_s — lungimea șurubului.

Spira filetului este solicitată la încovoiere; conform standardelor s-au stabilit următoarele dimensiuni (fig. 15, a) pentru filetul triunghiular metric:

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 - a, \\ t_1 &= 0,649p, \\ a &\approx 0,054p, \\ h &= 0,85p, \\ H &= 0,8d, \end{aligned} \quad (15.11)$$

în care: H este înălțimea piuliței; p — pasul.

Înălțimea H a piuliței este valabilă pentru cazurile în care piulița este executată din același material ca și șurubul.

Dacă piulița este executată din material cu rezistență inferioară celei a șurubului, se verifică spirele piuliței. De

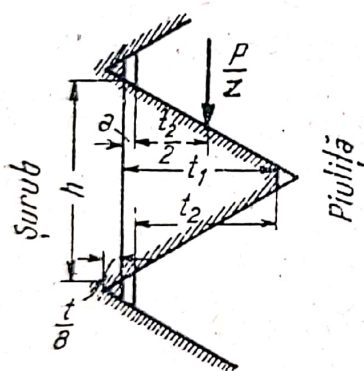


Fig. 15, a

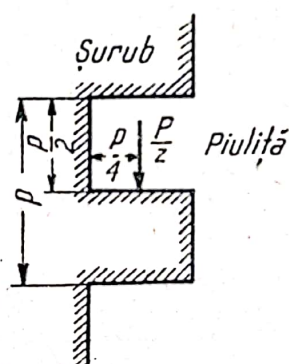


Fig. 15, b

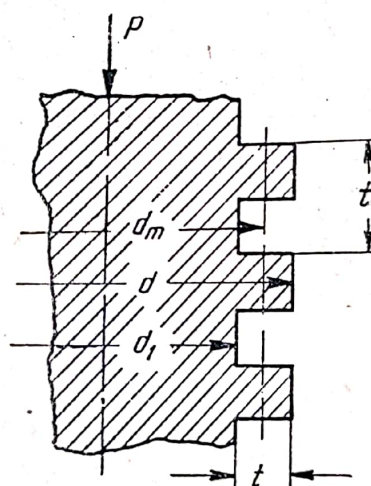


Fig. 15, c

exemplu, pentru piulița din fontă ($\sigma_{ai} = 250 \text{ kgf/cm}^2$) și pentru șurubul din oțel ($\sigma_a = 800 \text{ kgf/cm}^2$), rezultă $H = 1,3 d$.

Pentru filetul pătrat (fig. 15, b), rezultă din calculul de încovoiere următoarea valoare pentru H :

$$H \approx 1,2 d. \quad (15.12)$$

Calculul șuruburilor pentru transmițeri de mișcări, de exemplu, șurubul și piulița cricului (fig. 15, c) se face cu formulele:

$$\begin{aligned} d_1 &= \sqrt{1,59 \frac{P}{\sigma_a}} & p &= 0,25d_1 & (15.13) \\ t &= 0,133d_1 & d &= 1,25d_1, & (15.14) \end{aligned}$$

$$\boxed{z' = \frac{3,82 Pt}{d_1 p^2 \sigma_{at}} \quad z'' = \frac{0,636 P}{d_1 p \tau_a} \quad z''' = \frac{1,27 P}{(d^2 - d_1^2) q}} \quad (15.15)$$

din care se va alege pentru numărul de spire z cea mai mare valoare dintre z' , z'' , z''' ; înălțimea piuliței este :

$$\boxed{H = zp.} \quad (15.16)$$

Presiunea q se ia din tabela 15.1.

Penele

Penele se clasifică, după modul de lucru, în *pene transversale* și *pene longitudinale*.

Penele transversale servesc pentru fixare, reglare sau ca pene de siguranță.

Unghiul total de înclinare al fețelor penei z se alege din tabela 15.2.

Calculul asamblărilor cu pene transversale (fig. 15, d) se face pentru două cazuri de solicitare, după cum forța F își schimbă sau nu sensul.

Pentru cazul când forța F își schimbă sensul, i se adaugă față de solicitarea statică un supliment de 25 ... 50%.

Diametrul tijei se calculează cu formula :

$$\boxed{d = \sqrt{1,21 \frac{F}{\sigma_{at}}}} \quad (15.17)$$

El trebuie verificat în anumite cazuri la flambaj.

Grosimea b a penei se alege după formula :

$$\boxed{b = (0,25 \dots 0,35) d_1} \quad (15.18)$$

verificînd presiunea de contact cu formula :

$$\boxed{p = \frac{F}{bd_1} \leq p_a} \quad (15.19)$$

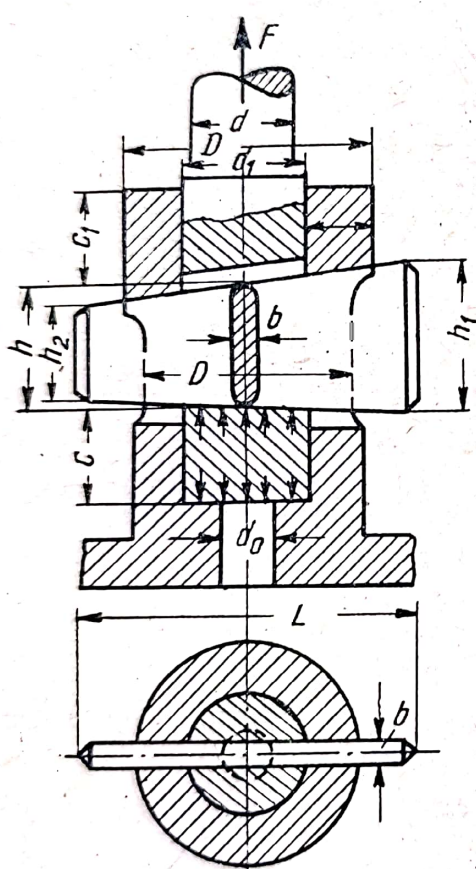


Fig. 15, d

Diametrul tijei în regiunea îmbinării rezultă din formula :

$$d_1 \approx 1,4 d \quad (15.20)$$

Diametrul manșonului se ia după formula :

$$D \approx (1,3 \dots 1,5) d_1 \quad (15.21)$$

cu condiția să reziste la strivire, care se verifică după formula :

$$\frac{F}{(D - d_1) d_1 \sigma_{at}} \leq (0,45 \dots 0,5) \quad (15.22)$$

Diametrul gulerului manșonului se ia constructiv după formula :

$$D_1 = (1,8 \dots 2) d_1 \quad (15.23)$$

Distanțele c și c_1 se iau din formulele :

$$c = c_1 = (0,6 \dots 0,8) d_1 \quad (15.24)$$

Înălțimea medie a penei h rezultă din formula :

$$h = 1,3 d_1 \quad (15.25)$$

Lungimea penei se ia după formula :

$$L = (1,3 \dots 1,5) D \quad (15.26)$$

Diametrul d_0 se calculează cu formula :

$$d_0 = \sqrt{d_1^2 - 1,27 \frac{F}{p_a}} \quad (15.27)$$

p_a fiind presiunea admisibilă.

Penele longitudinale au axa longitudinală paralelă cu axa comună a pieselor asamblate. Ele servesc la montarea pe arbori sau axe a organelor rotitoare sau oscilante.

Penele longitudinale sînt standardizate în raport cu diametrul pe care se montează.

Se notează: b — lăţimea penei, l — lungimea, p — presiunea specifică, d — diametrul arborelui.

Momentul de răsucire limită transmis de pana longitudinală cu strângere iniţială este :

$$M_t = \frac{1}{12} b l p (b + d) \quad (15.28)$$

Momentul de răsucire limită transmis de pana longitudinală la care strângerea a atins limita inferioară este :

$$M_t = \frac{1}{12} b l p (b + 0,5 d) \quad (15.29)$$

Pentru pana concavă se ia :

$$l = 1,3 d \quad d = (3,5 \dots 4,5) b \quad (15.30)$$

Presiunea p (pentru valoarea coeficientului de frecare $\mu = 0,15$) este dată de formula :

$$p = \frac{d}{b} \tau_a \quad (15.31)$$

Forţa care solicită butucul este dată de formula :

$$Q = \frac{0,2}{\mu} d^2 \tau_a \quad (15.32)$$

Utilizarea penei concave este limitată la diametre mici, sub 150 mm.

Momentul de răsucire transmis de pana plată este dat de formula :

$$M_t = Q \left(\frac{1}{6} b + \mu d \right) \quad (15.33)$$

Momentul de răsucire transmis de pana paralelă este dat de formula :

$$M_t = 0,5 b l d \tau_f \quad (15.34)$$

Îmbinările prin caneluri. Metoda de calcul este arătată în STAS 1767—50 ; formula de bază este :

$$s_1 L r_m p_a = M_t = 0,2 d^3 \tau_a \quad (15.35)$$

în care : s_1 este suprafața efectivă de contact a tuturor flancurilor pe unitatea de lungime, în mm^2/mm ; L — lungimea purtătoare a butucului, în mm ; r_m — raza medie, în mm ; p_a — presiunea admisibilă la strivire, în kgf/mm^2 ; τ_a — rezistența admisibilă la răsucire a arborelui, în kgf/mm^2 .

Suprafața efectivă de contact este dată de formula :

$$s_1 = k z h_1 \quad (15.36)$$

în care : k este un coeficient de reducere al suprafeței purtătoare ; z — numărul canelurilor ; h_1 — înălțimea purtătoare efectivă a plinului arborelui, în mm .

Coeficientul k se ia din formulele :

$k = 0,7$ pentru frezarea cu capul divizor,	(15.37)
$k = 0,8$ pentru frezarea prin rulare.	

Presiunea specifică admisibilă la strivire pentru oțeluri cu $\sigma_r = 50 \text{ kgf}/\text{mm}^2$ se ia din tabela 15.3.

Pentru oțeluri cu alte rezistențe de rupere σ'_r , presiunea se va lua după relația :

$$p'_a = \frac{\sigma'_r}{50} p_a \quad (15.38)$$

Cuie cilindrice și conice

Pentru știfturile montate transversal (fig.15,e), valorile d și D se calculează cu formulele :

$$d = (0,2 \dots 0,3) D \quad (15.39)$$

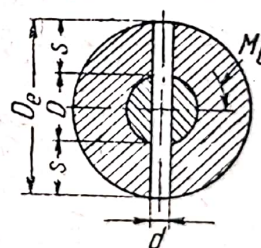


Fig. 15, e

$D_e \approx 2 D$ pentru oțel sau oțel turnat,	(15.40)
$D_e \approx 2,5 D$ pentru fontă.	

Diametrul D se calculează cu formula :

$$D = \frac{1,27 M_t}{d^2 \tau_{af}} \quad (15.41)$$

Presiunile p (între cui și arbore) și p' (între știft și manșon) se calculează cu formulele :

$$\boxed{p = \frac{6 M}{d D^2} \quad p' = \frac{M_t}{s d (D + s)}} \quad (15.42)$$

Pentru știfturile montate axial (fig. 15, f), valorile lui d și l se calculează cu formulele :

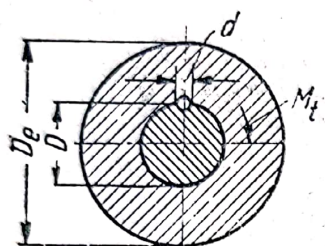


Fig. 15, f

$$\boxed{d = (0,13 \dots 0,16) D} \quad (15.43)$$

$$\boxed{l = (1 \dots 1,5) D} \quad (15.44)$$

în care l este lungimea știftului.

Diametrul D se calculează cu formula :

$$\boxed{D = \frac{2 M_t}{d l \tau_{af}}} \quad (15.45)$$

Presiunea de contact rezultă din relația :

$$\boxed{p \approx \frac{4 M_t}{d l D}} \quad (15.46)$$

Valorile admisibile pentru p și τ_{af} pentru sarcini statice se iau din tabela 15.4.

Îmbinările prin fretare (strângere)

Diametrul șurubului unei îmbinări cu brătară elastică de strângere (fig. 15, g) se calculează cu formula :

$$\boxed{d_1 = \sqrt{\frac{(4 \dots 4,3) Q l}{n \sigma_a (a + 0,5 d)}}}$$

(15.47)

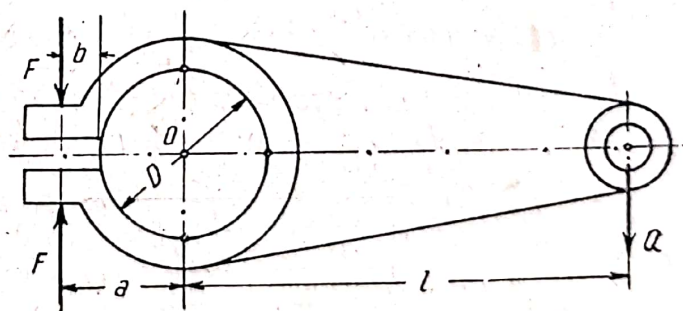


Fig. 15, g

în care : n este numărul șuruburilor ; d_1 — diametrul lor.

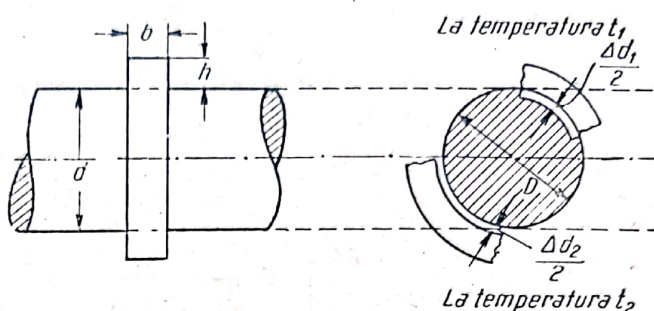
Dimensiunea b se alege din formula :

$$\boxed{b = \left(\frac{d}{4} \dots \frac{d}{6} \right) \cdot} \quad (15.48)$$

Calculul inelelor și al manșoanelor circulare fretate la cald (fig. 15, h) se face astfel:

— se dau: d , b , h , σ_{at} (rezistența admisibilă la întindere pentru materialul inelului), Δd_2 (jocul la montaj);

— se cer: Δd_1 (diferența inițială de diametru) și t_2 (temperatura de încălzire a inelului, astfel încât jocul la montaj să fie Δd_2).



Se folosesc relațiile:

Fig. 15, h

$$\Delta d_1 = \frac{\sigma_{at}}{E} d \quad (15.49)$$

$$t_2 = \frac{\Delta d_1 + \Delta d_2}{\alpha (d - \Delta d_1)} + t_1 \quad (15.50)$$

în care t_1 este temperatura inițială.

Calculul ancorelor de fretare se face cu relațiile (fig. 15, i):

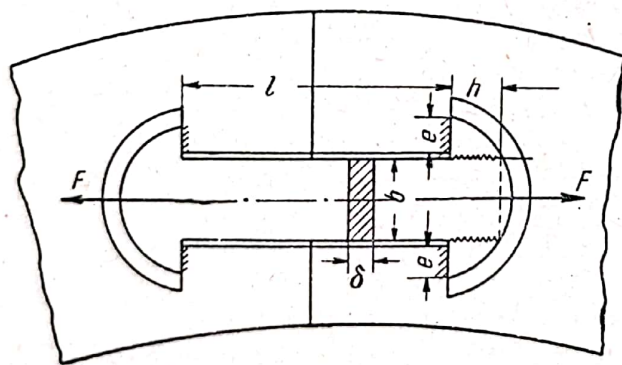


Fig. 15, i

$$l_1 = l \left(1 - \frac{\sigma_{at}}{E} \right) \quad (15.51)$$

în care: l_1 este lungimea inițială a ancorei; l — lungimea de strângere; σ_{at} — rezistența admisibilă la întindere; E — modulul de elasticitate;

$$t_2 = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{\alpha l_1} + t_1 \quad (15.52)$$

în care: t_2 este temperatura la care trebuie încălzită ancora pentru a obține jocul la montaj; Δl_2 , Δl_1 — lungimea elastică a piesei pentru a ajunge la lungimea l ; α — coeficientul de dilatare liniară pentru materialul ancorei; t_1 — temperatura inițială;

— distanțele b și l se calculează cu formulele :

$$\boxed{b = \frac{F_0}{\delta \sigma_{at}} \quad l = (4 \dots 5) \delta} \quad (15.53)$$

în care : b este lățimea corpului ancorei ; δ — grosimea ; F_0 — forța totală care solicită ancora ;

— distanța e se calculează cu formula :

$$\boxed{e = b \frac{\sigma_{at}}{2p_a}} \quad (15.54)$$

— înălțimea utilă a brațului h se calculează cu formula :

$$\boxed{h = \sqrt{\frac{1,5 F_0 e}{\delta \sigma_{ai}}}} \quad (15.55)$$

în care σ_{ai} este rezistența admisibilă la încovoiere a materialului ancorei ;

— pentru oțel se iau următoarele valori numerice :

$\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ grd}^{-1}$
$\sigma_{at} = 1\,500 \text{ kgf/cm}^2$
$E = 2,15 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$
$\sigma_{ai} = 1\,500 \text{ kgf/cm}^2$

(15.56)

Arcurile

Arcurile lamelare se calculează cu formulele din tabela 15.5.

Rezistența admisibilă se ia după relația :

$$\boxed{\sigma_{ai} = (4\,000 \dots 6\,000) \text{ kgf/cm}^2} \quad (15.57)$$

La arcurile-bare de răsucire (fig. 15, j), săgeata se calculează cu formula :

$$\boxed{f = \frac{10 F l a^3}{d^4 G}} \quad (15.58)$$

Diametrul d se calculează la răsucire.

Arcul elicoidal cilindric cu secțiune circulară se calculează cu formulele (fig. 15, k) :

$$d = 1,72 \sqrt[3]{\frac{FR}{\tau_{at}}} \quad (15.59)$$

$$f = \frac{64 n FR^3}{Gd^4} \quad (15.60)$$

$$\tau_{at} = (4\,000 \dots 6\,000) \text{ kgf/cm}^2 \quad (15.61)$$

Arcul elicoidal cilindric cu secțiune dreptunghiulară (fig. 15, l) se calculează cu relațiile :

$$F_{max} = 0,222 \frac{b^2 h}{R} \tau_{at} \quad (15.62)$$

$$f = 1,394 \psi_0 \frac{b^2 + h^2}{bh^2} n R \frac{\tau_{at}}{G} \quad (15.63)$$

$$\frac{h}{b} = (1,5 \dots 1,22) \quad \psi_0 = (4,175 \dots 0,15) \frac{h}{b} \quad \begin{matrix} (15.64) ; \\ (15.65) \end{matrix}$$

Arcul elicoidal conic (fig. 15, m' , m'') se calculează cu relațiile din tabela 15.6.

Arcul elicoidal cilindric flexional (fig. 15, n) se calculează cu formula :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_t}{\pi \sigma_{ai}}} \quad (15.66)$$

în care σ_{ai} este rezistența admisibilă la încovoiere.

Arcul spiral plan se calculează cu formulele :

$$\sigma_i = \frac{6 M_t}{bh^2} \leq \sigma_{ai} \quad (15.67)$$

$$\theta^\circ = 687,9 \frac{l}{Eb h^3} M_t \quad (15.68)$$

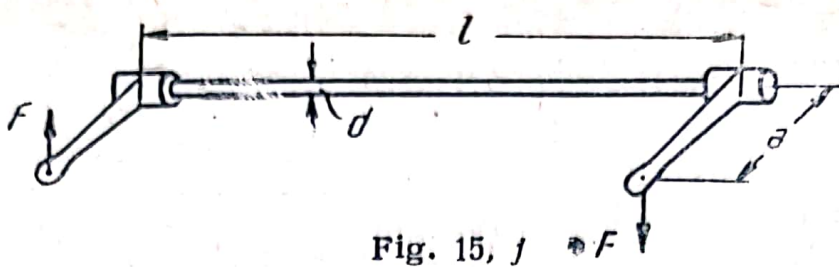


Fig. 15, j

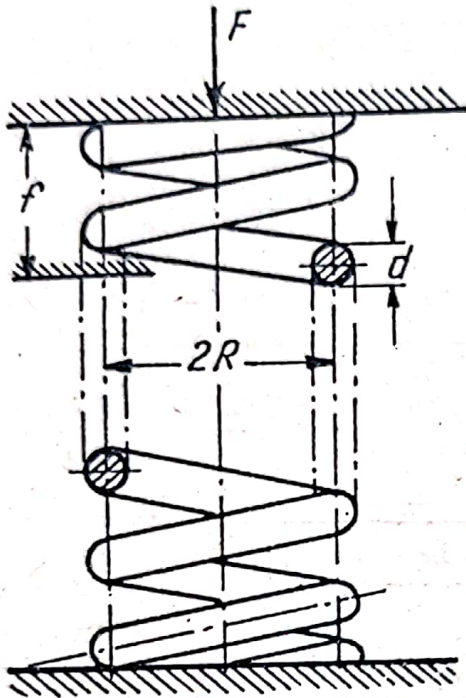


Fig. 15, k

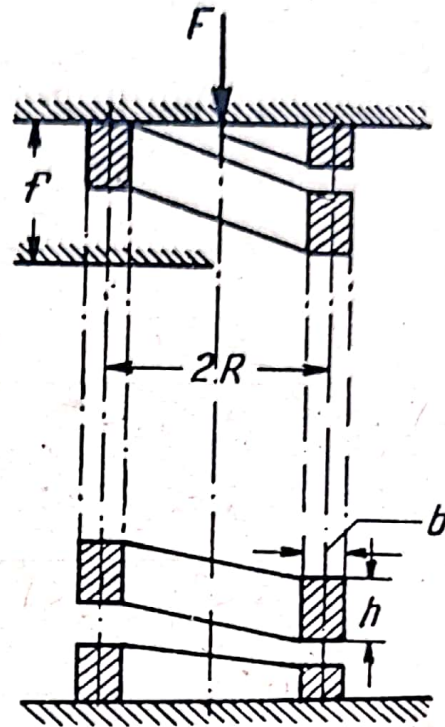


Fig. 15, l

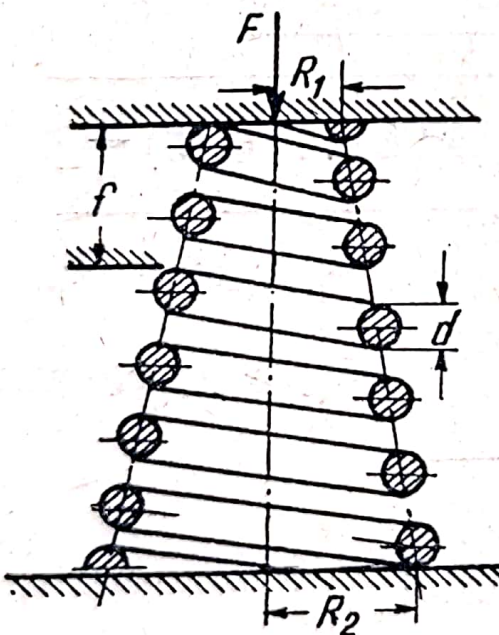


Fig. 15, m'

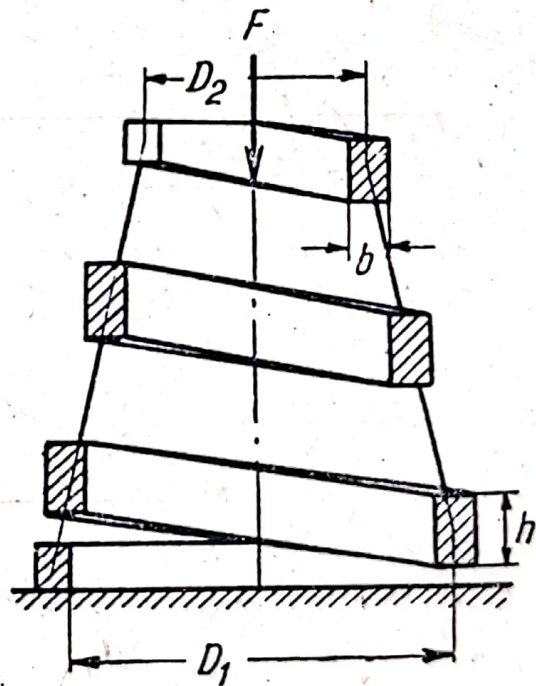


Fig. 15, m''

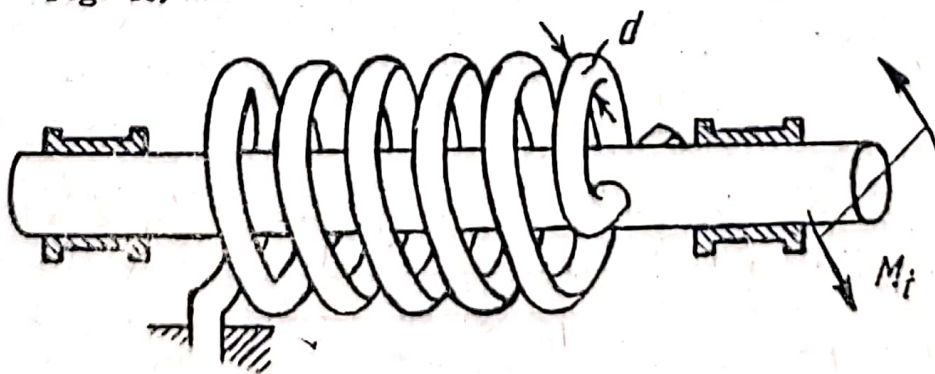


Fig. 15, n

în care : M_t este momentul de răsucire aplicat arborelui ; l — lungimea totală a arcului ; b — dimensiunea paralelă cu axa geometrică a arcului ; h — grosimea lamelei ; E — modulul de elasticitate ; θ — unghiul de răsucire al arcului ; σ_i — efortul unitar efectiv de încovoiere din materialul arcului.

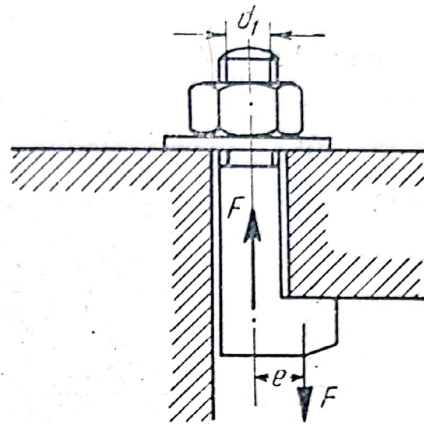


Fig. 15.1

B. Probleme.

15.1. Să se verifice un șurub cu cap-ciocan (fig. 15.1).

Se dă :

- diametrul interior al filetului $d_1 = 20,1 \text{ mm}$;
- forța de întindere $F = 250 \text{ kgf}$;
- excentricitatea aplicării forței $e = 20 \text{ mm}$;
- efortul unitar admisibil la sollicitarea compusă $\sigma_a = 750 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- efortul unitar efectiv în șurub σ_e .

Rezolvare.

Stabilirea sollicitărilor

Corpul șurubului este supus la întindere și încovoiere.

Calculul forțelor și cuplurilor care solicită șurubul :

- pentru întindere, $F = 250 \text{ kgf}$;
- pentru încovoiere, $M = Fe = 250 \times 2 = 500 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$.

Calculul caracteristicilor geometrice :

- pentru întindere, aria $A = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \times 2,01^2}{4} = 3,17 \text{ cm}^2$;
- pentru încovoiere, modulul de rezistență

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \times 2,01^3}{32} = 0,797 \text{ cm}^3.$$

Calculul efortului unitar efectiv

Se aplică formula :

$$\sigma_{ef} = \frac{F}{A} + \frac{M}{W}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

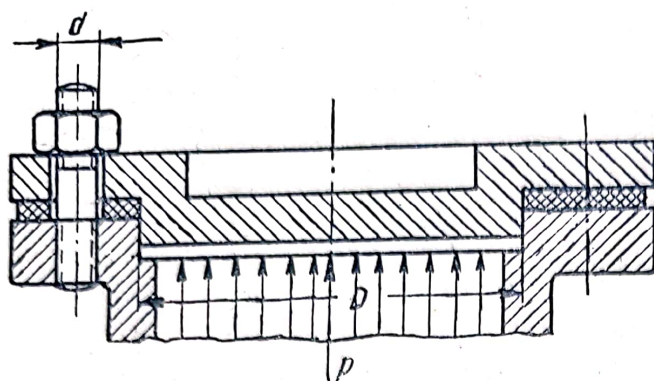


Fig. 15.2

$$\sigma_{ef} = \frac{250}{3,17} + \frac{500}{0,797} = 705 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_a.$$

Rezultă că șurubul va funcționa în condiții bune.

15.2. Să se dimensioneze șuruburile pentru fixarea capacului cilindrilor unei mașini cu abur (fig. 15.2).

Se dă :

- diametrul pistonului
- presiunea maximă în cilindru
- numărul șuruburilor
- rezistența admisibilă a materialului șuruburilor

$$\begin{aligned} D &= 350 \text{ mm}; \\ p &= 35 \text{ kgf/cm}^2; \\ z &= 8; \\ \sigma_a &= 700 \text{ kgf/cm}^2. \end{aligned}$$

Se cere :

- tipul șuruburilor, după STAS 510—49.

Rezolvare.

Se aplică formula (15.6), cu valoarea maximă a coeficientului numeric :

$$d_1 = D \sqrt{\frac{2p}{z\sigma_a}}.$$

Înlocuind valorile numerice se obține :

$$d_1 = 35 \sqrt{\frac{2 \times 35}{8 \times 700}} = 3,92 \text{ cm}.$$

Vom alege din STAS 510—49 șuruburi cu valoarea diametrului d_1 cea mai apropiată, și anume :

8 șuruburi M 45, STAS 510—49 care au $d_1 = 39,154 \text{ mm}$.

15.3. Să se dimensioneze șurubul din capătul unui cârlig de macara (fig. 15.3).

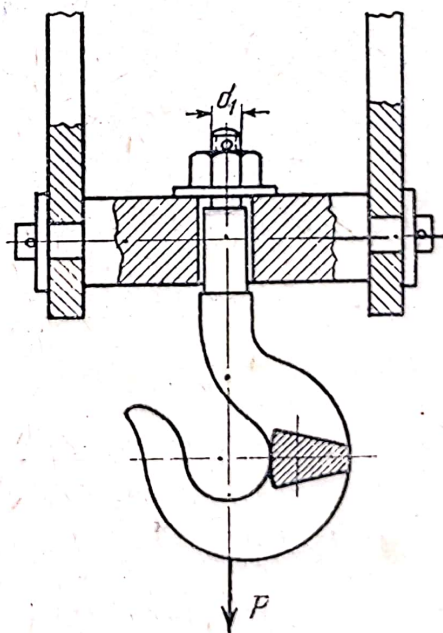


Fig. 15.3

Se dă :

— valoarea forței care soliciță cârligul

$$P = 11,7 \text{ tf};$$

— rezistența admisibilă

$$\sigma_a = 700 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se cere :

— tipul șurubului după STAS 510--48.

Rezolvare.

Se folosește formula (15.4), în care, înlocuind valorile numerice $P = 11\,700 \text{ kgf}$, $\sigma_a = 700 \text{ kgf/cm}^2$, se obține :

$$d_1 = \sqrt[3]{1,21 \times \frac{11\,700}{700}} = 4,61 \text{ cm}.$$

Se va alege un șurub cu filet metric M 52 după STAS 510 — 49, avînd $d_1 = 45,504 \text{ mm}$. Efortul unitar efectiv este în acest caz :

$$\sigma_{ef} = \frac{11\,700}{\frac{\pi \times 4,5504^2}{4}} = 720 \text{ kgf/cm}^2,$$

adică puțin mai mare decît rezistența admisibilă.

15.4. Să se verifice pana longitudinală care fixează o șaibă de curea pe un ax (fig. 15.4).

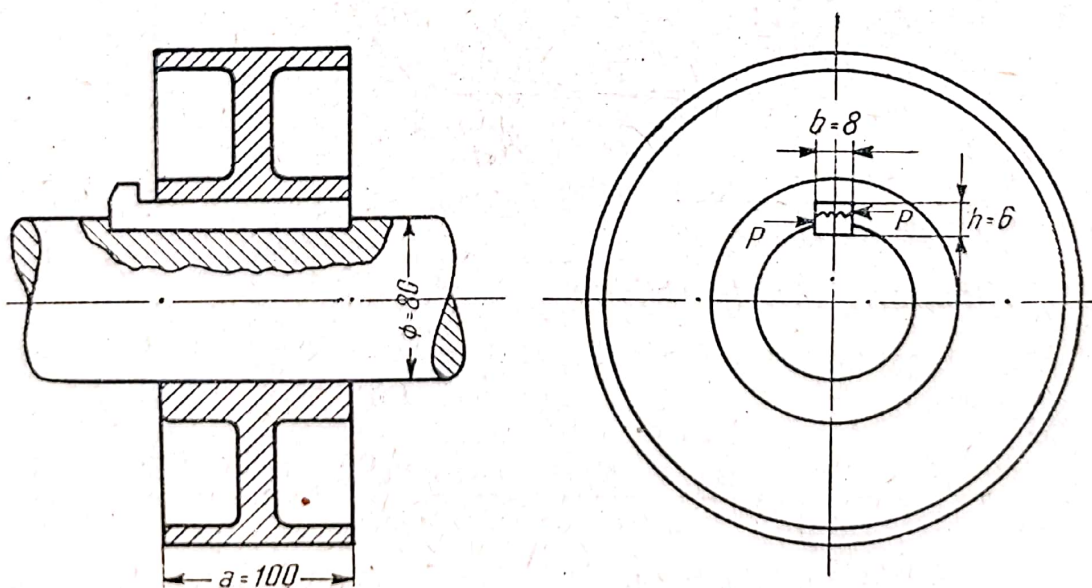


Fig. 15.4

Se dă :

- dimensiunile secțiunii penei $b \times h = 6 \times 8$;
- puterea transmisă de șaibă $N = 270$ CP ;
- rezistența admisibilă la forfecare a penei $\tau_a = 500$ kgf/cm² ;
- rezistența admisibilă la strivire a penei $\sigma_{ac} = 1\,500$ kgf/cm².

Se cere :

- valoarea efortului unitar efectiv la forfecare τ_{ef} ;
- valoarea efortului unitar de compresiune la strivire σ_{ef} .

Rezolvare.

Pana este supusă la forfecare de forța periferică transmisă șaibei de către ax la nivelul secțiunii sale medii și la strivire pe suprafața de contact cu butucul șaibei și cu axul.

Verificarea penei la forfecare

- Forța periferică se calculează din relația care dă momentul de răsucire aplicat arborelui [formula (7.4)] :

$$P = \frac{71\,620\,N}{nR},$$

în care $PR = M_t$.

Secțiunea de forfecare a penei este secțiunea sa longitudinală $A_{ef} = ab$, deci :

$$\begin{aligned} \tau_{ef} &= \frac{P}{A_{ef}} = \frac{71\,620\,N}{nRab} = \\ &= \frac{71\,620 \times 270}{1\,500 \times 4 \times 10 \times 0,8} = 403 \text{ kgf/cm}^2 < \tau_a = 500 \text{ kgf/cm}^2. \end{aligned}$$

Verificarea penei la strivire

Suprafața de contact este $A_{ef} = a \frac{h}{2}$;

deci :

$$\begin{aligned} \sigma_{ef} &= \frac{P}{A_{ef}} = \frac{2 \times 71\,620\,N}{nRah} = \frac{2 \times 71\,620 \times 270}{1\,500 \times 4 \times 10 \times 0,6} = \\ &= 1\,045 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_{ac} = 1\,500 \text{ kgf/cm}^2. \end{aligned}$$

Rezultă că pana poate funcționa în condiții bune.

15.5. O tijă care susține o macara turnantă este ancorată cu o pană care se sprijină pe o placă de fontă așezată pe un planșeu de beton. Să se dimensioneze îmbinarea.

Se dă :

- materialul tijei OL 38 ;
- diametrul tijei $d = 30 \text{ mm}$;
- rezistența admisibilă la întindere a materialului tijei $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la forfecare a materialului tijei $\tau_a = 1\,120 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la compresiune a fontei $\sigma_{ac} = 900 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la compresiune a betonului $\sigma'_{ac} = 30 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la strivire a oțelului $\sigma_c = 2\,800 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- lungimea tijei de deasupra penei e ;
- dimensiunile secțiunii penei $b \times h$;
- lungimea penei l ;
- diametrul exterior al plăcii de fontă D ;
- efortul unitar de strivire al penei pe porțiunea de contact cu tija σ_s .

Rezolvare.

Calculul tijei

a. *Determinarea sarcinii capabile*

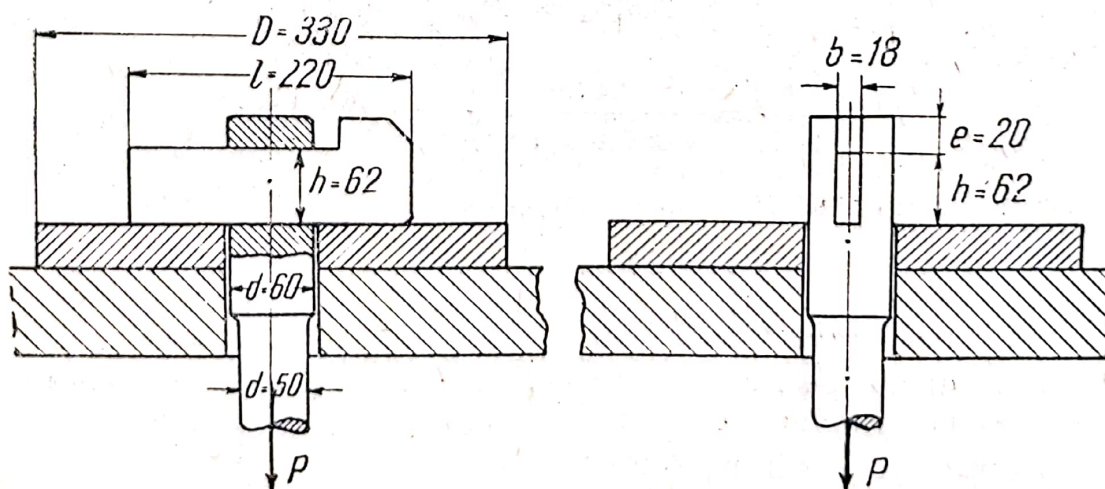


Fig. 15.5

Sarcina pe care o poate transmite tija se calculează în secțiunea slăbită de gaura penei :

$$P_{cap} = A_{ef} \sigma_a = \left(\frac{\pi d^2}{4} - bd \right) \sigma_a.$$

Lățimea penei se alege după formula (15.18) :

$$b = (0,25 \dots 0,35)d.$$

Se ia :

$$b = 18 \text{ mm},$$

cu care sarcina capabilă a tijei este :

$$P_{cap} = \left(\frac{3,14 \times 6^2}{4} - 1,8 \times 6 \right) \times 1400 = 24500 \text{ kgf}.$$

b. *Calculul lungimii e a tijei deasupra penei*

Această porțiune a tijei este supusă la forfecare pe două secțiuni laterale de arie de ; rezultă ecuația de echilibru :

$$2de\tau_a = P,$$

de unde :

$$e = \frac{P}{2d\tau_a} = \frac{24500}{2 \times 6 \times 1120} = 1,83 \text{ cm}.$$

Se alege :

$$e = 20 \text{ mm}.$$

Calculul penei

a. *Calculul înălțimii penei*

Pana este solicitată la forfecare pe două secțiuni de arie bh ; avem deci ecuația de echilibru :

$$2bh\tau_a = P,$$

de unde :

$$h = \frac{P}{2b\tau_a} = \frac{24500}{2 \times 1,8 \times 1120} = 6,08 \text{ cm}.$$

Se va alege pentru pană secțiunea :

$$bh = 18 \times 62 \text{ mm}^2.$$

b. *Calculul lungimii penei*

Acest calcul se face ținând seama de solicitarea de strivire dintre pană și placa de fontă.

Ecuația de echilibru este :

$$P = (l - d)b\sigma_{ac},$$

Se dă :

- forța maximă a pistonului
- rezistența admisibilă la întindere pentru tija pistonului
- rezistența admisibilă la forfecare pentru tija pistonului
- rezistența admisibilă la strivire
- rezistența admisibilă la încovoiere pentru pană

$$P = 37,4 \text{ tf};$$

$$\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$\tau_a = 1\,100 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$\sigma_{ac} = 1\,600 \text{ kgf/cm}^2;$$

$$\sigma_{at} = 2\,500 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se cere :

- eforturile unitare efective în secțiunile periculoase ale penei și tijei σ_t , σ_{ef} , τ'_{ef} , τ''_{ef} .

Rezolvare.

Stabilirea solicitărilor

Solicitările care vor face obiectul verificării noastre sînt :

- a) pentru pană :
- forfecare pe două secțiuni transversale 1 — 1 și 2 — 2;
 - strivire la contactul cu tija pistonului pe secțiunea 1 — 2 din stînga (fig. 15.6, a);
 - strivire la contactul cu capul de cruce pe secțiunile 1 — 3 și 2 — 3;

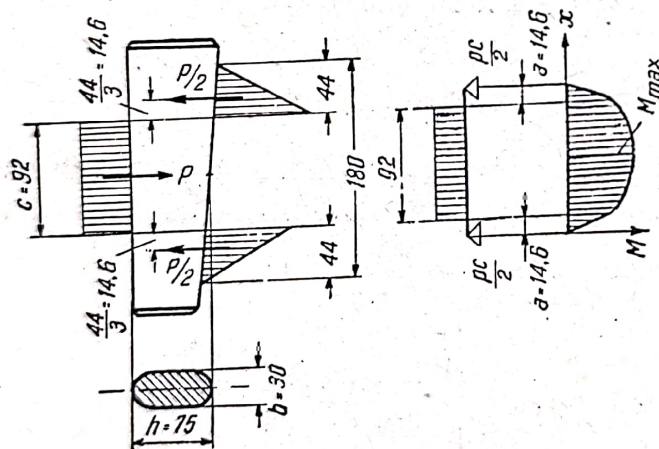


Fig. 15.6, b

- încovoiere (figura 15.6, b);

- b) pentru capul tijei pistonului :

- întindere în secțiunea slăbită A — B;
- forfecare pe două secțiuni C — D;

- c) pentru capul de cruce :

- forfecare pe două secțiuni 3 — 4.

Calcululele de verificare

Ordinea de calcul este cea indicată mai sus ; folosind dimensiunile indicate în figurile 15.6, a și b, se obține :

$$\tau_{ef} = \frac{P}{2hb} = \frac{37\,400}{2 \times 7,5 \times 3} = 832 \text{ kgf/cm}^2 < \tau_a.$$

$$\sigma'_{cef} = \frac{P}{d_{AB}h} = \frac{37\,400}{9,2 \times 3} = 1\,360 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_{ac}.$$

$$\sigma''_{cef} = \frac{P}{(D - d)b} = \frac{37\,400}{(18 - 10) \times 3} = 1\,560 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_{ac}.$$

Repartiția presiunilor transmise penei de către capul de cruce și tija pistonului, precum și schema de calcul la încovoiere a penei sînt arătate în figura 15.6, *b*; se obține:

— sarcina uniform distribuită:

$$p = \frac{P}{c} = \frac{37\,400}{9,2} = 4\,065 \text{ kgf/cm};$$

— momentul maxim:

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{pc}{2} \left(a + \frac{c}{2} \right) - \frac{pc}{2} \cdot \frac{c}{4} = \frac{pc}{2} \left(a + \frac{c}{4} \right) = \\ &= \frac{4\,065 \times 9,2}{2} \left(1,46 + \frac{9,2}{4} \right) = 70\,308 \text{ kgf}\cdot\text{cm}; \end{aligned}$$

— efortul unitar de încovoiere:

$$\sigma_i = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{70\,308}{\frac{3 \times 7,5^2}{6}} = 2\,500 \text{ kgf/cm}^2 \approx \sigma_{ai}.$$

$$\sigma_{ef} = \frac{P}{A_{AB} - db} = \frac{37\,400}{\frac{\pi \times 9,2^2}{4} - 9,2 \times 3} = 965 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_a.$$

$$\tau'_{ef} = \frac{P}{2A_{CD}} = \frac{37\,400}{2 \times \frac{9,2 + 8,8}{2} \times 6} = 346 \text{ kgf/cm}^2 < \tau_a.$$

$$\tau''_{ef} = \frac{P}{2(D - d)e} = \frac{37\,400}{2 \times (18 - 10) \times 4,8} = 487 \text{ kgf/cm}^2 < \tau_a.$$

Rezultă că imbinarea considerată va funcționa în condiții bune, deoarece eforturile unitare efective nu depășesc pe cele admisibile.

15.7. Se cere să se calculeze lungimea purtătoare a unui arbore canelat din seria mijlocie $8 \times 52 \times 60$ STAS 1769—50, care să permită o cuplare în sarcină pentru condiții mediocre de funcționare, executat prin frezare după metoda prin rulare, cu suprafețele de contact cementate.

Rezolvare.

În problemă sînt date:

$$z = 8, \quad d = 52, \quad D = 60.$$

Se alege după formulele (15.37) :

$$k = 0,8.$$

Se alege înălțimea plinului (STAS 1769—50) :

$$h_1 = 3 \text{ mm.}$$

Suprafața efectivă de contact este [formula (15.36)] :

$$s_1 = kzh_1 = 0,8 \times 8 \times 3 = 19,2 \text{ mm}^2/\text{mm.}$$

Se alege din tabela 15.3 pentru suprafețe tratate termic (cementate), cuplare în sarcină, condiții medii de funcționare :

$$p_a = 1,5 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se alege :

$$\tau_{at} = 400 \text{ kgf/cm}^2.$$

Lungimea purtătoare a arborelui este dată de relația (15.35) :

$$L = \frac{0,2 d^3 \tau_{at}}{r_m s_1 p_a} = \frac{0,2 d^3 \tau_{at}}{\frac{D+d}{4} s_1 p_a} = \frac{0,2 \times 52^3 \times 400}{\frac{60+52}{4} \times 19,2 \times 1,5} \approx 140 \text{ mm.}$$

15.8. Pe un arbore cilindric din oțel se fixează un inel opritor circular de oțel avînd secțiunea dreptunghiulară.

Se dă :

- diametrul arborelui $d = 150 \text{ mm}$;
- secțiunea inelului $b \times h = 20 \times 30 \text{ mm}$;
- temperatura inițială de montaj $t_1 = 15^\circ$.

Se cere :

- valoarea diferenței inițiale de diametru Δd_1 , avîndu-se în vedere ca la răcire inelul să nu fie supus la o tensiune mai mare decît $\sigma_t = 1\,500 \text{ kgf/cm}^2$;
- valoarea temperaturii t_2 la care trebuie încălzit inelul, astfel ca la montare jocul dintre inel și arbore să fie $\Delta d_2 = 1 \text{ mm}$.

Rezolvare.

Se aplică formulele (15.49) și (15.50).

Calculul diferenței inițiale de diametru Δd_1 :

$$\Delta d_1 = \frac{\sigma_t}{E} d = \frac{1\,500 \times 150}{2,15 \times 10^6} = \frac{225}{2\,150} = 0,105 \text{ mm.}$$

Calculul temperaturii la care trebuie încălzit inelul :

$$t_2 = \frac{\Delta d_1 + \Delta d_2}{a(d - \Delta d_1)} + t_1.$$

Înlocuind valorile numerice și folosind formulele (15.56) :

$$\Delta d_1 = 0,105 \text{ mm} ; \Delta d_2 = 1 \text{ mm} ; d = 150 \text{ mm} ;$$

$$a = 12 \times 10^{-6} ; t_1 = 15^\circ$$

se obține :

$$t_2 = \frac{0,105 + 1,0}{12 \times 10^{-6}(150 - 0,105)} + 15 = 629^\circ\text{C}.$$

15.9. Pe un ax trebuie fixată prin strângere o pîrghie prevăzută cu o brătară și care este acționată de o forță verticală la extremitatea opusă brățării. Se cere să se dimensioneze șuruburile de strângere ale brățării (fig. 15.9).

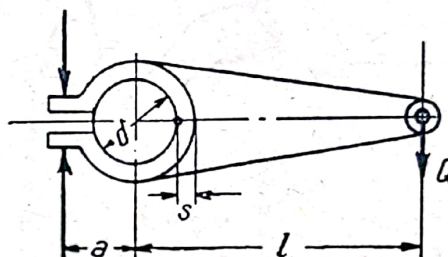


Fig. 15.9

Se dă :

- diametrul axului
- lungimea pîrghiei
- forța care acționează pîrghia
- rezistența admisibilă a materialului șuruburilor

$$\begin{aligned} d &= 80 \text{ mm} ; \\ l &= 300 \text{ mm} ; \\ Q &= 200 \text{ kgf} ; \\ \sigma_a &= 900 \text{ kgf/cm}^2. \end{aligned}$$

Se cere :

- diametrul interior al șuruburilor d_1 .

Rezolvare.

Se aplică formula (15.47) :

$$D_1 = \sqrt{(4 \dots 4,3) \frac{Ql}{n\sigma_a(a + 0,5d)}},$$

în care :

$$n = 2 \text{ șuruburi (ales), } Q = 200 \text{ kgf, } l = 30 \text{ cm,}$$

$$a = \frac{d}{2} + b = \frac{d}{2} + \left(\frac{d}{4} \dots \frac{d}{6} \right) \text{ [formula (15.48)] ;}$$

$$a = \frac{d}{2} + \frac{d}{4} = \frac{8}{2} + \frac{8}{4} = 6 \text{ cm.}$$

Înlocuind valorile numerice, rezultă :

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \times 200 \times 30}{2 \times 900(6 + 0,5 \times 8)}} = 1,33 \text{ cm.}$$

Se aleg șuruburi cu filet M 14, căruia îi corespunde :

$$d_1 = 11,402 \text{ mm.}$$

15.10. Se consideră una dintre barele de răsucire care servește la suspensia elastică a șasiului unui automobil (fig. 15.10, a) reprezentată schematic pe figura 15.10, b.

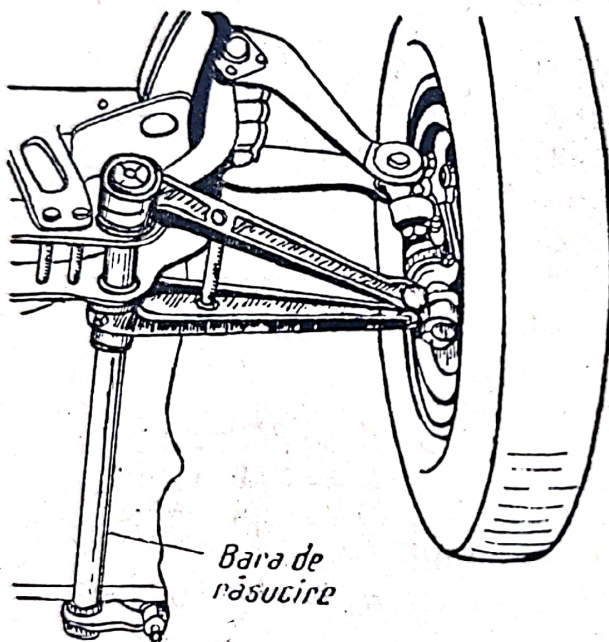


Fig. 15.10, a

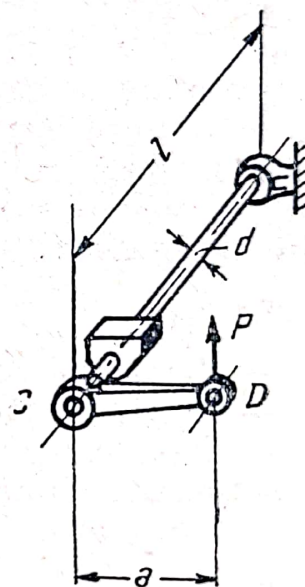


Fig. 15.10, b

Se dă :

- lungimea levierului CD
- forța transmisă levierului
- rezistența admisibilă la răsucire a materialului din care este construit levierul
- unghiul de rotire al secțiunilor externe ale levierului în sarcină
- modulul de elasticitate transversală a oțelului

$$a = 400 \text{ mm ;}$$

$$P = 300 \text{ kgf ;}$$

$$\tau_a = 4\,000 \text{ kgf/cm}^2 ;$$

$$\Delta\varphi = 18^\circ ;$$

$$\sigma = 8 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se cere :

- diametrul barei de răsucire
- lungimea barei de răsucire pentru deformația $\Delta\varphi$ dată

$$d ;$$

$$l.$$

Rezolvare.

Calculul diametrului barei de răsucire

Pentru aceasta se folosește formula (7.2) :

$$W_{p \text{ nec}} = \frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{M_x}{\tau_a},$$

din care rezultă :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_x}{\pi \tau_a}}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$M_x = Pa = 300 \times 40 = 12\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$, $\tau_a = 4\,000 \text{ kgf/cm}^2$,
se obține :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \times 12\,000}{3,14 \times 4\,000}} = 2,48 \text{ cm}.$$

Se alege :

$$d = 25 \text{ mm}.$$

Calculul lungimii barei

rotația relativă a celor două secțiuni extreme ale barei
trebuie să fie — conform enunțului — de 18° sau de :

$$18 \times \frac{\pi}{180} = 0,314 \text{ rad}.$$

Dacă se notează prin θ unghiul de răsucire pe unitatea de
lungime a barei, atunci :

$$l = \frac{0,314}{\theta}.$$

Dar după formula (7.3) avem :

$$\theta = \frac{M_x}{GI_p},$$

deci

$$l = \frac{0,314 GI_p}{M_x}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$M_x = 12\,000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}, \quad G = 8 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$I_p = \frac{d^4}{32} \approx 0,1 d^4 = 2,5^4 \times 10^{-1} \text{ cm}^4,$$

se obține :

$$l = \frac{0,314 \times 8 \times 10^5 \times 2,5^4 \times 10^{-1}}{12\,000} \approx 820 \text{ mm}.$$

15.11. Se cere să se dimensioneze un arc spiral (fig. 15.11), construit din foaie de tablă din oțel special.

Se dă :

- grosimea foii de arc $h = 1 \text{ mm}$;
- momentul de răsucire aplicat arborelui $M_x = 10 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$;
- rotirea arborelui pentru momentul M_x $\theta = 60^\circ$;
- rezistența admisibilă la încovoiere a materialului arcului $\sigma_{ai} = 6\,000 \text{ kgf/cm}^2$;
- modulul de elasticitate longitudinală al arcului $E = 2,15 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- lățimea foii de arc b ;
- lungimea arcului l .

Rezolvare.

Determinarea lățimii b a foii de arc

Se face prin aplicarea formulei (15.67) ; rezultă :

$$b = \frac{6M_t}{\sigma_{ai} h^2} = \frac{6 \times 10}{6\,000 \times 0,1^2} = 1 \text{ cm}.$$

Determinarea lungimii l a arcului

Se face cu ajutorul formulei (15.68) :

$$l = \frac{\pi E b h^3 \theta}{180 \times 12 M_t}$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$l = \frac{3,14 \cdot 2,15 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 0,1^3 \cdot 60}{180 \cdot 12 \cdot 10} = 18,8 \text{ cm}.$$

Lungimea arcului, *exclusiv capetele de încastrare*, va fi deci :

$$l = 188 \text{ mm.}$$

15.12. Se cere să se dimensioneze arcul elicoidal cilindric flexional din figura 15.12, avînd secțiunea circulară.

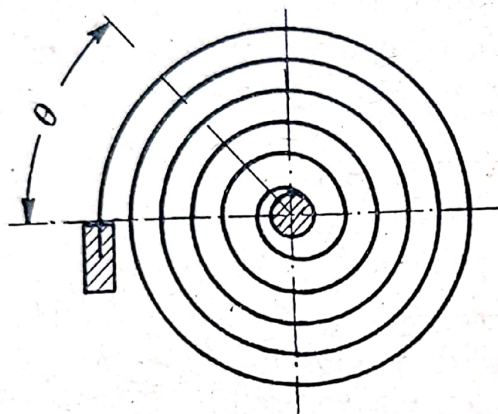


Fig. 15.11

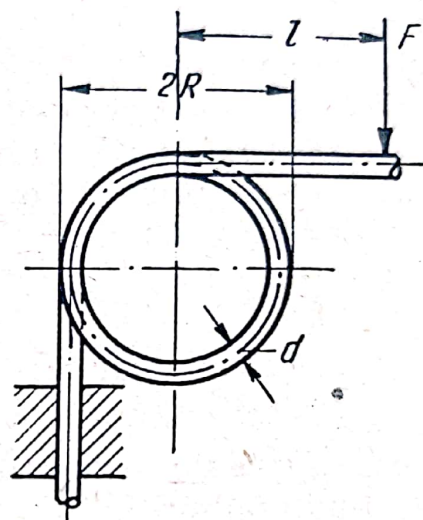


Fig. 15.12

Se dă :

- valoarea forței F care acționează arcul $F = 4,5 \text{ kgf};$
- poziția forței F $l = 30 \text{ mm};$
- rezistența admisibilă la încovoiere a materialului arcului $\sigma_{ai} = 4\,000 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- diametrul sîrmei de arc $d.$

Rezolvare.

Se folosește formula (15.66) :

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_t}{\pi \sigma_{ai}}} = \sqrt[3]{\frac{32 Fl}{\pi \sigma_{ai}}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \times 4,5}{3,14 \times 4\,000}} = 0,325 \text{ cm.}$$

ORGANELE MIȘCĂRII DE rotație ȘI ALE TRANSMISIILOR MECANICE

A. Formule și date importante

Arborii

Cele mai importante tensiuni în materialul arborilor sînt date de solicitările de răsucire și încovoiere.

Arborii lungi și comprimați trebuie verificați și la flambaj.

Arborii solicitați la răsucire, care transmit o putere N , exprimată în cai-putere, la o turație de n rotații pe minut, se calculează cu relația :

$$d = k \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad (16.1)$$

în care k este un coeficient depinzînd de valoarea adoptată pentru rezistența admisibilă la răsucire τ_{at} ; cîteva valori sînt trecute în tabela 16.1.

Arborii de lungime mare, care trebuie să îndeplinească condiția ca secțiunile situate la 1 m distanță să se rotească relativ cu $1/4^\circ$, se calculează cu relația :

$$d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad (16.2)$$

Valorile lui d date de această formulă vor fi adoptate numai cînd ele vor fi mai mari decît cele date de formula (16.1).

Arborii solicitați la încovoiere și răsucire se calculează cu formulele cunoscute din capitolul VIII.

Astfel, pentru arborii de secțiune circulară, diametrul este dat de relația :

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{ii}}{\pi \sigma_i}} \quad (16.3)$$

în care :

$$M_{ii} = 0,35 M_i + 0,65 \sqrt{M_i^2 + (\alpha_0 M_t)^2} \quad (16.4)$$

σ_i este rezistența admisibilă la încovoiere ; τ_f — rezistența admisibilă la forfecare :

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_i}{1,3 \tau_f}$$

Axele. Axele se calculează la încovoiere ; ele pot fi static determinate, cînd se sprijină pe două lagăre, sau static nedeterminate, cînd se sprijină pe mai mult de două lagăre.

Diametrul d_x al arborelui într-o secțiune situată la distanța x de reazemul din stînga este, pentru acest caz, dat de relația :

$$d_x = \sqrt[3]{\frac{10 M_x}{\sigma_i}}, \quad (16.5)$$

în care M_x este momentul încovoiător în secțiunea considerată.

La alegerea lui σ_i se va ține seama că, în general, axele fixe se încadrează în cazul I sau II de solicitare, iar axele rotitoare în cazul III (solicitări alternante).

Fusul cilindric (fig. 16,a) :

— din condiția de rezistență rezultă pentru d_1 valoarea :

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{5 P l_1}{\sigma_i}}; \quad (16.6)$$

— din calculul la presiune specifică rezultă pentru d_1 valoarea :

$$d_1 = \frac{P}{l_1 p}, \quad (16.7)$$

sau împreună cu condiția de rezistență (tabela 16.2) :

$$\gamma = \frac{l_1}{d_1} = \sqrt{\frac{\sigma_i}{5 p}}; \quad (16.8)$$

— calculul la încălzire (tabela 16.3) :

$$l_1 \geq \frac{P n}{W}, \quad (16.9)$$

în care :

$$W = \frac{6000 L_s}{\pi \mu},$$

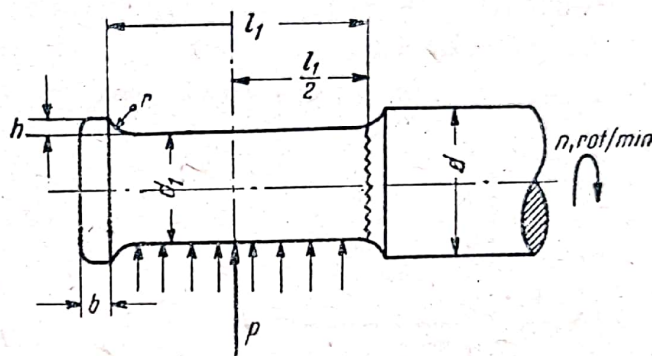


Fig. 16, a

L_s fiind puterea specifică de frecare, iar μ coeficientul de frecare ;

— relații practice :

$h = (0,07d_1 + 3 \text{ mm}) \dots (0,1d_1 + 5 \text{ mm})$	(16.10)
$b = 1,4h$	
$r = 0,5h.$	

Valorile lui γ se aleg în funcție de tipul mașinii și turația arborelui din tabela 16.4.

Fusul sferic. Fusul sferic (fig. 16,b) se calculează cu relația :

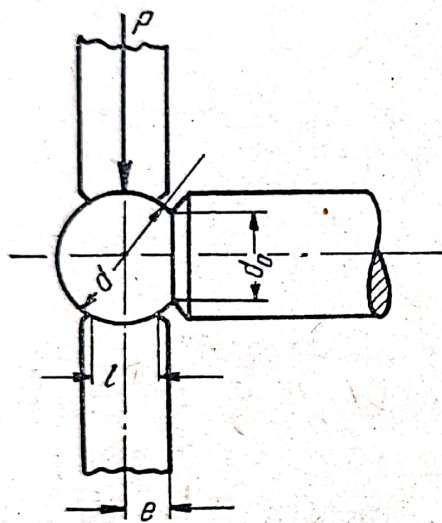


Fig. 16, b

$d = \sqrt{\frac{P}{\gamma p_m}}$	(16.11)
-----------------------------------	---------

în care : P este reacțiunea în fus ; γ — coeficientul de formă ($\gamma \approx 0,7$) ;
 p_m — presiunea medie de contact ;
 d — diametrul fusului.

Diametrul d_0 rezultă din relația :

$d_0 = \sqrt[3]{\frac{5 Pl}{\sigma_{at}}}$	(16.12)
--	---------

iar verificarea la încălzire se face cu formula :

$l \geq \frac{Pn}{W}$	(16.13)
-----------------------	---------

în care $W = 20\,000$.

Pivotul cilindric. Presiunea se calculează cu formulele :

pivot inelar : $\begin{cases} p_{max} = \frac{P}{2\pi(r_2 - r_1)r_1} \\ p_{min} = \frac{P}{2\pi(r_2 - r_1)r_2} \end{cases}$	(16.14)
pivot plin : $p = \frac{4P}{\pi d^2}$	

în care : r_1 este raza interioară ; r_2 — raza exterioară ; d — diametrul pivotului plin.

Verificarea la încălzire se face cu relația :

$$\boxed{d \geq \frac{Pn}{W}} \quad (16.15)$$

sau cu caracteristica pv , în care v este viteza periferică a unui punct de pe suprafața fusului.

Valorile numerice sînt date în tabelele 16.5, 16.6, 16.7.

Pivotul canelat (fig. 16, c). Pivotul canelat se verifică la strivire cu relația :

$$\boxed{P = z \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) p_a} \quad (16.16)$$

în care z este numărul canelurilor.

Verificarea la încălzire se face cu relația :

$$\boxed{cz \geq \frac{Pn}{W}} \quad (16.17)$$

în care se ia :

$$\boxed{W = 10\,000 \dots 20\,000}$$

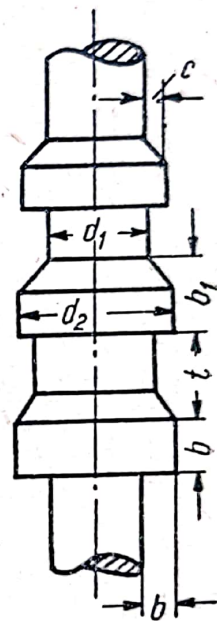


Fig. 16, c

Mărimile c , t și b se aleg după relațiile :

$$\begin{array}{l} c = (0,1 \dots 0,3)d_1 \\ t = (0,18 \dots 0,20)d_1 \\ b_1 = (0,12 \dots 0,15)d_1 \end{array} \quad (16.18)$$

Lagărele radiale. Se aplică formulele :

$$\boxed{p_{ef} = \frac{P}{d_1 l_1} \leq p_a} \quad (16.19)$$

$$\boxed{(pv)_{ef} \leq (pv)_{max}} \quad (16.20)$$

Valorile lui p_a și $(pv)_{max}$ se găsesc în tabela 16.8.

Crapodinele. Se aplică formulele :

$$p = \frac{4P}{\pi(d_1^2 - d_0^2)} \leq p_a \quad (16.21)$$

$$pv_m \leq (pv)_{max} \quad (16.22)$$

(d_1 este diametrul exterior ; d_0 — diametrul interior), în care :

$$v_m = \frac{\pi n}{120\,000} (d_1 + d_0) \quad (16.23)$$

Valorile pentru p_a sînt aceleași ca pentru lagărele radiale, iar valorile lui $(pv)_{max}$ sînt date în tabela 16.9.

Calculul lagărelor cu rulmenți. Deoarece rulmenții au dimensiuni standardizate, calculul lor se reduce la alegerea după cataloage a rulmentului potrivit pentru condițiile de lucru respective.

Pentru alegerea rulmenților vom folosi două metode :

a) *Metoda sovietică.* Se calculează sarcina totală Q cu formula :

$$Q = (R + yA)k_i k_s \quad (16.24)$$

în care : R este sarcina radială ; A — sarcina axială ; y — coeficientul de transformare (tabela 16.10) ; k_s — coeficient (tabela 16.11) ; k_i — coeficient (tabela 16.12).

Se calculează coeficientul C , cu ajutorul formulei :

$$C = Q(nh)^{0,3} \quad (16.25)$$

unde n este turația arborelui, h — durata de serviciu care se ia între 500 și 500 000 de ore, sau a diagramei din figura 16, d^* .

Se caută un rulment de tipul și dimensiunile necesare, avînd o valoare a coeficientului C cît mai apropiată de cea calculată.

În locul formulelor (16.24) și (16.25) precum și a cataloagelor de rulmenți se poate folosi nomograma 4, asemănătoare figurii 16, d . Pentru determinarea tipului de rulment cu ajutorul acestei nomograme, atunci cînd se dau mărimile Q , n , h și d se procedează astfel :

* Pe această figură s-a arătat și un exemplu de determinarea coeficientului C ; pentru $Q = 250$ kgf, $n = 500$ rot/min, $h = 5\,000$ ore, rezultă $C \approx 21\,000$.

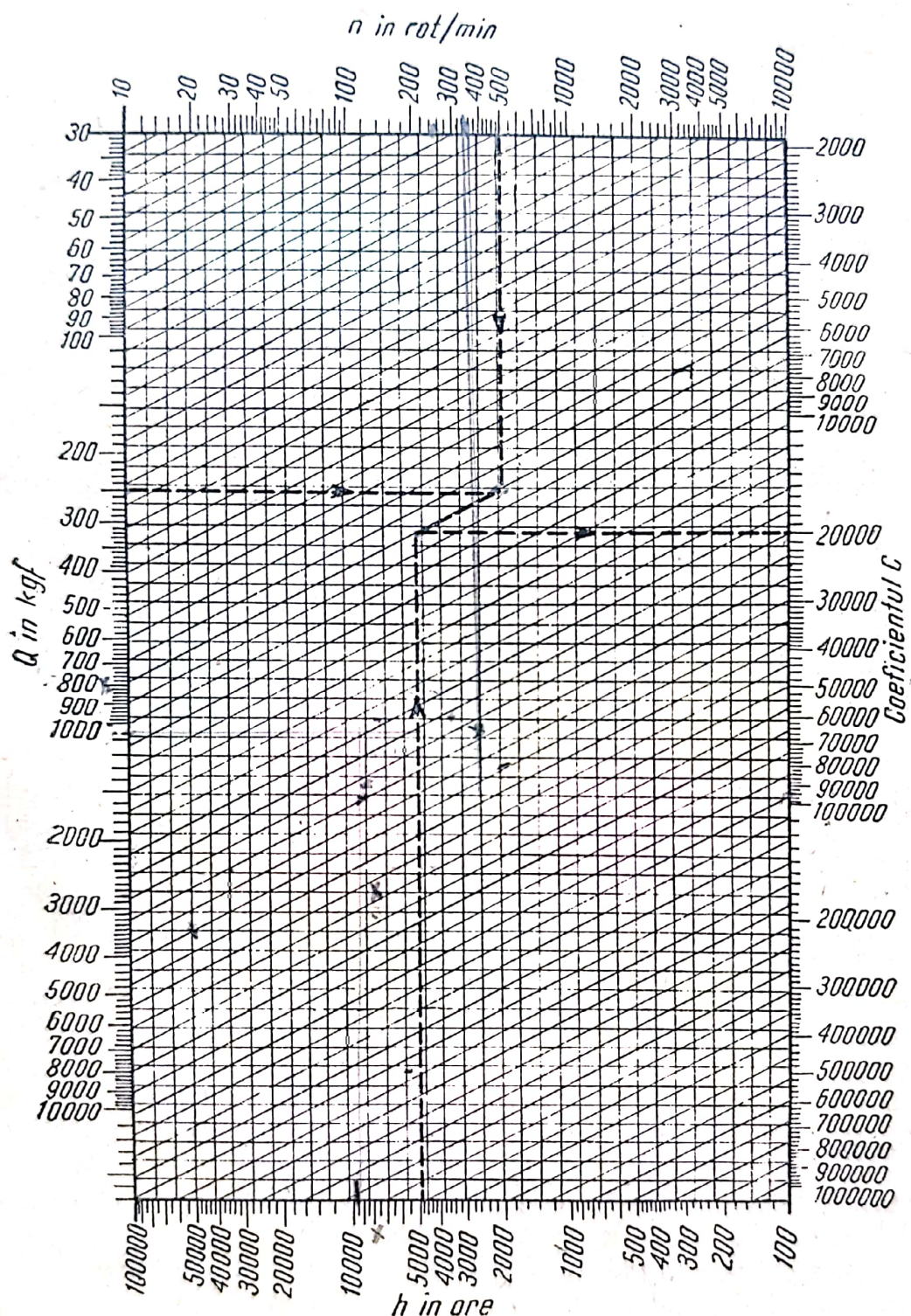


Fig. 16, d

— se unește printr-o linie dreaptă punctul care reprezintă valoarea lui h cu cel care reprezintă valoarea lui n ; la intersecția cu scara ajutoare se găsește un punct;

— punctul astfel găsit pe scara ajutoare se unește cu cel care reprezintă valoarea lui Q ; rezultă astfel cifra de încărcare C ;

— în dreptul cifrei de încărcare se duce o orizontală; dintre rulmenții găsiți pe această orizontală se alege cel corespunzător diametrului d dat.

b) *Metoda alegerii rulmenților din catalogul uzinelor „Steagul roșu”-Brașov.* Conform catalogului uzinelor „Steagul roșu”-Brașov, alegerea unui rulment decurge în modul următor:

— pentru cazul când rulmentul este acționat numai de sarcini radiale se determină sarcina teoretică ce acționează rulmentul ținând seama de mărimea, direcția și modul de variație a sarcinii reale din lagăr. La o sarcină variabilă, însă fără șocuri, sarcina teoretică constantă care va avea același efect asupra rulmentului ca și sarcina variabilă se calculează cu formula:

$$k = \frac{k_1 + 2k_2}{3}$$

în care k_1 reprezintă valoarea sarcinii minime, iar k_2 reprezintă valoarea sarcinii maxime. Dacă rulmentul este supus, pe lângă sarcina radială și la o sarcină axială, se va calcula sarcina radială echivalentă cu formula:

$$p = xR + yA, \quad (16.26)$$

în care: P reprezintă sarcina radială echivalentă, R — sarcina radială, A — sarcina axială; x — un coeficient care ține seama dacă se rotește inelul interior sau cel exterior (v. și tabela 16.12); y — un coeficient de transformare a sarcinii axiale. Valorile coeficienților x și y sînt date în catalogul uzinelor „Steagul roșu”-Brașov.

— Se calculează capacitatea de încărcare ținând seama de sarcina echivalentă P , turația arborelui și temperatura de funcționare, impunînd o anumită durată de funcționare, în funcție de condițiile de exploatare. În catalogul uzinelor „Steagul roșu”-Brașov, capacitatea de încărcare este reprezentată de cifra de încărcare C_{15} , care arată capacitatea de încărcare a rulmentului respectiv la o turație de 15 rot/min și o durată de funcționare de 500 de ore.

Determinarea capacității de încărcare a rulmentului se face cu formula:

$$C_{15} = Pfsv, \quad (16.27)$$

în care: P reprezintă sarcina echivalentă; f — coeficientul de turație, care se ia din diagrama 5, a ; s — coeficientul de durată,

care se ia din diagrama 5, b ; v — coeficientul de temperatură, care se ia din nomograma 5, c .

— După ce s-a determinat capacitatea de încărcare, se alege din catalogul uzinelor „Steagul roșu”-Brașov un rulment având diametrul interior egal cu cel al fusului și capacitatea de încărcare egală sau apropiată cu cea determinată.

Acest calcul împreună cu operația de căutare în catalog pot fi evitate dacă se lucrează cu nomograma 6; această nomogramă permite determinarea directă a rulmentului necesar. Ceea ce trebuie calculat este numai sarcina echivalentă P (dacă este cazul).

Alegerea unui rulment pe nomograma 6 se efectuează în modul următor:

— se calculează sarcina echivalentă P ;

— se calculează produsul nh (n — turația în rot/min; h — durata de funcționare în ore);

— se ridică o verticală în dreptul sarcinii P , pînă la intersecția cu linia înclinată care reprezintă produsul nh , calculat;

— din punctul astfel obținut se duce o orizontală, determinînd capacitatea de încărcare C_{15} , iar în continuarea orizontalei, toți rulmenții care corespund acestei capacități de încărcare. Din acest șir de rulmenți, se alege rulmentul corespunzător scopului (conform indicațiilor din catalogul uzinelor „Steagul roșu”-Brașov) avînd diametrul interior egal cu diametrul fusului pe care urmează să fie montat (ultimele două cifre ale seriei rulmentului înmulțite cu 5 reprezintă diametrul său interior).

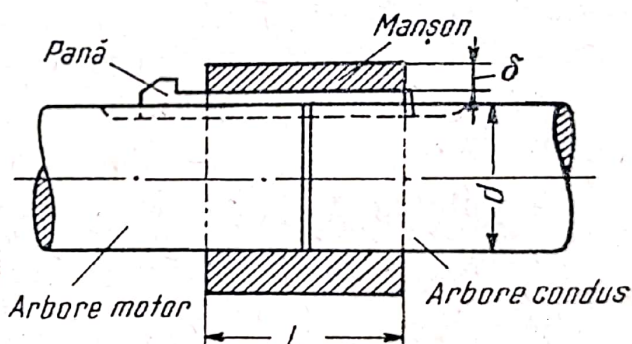


Fig. 16, e

Cuplajele-manșon dintr-o bucată (fig. 16, e)

Cuplajele-manșon dintr-o bucată se calculează cu relațiile:

$\delta = (0,3 \dots 0,4)d$
$L = (3 \dots 4)d$
$d_1 = 0,25d,$

în care d_1 este diametrul știfturilor, în cazul fixării pe arbore cu știft.

Cuplajele-manșon din două bucăți

Cuplajele-manșon din două bucăți se calculează cu relația :

$$L = (3,3 \dots 3,7)d,$$

în care : L este lungimea cuplajului ; d — diametrul arborelui (tabela 16.13).

Cuplajul cu discuri (flanșe) (fig. 16, f)

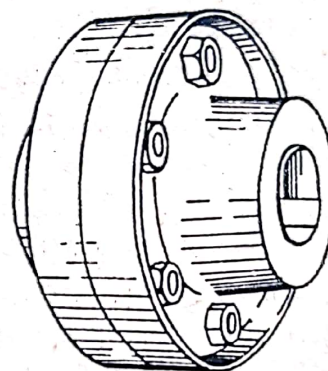
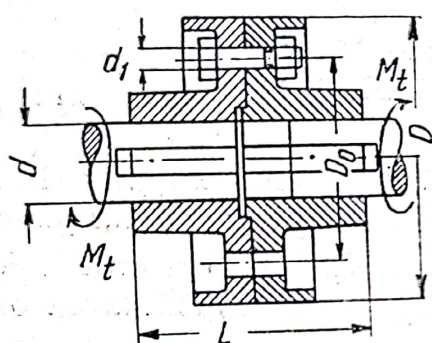


Fig. 16, f

Se dă :

- puterea de transmis N , în CP ;
- turația arborelui n , în rot/min.

Se cere :

- grosimea flanșei ;
- șuruburile de legătură.

Dimensiunile principale ale cuplajelor cu discuri sînt standardizate în STAS 769—49.

- Diametrul arborelui cuplajului este dat de relația :

$$d_0 = 10^2 \sqrt[3]{\frac{36,5 N}{n \tau_{at}}} [\text{cm}] \quad (16.28)$$

în care : N este puterea, în CP ; n — turația, în rot/min ; τ_{at} — rezistența admisibilă de răsucire, în kgf/cm².

Diametrul șuruburilor montate fără joc se calculează cu formula :

$$d_1 = 10^2 \sqrt{\frac{18 N}{z D_m n \tau_{af}}} [\text{cm}] \quad (16.29)$$

în care : D_m este diametrul cercului de așezare a șuruburilor ; τ_{af} — rezistența admisibilă la forfecare ; z — numărul șuruburilor.

Diametrul șuruburilor montate cu joc se calculează cu formula :

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{1,785 d^3 \tau_{at}}{\mu z D_m \sigma_a}} \quad (16.30)$$

în care : d_1 este diametrul arborelui ; μ — coeficientul de frecare ; σ_a — rezistența admisibilă la întindere a șuruburilor ; τ_{at} — rezistența admisibilă la răsucire a arborelui.

Pentru a asigura cuplarea în cazul că forța de frecare scade, se verifică șuruburile la încovoiere, sub acțiunea forței tangențiale care acționează pe cercul șuruburilor, cu formula :

$$\sigma_i = \frac{20 M_t c}{z D d_1^3} \leq \sigma_{at} \quad (16.31)$$

în care c este brațul forței.

Cuplajele elastice cu elemente nemetalice

Presiunea medie dintre bolțuri și suprafața interioară a inelelor din cauciuc se calculează cu formula :

$$p_{ef} = \frac{2 M_t}{z D_1 l_2 \delta} \leq p_a \quad (16.32)$$

în care : δ este diametrul bolțurilor ; l_2 — lungimea lor utilă ; D_1 — diametrul cercurilor bolțurilor ; z — numărul bolțurilor ; M_t — momentul de răsucire transmis.

Șuruburile se verifică la încovoiere cu formula :

$$\sigma_i = \frac{716 \ 200 \ N}{D_1 n z d^3} \leq \sigma_{at} \quad (16.33)$$

Valorile lui p_a și σ_{ai} se aleg după relațiile :

$p_a = (12 \dots 20) \text{ kgf/cm}^2$	(16.34)
$\sigma_{ai} = (200 \dots 500) \text{ kgf/cm}^2$	

Cuplajele care permit deplasări axiale

Ghearele se verifică la încovoiere și strivire cu formulele :

$\sigma_i = \frac{6M_t h}{r_0 z s b^2} \leq \sigma_{ai}$	(16.35)
--	---------

$\frac{M_t}{z h s} \leq p_a$	(16.36)
------------------------------	---------

$p_a = (150 \dots 200) \text{ kgf/cm}^2$	(16.37)
--	---------

în care : h este înălțimea ghearelor ; r_0 — raza cercului care trece prin centrul ghearelor ; s și b — dimensiunile secțiunii transversale a ghearelor ; z — numărul ghearelor ; M_t — momentul de răsucire transmis.

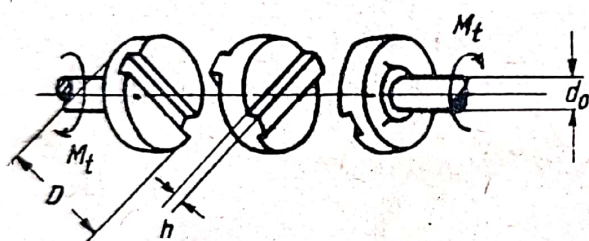


Fig. 16, g

Cuplajele care permit deplasări transversale (fig. 16, g).

Suprafețele canalelor se calculează la strivire cu formula :

$h = \frac{6M_t}{D^2 p_a}$	(16.38)
----------------------------	---------

Pentru aceste cuplaje, valorile lui D și p_a sînt date de relațiile :

$D = (2,5 \dots 3)d$	(16.39)
$p_a \leq 200 \text{ kgf/cm}^2$	

Ambreiajele

Ambreiajele se calculează cu relațiile din tabela 16.14.

În această tabelă s-au făcut următoarele notații :

M_t este momentul de răsucire transmis, în $\text{kgf}\cdot\text{cm}$; β — un coeficient de siguranță, egal cu 1,5 ; $R_m = \frac{R+r}{2}$ — raza medie a suprafeței de frecare, în cm ; R — raza exterioară, în cm ; r — raza interioară, în cm ; p_a — presiunea specifică admisibilă

(tabela 16.15), în kgf/cm^2 ; b — lăţimea suprafeţei de frecare, măsurată radial, în cm ; α — unghiul la vîrf (la ambreiajul conic); μ — coeficientul de frecare (tabela 16.15); i — numărul suprafeţelor de frecare.

Cuplajul de siguranţă (fig. 16, h)

Diametrul ştiftului se calculează din relaţia :

$$d = \sqrt[3]{\frac{1,27 M_t}{r_o \tau}} \quad (16.40)$$

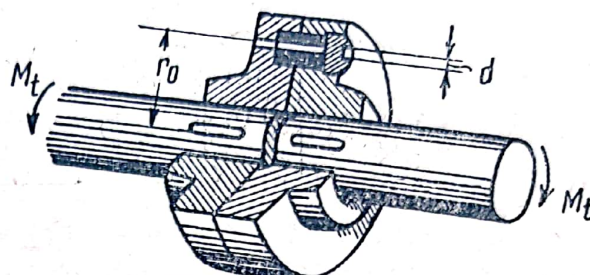


Fig. 16, h

în care τ_r este rezistenţa de rupere prin forfecare a materialului ştiftului.

Curelele de transmisie

Curelele de transmisie (fig. 16, i) se calculează cu formulele următoare :

$$n_2 = (1 - \epsilon) \frac{D_1 n_1}{D_2}, \quad (16.41)$$

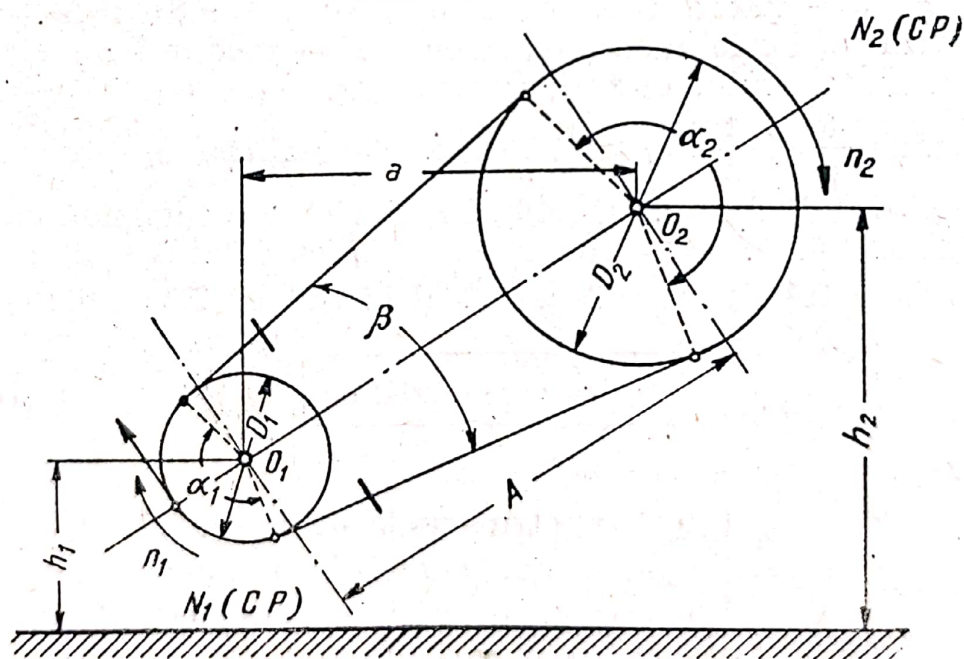


Fig. 16, i

în care coeficientul de alunecare ϵ este dat în tabela 16.16. Randamentul este dat de formula :

$$\eta = \frac{N_2}{N_1}. \quad (16.42)$$

În practică se ia :

$$\eta = 0,940 \dots 0,985. \quad (16.43)$$

Secțiunea curelei se calculează cu formula :

$$b \delta = \frac{75 N k e^{\mu \alpha}}{v(k e^{\mu \alpha} - 1)(\sigma_a - \sigma_c - \sigma_i)} \quad (16.44)$$

în care b și δ sînt respectiv lățimea și grosimea curelei; N — puterea transmisă; v — viteza periferică; k — un coeficient avînd valoarea maximă $k = 1$; σ_a — rezistența admisibilă la tracțiune a materialului curelei; σ_c — efortul unitar în curea, datorit forței centrifuge; σ_i — efortul unitar în curea, datorit încovoierii pe roată;

$$\left[\sigma_c = \frac{\gamma v^2}{10g} \quad \sigma_i = E \frac{\delta}{D}, \right] \quad (16.45); (16.46)$$

în care: γ este greutatea specifică a materialului curelei, în kgf/cm^3 ; v — viteza periferică, în m/s ; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$; D — diametrul roții celei mai mici, în cm ; E — modulul de elasticitate al materialului curelei, în kgf/cm^2 .

Pentru $\frac{\delta}{D} \leq \frac{1}{150}$, $\sigma_i \approx 0$. Deoarece în realitate σ_i este mai mic decît cel dat de formula (16.46), în calcule se recomandă valorile din tabela 16.17.

Coeficientul de frecare μ se calculează cu formula :

$$\left[\mu = \mu_0 + 0,012v, \right] \quad (16.47)$$

în care :

$$\mu_0 = \begin{cases} 0,22 & \text{pentru curele de piele;} \\ 0,30 & \text{pentru curele de bumbac;} \\ 0,35 & \text{pentru curele cauciucate.} \end{cases}$$

Elementele geometrice ale transmisiei prin curele se calculează cu formulele aproximative din tabela 16.18.

Valoarea minimă a lui A este dată de formula :

$$\left[A_{min} = D_1 + D_2 + 200 \text{ [cm]} \right] \quad (16.48)$$

Forța de acțiune a curelei asupra arborelui este dată de relația :

$$R = 2\sigma_0 b \delta \cdot \cos \frac{\beta}{2} \quad (16.49)$$

în care σ_0 se alege după relația :

$$\sigma_0 = (16 \dots 20) \text{ kgf/cm}^2 \quad (16.50)$$

Cablurile textile

Cablurile textile se calculează cu formula :

$$F = 0,567 d^2 \sigma_a \quad (16.51)$$

în care : F este forța de tracțiune ; d — diametrul nominal ;
 σ_a — rezistența la tracțiune a fibrelor.

Rezistența admisibilă se ia din tabela 16.19.

Cablurile metalice.

Cablurile metalice se calculează cu formula :

$$\sigma = \frac{4F}{\pi_i \delta^2} + \frac{kE\delta}{D} \quad (16.52)$$

în care : σ este efortul unitar ; δ — diametrul firelor cablului ;
 i — numărul firelor de sîrmă cu diametrul δ ; E — modulul de elasticitate ; F — forța de tracțiune statică ; D — diametrul tobei.

Sarcina de rupere după care se alege cablul din STAS 1354—50 este :

$$F' = cF \quad (16.53)$$

Coeficientul k se ia :

$k = 1/2$, pentru cablurile înfășurate în același sens pe tobe sau pe roți și, în general, în cazul funcționării în condiții favorabile ;

$k = 1$, pentru cablurile înfășurate în sens invers pe tobe sau pe roți și în general, pentru funcționări în condiții defavorabile.

Coeficientul c se alege din tabela 16.20.

Lanțurile cu zale ovale

Se calculează cu formula :

$$d = \sqrt{0,635 \frac{F}{\sigma_a}} \quad (16.54)$$

Valorile pentru σ_a se aleg din tabela 16.21.

Lanțurile Galle

Lanțurile Galle se aleg din STAS 2607—51, astfel :

- se stabilește forța de tracțiune F ;
- se alege coeficientul de siguranță c :

$c = (5 \dots 10)$ pentru lanțuri de tracțiune,	(16.55)
$c = (5 \dots 20)$ pentru lanțuri de transmisie ;	

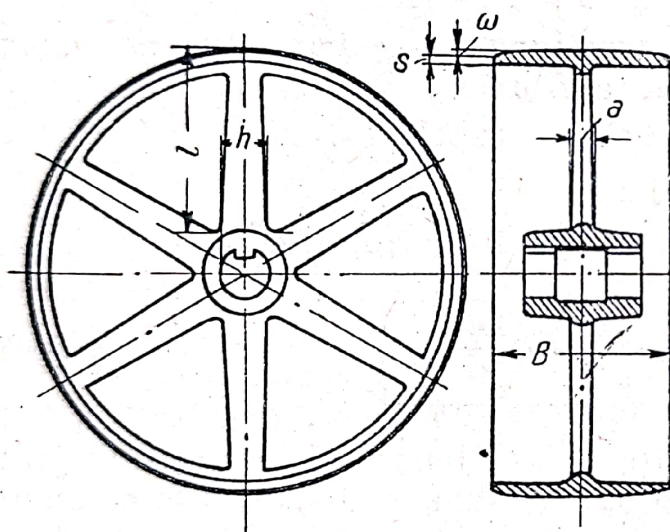


Fig. 16, j

— se calculează
forța de rupere
 $F_r = cF$;

— se alege din
STAS lanțul cores-
punzător forței F_r .

Roțile de trans-
misie pentru cu-
rele late (fig.16,j)

Se aplică formu-
lele următoare :

$$D_{mm} = (1\,000 \dots 2\,000) \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad (16.56)$$

$$B = 1,1b + 1 \text{ cm}, \quad (16.57)$$

în care b este lățimea curelei ;

roți nebombate	$s = \frac{D}{200} + 2 \dots 3 \text{ mm}$	(16.58)
roți bombate	$s = \frac{D}{300} + 3 \text{ mm}$	

pentru oțel turnat sau fontă.

La viteze mari, obada roților conduse este bombată cu valoarea dată de formula :

$$\omega = \left(\frac{B}{100} \dots \frac{B}{60} \right) + 1 \text{ mm.} \quad (16.59)$$

Numărul spițelor este dat de relația :

$$i = \left(\frac{1}{7} \dots \frac{1}{6} \right) \sqrt{D} \quad (16.60)$$

(D se ia în milimetri ; i se alege întreg, de obicei par).

Spițele se calculează la încovoiere cu relația :

$$W_{nec} = \frac{1,5F(D - D_0)}{\sigma_i} \quad (16.61)$$

în care : F este forța periferică ; D — diametrul roții ; D_0 — diametrul butucului ; W — modulul de rezistență al secțiunii spiței ; σ_i — rezistența admisibilă la încovoiere.

F este dat de relația :

$$F = \frac{143\,240N}{Dn} \quad (16.62)$$

Valori pentru σ_i :

fontă superioară	$\sigma_i = (300 \dots 400) \text{ kgf/cm}^2$	(16.63)
oțel turnat	$\sigma_i = (400 \dots 500) \text{ kgf/cm}^2$	

Forma spițelor cea mai frecventă este cea eliptică, cu dimensiunile h și a ($h > a$), pentru care :

$$W = 0,2 ah^2 \quad (16.64)$$

Dimensiunile spițelor la obadă sînt :

$$h' = 0,8 h \quad a' = 0,8 a. \quad (16.65)$$

Dimensiunile D_0 și L_0 (respectiv diametrul și lungimea) butucului sînt date de formula :

$$\boxed{D_0 = (1,5 \dots 2)d \quad L_0 = (1,2 \dots 1,5)d} \quad (16.66)$$

în care d este diametrul arborelui.

Roțile de fricțiune cilindrice
(fig. 16, k)

Se aplică formulele următoare :

$$\boxed{F \leq \mu Q \quad F' = \beta F} \quad (16.67) ; (16.68)$$

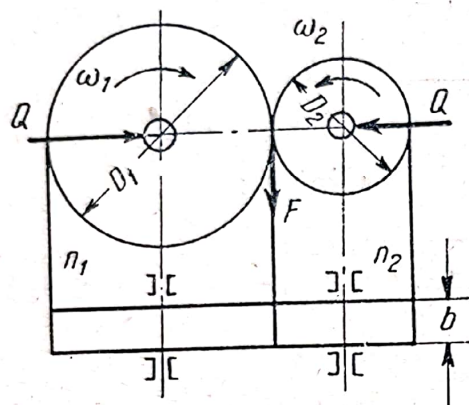


Fig. 16, k

în care : μ este coeficientul de frecare ; F' — forța de calcul în cazul funcționării cu șocuri sau trepidații, $1 \leq \beta \leq 2$.

Raportul de transmisie și lățimea roții sînt date de relațiile :

$$\boxed{\frac{D_2}{D_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i_{12}} \quad (16.69)$$

$$\boxed{b = \frac{Q}{q}} \quad (16.70)$$

Valorile numerice pentru μ și q sînt date în tabela 16.22.

Randamentul mecanic al transmisiei este dat de relația :

$$\boxed{0,92 \leq \eta \leq 0,93.} \quad (16.71)$$

Roțile de fricțiune conice (fig. 16, l)

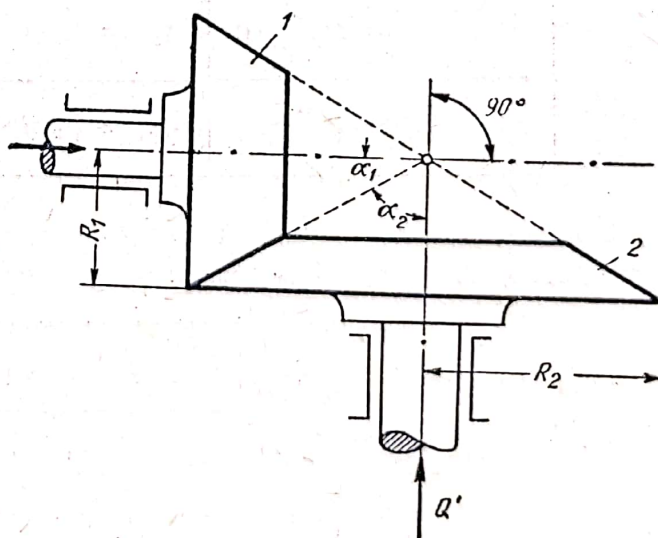


Fig. 16, l

Se aplică formulele :

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{ctg} \alpha_2 = \frac{D_1}{D_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{i_{12}}} \quad (16.72)$$

$$\boxed{Q = \frac{F \sin \alpha_1}{\mu}} \quad (16.73) \quad \boxed{Q' = \frac{F \sin \alpha_2}{\mu}} \quad (16.74)$$

Din ultimele două formule se alege fie prima, fie cea de-a doua, după cum roata împinsă este respectiv roata 1 sau roata 2 (F este forța periferică).

Lățimea generatoarei comune se calculează cu formulele :

$$\boxed{b = \frac{Q}{q \sin \alpha_1} = \frac{h}{\cos \alpha}} \quad (16.75)$$

Roțile de fricțiune canelate

Se aplică formula :

$$\boxed{F_i = \frac{2i\mu q b \sin \alpha}{\sin \alpha \times \mu \cos \alpha}} \quad (16.76)$$

în care : F_i este forța periferică totală pentru o roată cu i șanțuri ; α — unghiul flancurilor șanțului ; q — presiunea specifică ; b — lungimea de contact între caneluri ; μ — coeficientul de frecare de alunecare, același ca la roțile cilindrice.

Pentru mărimile q , α și h se aleg următoarele valori numerice :

$$\boxed{q = (120 \dots 130) \text{ kgf/cm}^2} \quad \boxed{\alpha = 15^\circ} \quad \boxed{h = (10 \dots 12) \text{ mm.}} \quad (16.77)$$

Relațiile de bază ale angrenajelor (fig. 16, m)

Pasul danturii este dat de formula :

$$\boxed{p = \frac{\pi D_p}{z}} \quad (16.78)$$

Modulul danturii este dat de formula :

$$\boxed{m = \frac{D_p}{z} = \frac{p}{\pi}} \quad (16.79)$$

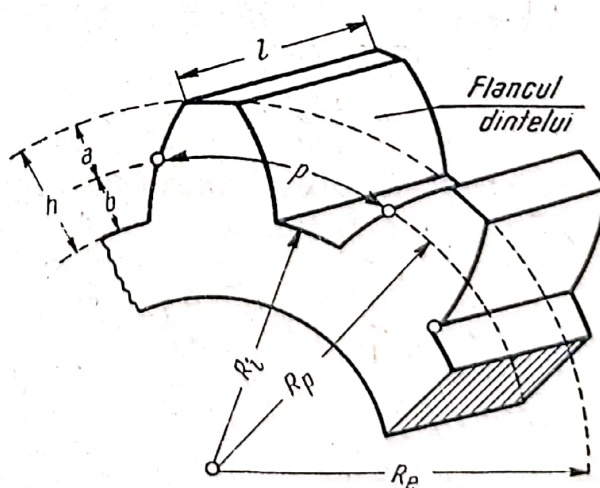


Fig. 16, m

Diametrele D_i și D_e se calculează în funcție de diametrul primitiv D_p și de pasul p , cu formulele :

$$\begin{aligned} D_i &= D_p - 9,8p \\ D_e &= D_p + 0,6p. \end{aligned} \quad (16.80)$$

Înălțimea capului dintelui este dată de formula :

$$a \approx 0,3p \quad (16.81)$$

Înălțimea piciorului dintelui este dată de formula :

$$b \approx 0,4p \quad (16.82)$$

Înălțimea dintelui este dată de formula :

$$h_a = a + b = 0,7p. \quad (16.83)$$

Adâncimea de lucru este dată de formula :

$$h_a = 2a \quad (16.84)$$

Jocul de fund este dat de formula :

$$c = 0,1 p \quad (16.85)$$

Jocul la flancuri j se ia din tabela 16.23.

Raportul de transmisie este dat de formula :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{R_{p1}}{R_{p2}} = i_{12} \quad (16.86)$$

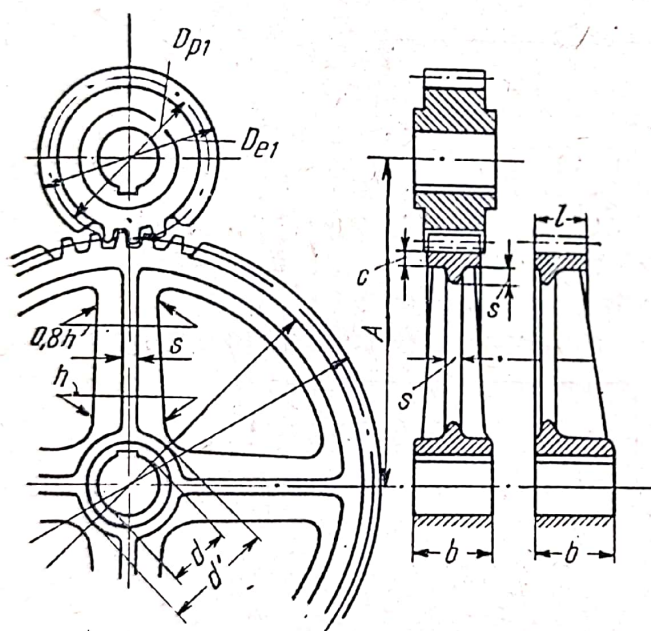


Fig. 16, n

Roțile cilindrice cu dinți drepți (fig. 16, n)

Se aplică formula :

$$p = \sqrt[3]{\frac{2 \pi M_t}{c \psi z}} = 10 \sqrt[3]{\frac{450 N}{c \psi z n}} \quad (16.87)$$

în care : p este pasul ; N — puterea, în CP ; c — coeficientul de rezistență ; $\psi = \frac{l}{p}$; z — numărul dinților ; n — turația, în rot/min ; l — lungimea dintelui.

Pentru ψ se aleg următoarele valori numerice :

$$\boxed{\psi = 2 \dots 12} \quad (16.88)$$

Valorile mai mari se iau pentru dinți mai îngrijit prelucrați (tabela 16.24).

Dimensiunile c , h , d' și l se calculează cu formulele :

$$\boxed{c \approx s \approx 2m} \quad (16.89)$$

$$\boxed{h = (5 \dots 7)s} \quad (16.90)$$

roți din fontă	$d' = 1,8d + (5 \dots 10)\text{mm}$	(16.91)
----------------	-------------------------------------	---------

roți din oțel	$d' = 1,6d + (5 \dots 10)\text{mm}$	(16.92)
---------------	-------------------------------------	---------

$$\boxed{l \approx L}$$

în care L este lățimea coroanei roții.

Lungimea butucului b se ia :

$$\boxed{b \geq 1,5d.} \quad (16.93)$$

Numărul de spițe minim se ia 4. La roțile mari, el se determină cu formula :

$$\boxed{i = \left(\frac{1}{8} \dots \frac{1}{7} \right) \sqrt{D_p}} \quad (16.94)$$

în care D_p este diametrul primitiv, în milimetri.

Distanța dintre axele geometrice este :

$$\boxed{A = \frac{D_{p1} + D_{p2}}{2} = \frac{m}{2} (z_1 + z_2)} \quad (16.95)$$

Raportul de transmisie total pentru n roți este :

$$\boxed{i_{1n} = i_{12} i_{23} i_{34} \dots i_{n-1n}} \quad (16.96)$$

Roțile dinate cilindrice cu dinți înclinați

Se aplică formulele :

$$\boxed{p = p_a \cos \beta \quad m = m_a \cos \beta} \quad (16.97)$$

în care : p , m sînt respectiv pasul și modulul normal ; p_a , m_a — pasul și modulul aparent ; β — unghiul de înclinare a dinților roții.

Diametrul primitiv aparent D_{pa} și diametrul primitiv ideal D_{pi} se calculează cu formulele :

$$D_{pa} = \frac{p_a z}{\pi} = m_a z = \frac{m}{\cos \beta} z, \quad (16.98)$$

$$D_{pi} = \frac{D_{pa}}{\cos^2 \beta} \quad (16.99)$$

Numărul ideal de dinți z_i se calculează cu formula :

$$z_i = \frac{D_{pi}}{m} = \frac{\pi D_{pi}}{p} = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (16.100)$$

Distanța dintre axe A se calculează cu formula :

$$A = \frac{D_{pa1} + D_{pa2}}{2} = \frac{m_a}{2} (z_1 + z_2) = \frac{m}{2 \cos \beta} (z_1 + z_2) \quad (16.101)$$

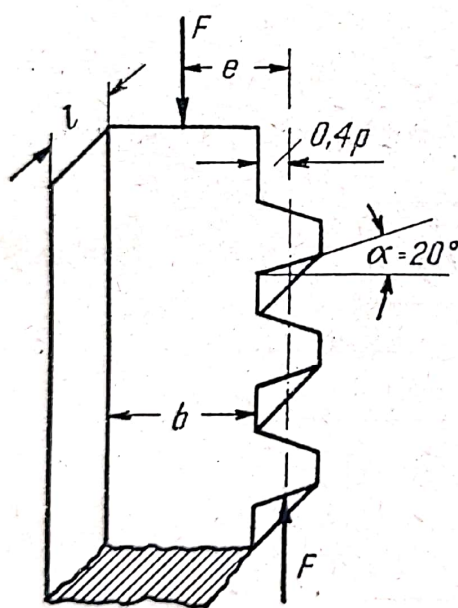


Fig. 16, o

Angrenajele cu cremalieră (fig. 16,o)

Se aplică formulele :

$$p = \sqrt{\frac{F}{c\psi}} \quad (16.102)$$

$$b = \frac{1,5 F + \sqrt{F(2,25 F + 2,4 p l \sigma_{ai})}}{l \sigma_{ai}} \quad (16.103)$$

$$\sigma_{ef} = \frac{F}{b^2} (4b + 2,4p) \leq \sigma_a \quad (16.104)$$

Pentru c , ψ și σ_{ai} se aleg următoarele valori numerice :

$$c = (100 \dots 200) \text{ kgf/cm}^2, \text{ după material și regim de exploatare} \quad (16.105)$$

$$\psi = 1 \dots 3, \text{ după precizia prelucrării} \quad (16.106)$$

$$\sigma_{ai} = (600 \dots 1000) \text{ kgf/cm}^2 \quad (16.107)$$

Roțile dințate elicoidale

Se aplică formulele :

$$\boxed{\beta_1 + \beta_2 = \beta} \quad (16.108)$$

în care : β_1 este unghiul de înclinare al roții motoare ; β_2 — unghiul de înclinare al roții conduse ; β unghiul de încrucișare ;

$$\boxed{p_{a1} = \frac{p_n}{\cos \beta_1} \quad p_{a2} = \frac{p_n}{\cos \beta_2}} \quad (16.109)$$

în care : p_a este pasul aparent ; p_n — pasul normal.

Pasurile aparente ale celor două roți diferă între ele, dar pasurile normale sînt aceleași.

Modulul normal are valoarea :

$$\boxed{m = \frac{D_{a1} \cos \beta_1}{z_1} = \frac{D_{a2} \cos \beta_2}{z_2}} \quad (16.110)$$

Diametrele primitive aparente sînt date de formulele :

$$\boxed{\begin{aligned} D_{a1} &= z_1 m_{a1} = z_1 \frac{m}{\cos \beta_1} \\ D_{a2} &= z_2 m_{a2} = z_2 \frac{m}{\cos \beta_2} \end{aligned}} \quad (16.111)$$

în care : m_{a1} , m_{a2} reprezintă modulele aparente, m — modulul normal.

Raportul de transmisie are valoarea :

$$\boxed{\begin{aligned} i_{12} &= \frac{D_{a2} \cos \beta_2}{D_{a1} \cos \beta_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} \\ i_{12} &\approx \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1}, \text{ deoarece în practică, } D_{a1} \approx D_{a2}. \end{aligned}} \quad (16.112)$$

Unghiul β_1 este dat de formula :

$$\boxed{\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{i_{12} - \cos \delta}{\sin \delta}} \quad (16.113)$$

Distanța dintre axe este dată de formula :

$$\boxed{A = \frac{D_{a1} + D_{a2}}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} + \frac{z_2}{\cos \beta_2} \right)} \quad (16.114)$$

Forțele axiale preluate de lagăre sînt date de formulele :

$$\boxed{\begin{aligned} A_1 &= F_1 \operatorname{tg} (\beta_1 - \rho) \\ A_2 &= F_2 \operatorname{tg} (\beta_2 - \rho) \end{aligned}} \quad (16.115)$$

în care : ρ este unghiul de frecare ; F_1 și F_2 — forțele periferice, care se determină împărțind momentul de răsucire la raza respectivă aparentă a roții considerate.

Forța normală P are valoarea :

$$\boxed{P = \frac{F_1 \cos \rho}{\cos (\beta_1 - \rho)} = \frac{F_2 \cos \rho}{\cos (\beta_2 + \rho)}} \quad (16.116)$$

Pasul normal rezultă din condiția de rezistență ; el are valoarea :

$$\boxed{p_n = \sqrt{\frac{71\,620\,N \cos \rho}{c \psi n_1 R_1 \cos (\beta_2 + \rho)}}} \quad (16.117)$$

în care : N este puterea transmisă ; c — coeficientul de rezistență ;
 $\psi = \frac{l}{p} = 1 \dots 3$.

Randamentul angrenajelor elicoidale este dat de formula :

$$\boxed{\eta = \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \beta_2}{1 + \mu \operatorname{tg} \beta_1}} \quad (16.118)$$

El este maxim cînd $\beta_1 - \beta_2 = \rho$, $\rho \approx 6^\circ$.

Angrenajul cu șurub-melc

Se aplică formulele :

Raportul de transmisie este dat de formula :

$$\boxed{i_{12} = \frac{z_2}{j z_1} = \frac{n_1}{n_2}} \quad (16.119)$$

în care : z_2 este numărul de dinți ai roții melcate ; z_1 — numărul de dinți ai șurubului-melc ; j — numărul de începuturi ale șurubului-melc ; n_1 , n_2 — turațiile șurubului și ale roții.

Pasul șurubului p_e este dat de formula :

$$p_e = j p \quad (16.120)$$

în care p este pasul roții elicoidale.

Diametrul primitiv al șurubului este dat de formula :

$$D_1 = \frac{j p}{\pi \operatorname{tg} \alpha} \quad (16.121)$$

în care α este unghiul de înfășurare, care se ia în funcție de numărul de începuturi (pentru $\alpha < \rho$ avem autofrînare).

Lungimea de înfășurare a spirelor-melc este dată de formula :

$$L_1 = \left(12 + \frac{z_2}{10} \right) m \quad (16.122)$$

$\left(m = \frac{p}{\pi}, z_2 \text{ este numărul de dinți ai roții, } z_2 \geq 28 \right)$:

Pasul circular rezultă din condiția de rezistență ca avînd valoarea (tabela 16.25) :

$$p = 10 \sqrt[3]{\frac{450}{c \psi z_2} \cdot \frac{N}{n_2} \eta} \quad (16.123)$$

Valori numerice :

$$i_{12} = \text{maximum } 50 \quad (16.124) \quad j = 1 \dots 5 \quad (16.125)$$

$\alpha < 14^\circ$	$j = 1$
$14^\circ \leq \alpha \leq 18^\circ$	$j = 2$
$18^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$	$j = 3$

$$(16.126) \quad \beta = 20^\circ \quad (16.127)$$

în care β este unghiul de înclinare al flancurilor șurubului.

$$\psi = 2 \dots 3 \quad (16.128) \quad z_2 \geq 28 \quad (16.129)$$

Randamentul angrenajului cu șurub-melc este dat de formula :

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \rho')} ; \quad (16.130)$$

la calculul de rezistență trebuie să se aibă în vedere trei forțe :

— forța axială, dată de formula :

$$F = \frac{143\,240\,N\eta}{n_2 D_2} \quad (16.131)$$

— forța tangențială, dată de formula :

$$H = F \operatorname{tg} (\alpha + \rho') \quad (16.132)$$

($\operatorname{tg} \rho' = \frac{\mu}{\cos \beta}$, μ este coeficientul de frecare) ;

— forța radială, dată de formula :

$$R = F \operatorname{tg} \beta \quad (16.133)$$

Verificarea efortului unitar se face cu formula :

$$\sigma = 0,35\sigma_n + 0,65 \sqrt{\sigma_n^2 + 4(\alpha_0 \times \tau_t)^2} \leq \sigma_{ai} \quad (16.134)$$

în care :

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{ai}}{1,3 \tau_{at}} \quad (16.135)$$

$$\sigma_n = \sigma_i + \sigma_t \quad (16.136)$$

$$\sigma_i = \frac{32 \sqrt{(M_F + M_R)^2 + M_H^2}}{\pi D_{t1}^3} \quad (16.137)$$

$$M_F = \frac{F D_1}{4}, \quad M_R = \frac{F \operatorname{tg} \beta L}{4}, \quad M_H = \frac{F \operatorname{tg} (\alpha + \rho') L}{4} \quad (16.138)$$

(L este distanța dintre lagăre) ;

$$\sigma_t = \frac{4F}{\pi D_{i_1}^2} \quad (16.139)$$

$$\tau_t \approx \frac{5FD_1 \operatorname{tg}(\alpha + \rho')}{2D_{i_1}^3} \quad (16.140)$$

Roțile dințate conice
(fig. 16, p)

Se aplică relațiile :

$$\frac{D_{p1}}{D_{p2}} = \frac{\sin \delta_1}{\sin \delta_2} \quad (16.141)$$

$$\delta_1 + \delta_2 = \delta \quad (16.142)$$

$$D_{p1} = mz_1 \quad (16.143)$$

$$D_{p2} = mz_2 \quad (16.144)$$

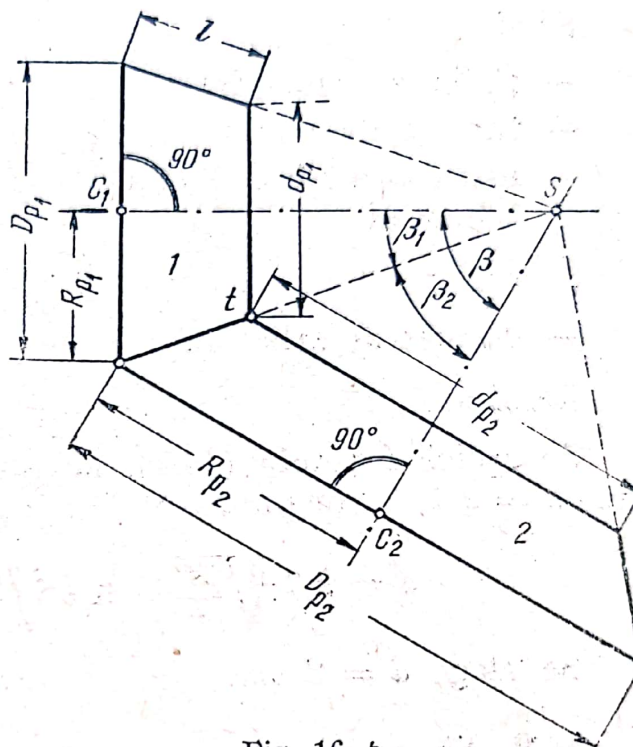


Fig. 16, p

Raportul de transmisie
este dat de formulele :

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{D_{p2}}{D_{p1}} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} \quad (16.145)$$

Lungimea dinților este dată de formulele :

$$l = \frac{D_{p1} - d_{p1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{D_{p2} - d_{p2}}{2 \sin \delta_2} \quad (16.146)$$

Unghiul δ_1 este dat de formula :

$$\operatorname{ctg} \delta_1 = \frac{i_{12} + \cos \delta}{\sin \delta} \quad (16.147)$$

Numărul minim de dinți ai angrenajului conic real este dat
de formula :

$$z_{1min} = z'_{1min} \cos \delta_1 \quad (16.148)$$

în care z'_{1min} este numărul minim de dinți ai angrenajului de
înlocuire (tabela 16. 26).

Restul elementelor se calculează ca la roțile cilindrice.

B. Probleme

16.1. Să se dimensioneze arborele unei motopompe.

Se dă :

- puterea transmisă $N = 9 \text{ CP}$;
- turația de regim $n = 1\,300 \text{ rot/min}$;
- rezistența admisibilă a materialului arborelui $\tau_{at} = 400 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- diametrul arborelui d .

Rezolvare.

Se aplică formula (16.1), alegînd din tabela 16.1 coeficientul $k = 9,7$, corespunzător lui $\tau_{at} = 400 \text{ kgf/cm}^2$:

$$d = 9,7 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 9,7 \sqrt[3]{\frac{9}{1\,300}} = 1,85 \text{ cm}.$$

Se alege $d = 2 \text{ cm}$.

16.2. Să se dimensioneze arborele din figura 16.2.

Se dă :

- forța transmisă dintelui roții dințate, dirijată orizontal $F = 350 \text{ kgf}$;
- raza roții dințate $R = 56 \text{ cm}$;
- greutatea roții mijlocii $P = 220 \text{ kgf}$;
- lungimea arborelui $l = 152 \text{ cm}$;
- distanța roții mijlocii la lagărul din stînga $a = 68 \text{ cm}$;
- rezistența admisibilă la încovoiere a materialului arborelui $\sigma_t = 650 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la răsucire a materialului arborelui $\tau_t = 350 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- diametrul arborelui d .

Rezolvare.

Arborele este supus la încovoiere de către forța P , transmisă de roata calată pe el, și la răsucire de către forța F ,

perpendiculară pe axa sa geometrică, transmisă de dintele roții dințate cu raza R ; trebuie deci dimensionat la solicitarea compusă de încovoiere și răsucire.

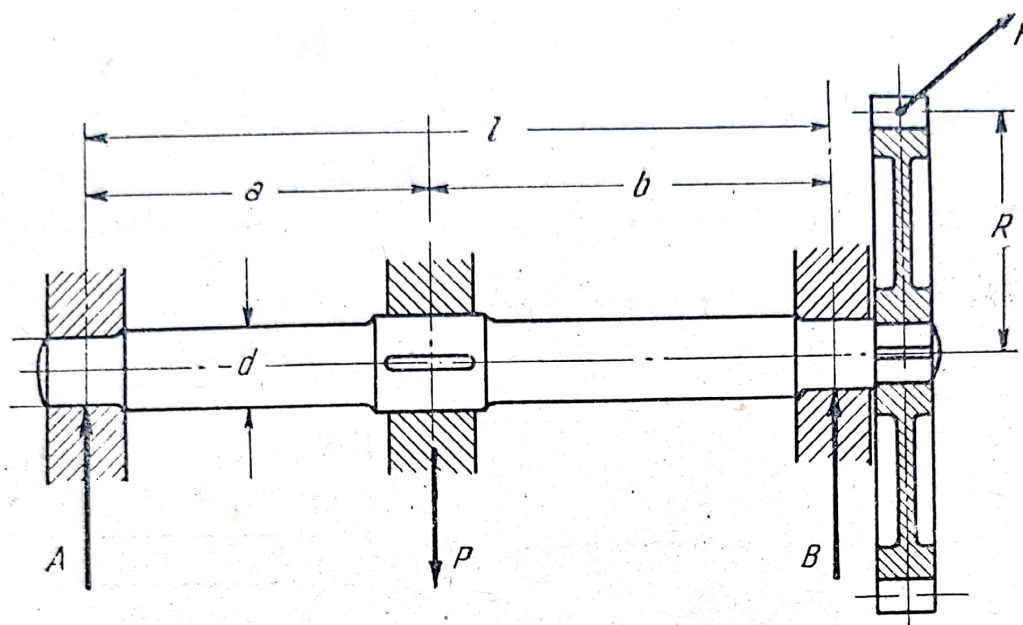


Fig. 16,2

Stabilirea valorilor maxime ale eforturilor care solicită arborele

Din cauza depărtării foarte mici a roții dințate de lagărul din dreapta, arborele se va considera o grindă pe două reazeme, încărcată cu forța concentrată P la mijlocul său; momentul încovoiator maxim are valoarea (tabela 11, cazul 2):

$$M_i = \frac{Pab}{l}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține:

$$M_i = \frac{220 \times 68 \times 84}{150} = 8\,360 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

Momentul de răsucire, constant în lungul arborelui, are valoarea:

$$M_t = FR = 350 \times 56 = 19\,600 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

Momentul redus are expresia dată de formula (16.4):

$$M_{red} = 0,35 M_i + 0,65 \sqrt{M_i^2 + (\alpha_0 M_t)^2}.$$

Înlocuind valorile numerice :

$$M_i = 8\,360 \text{ kgf}\cdot\text{cm}, \quad M_t = 19\,600 \text{ kgf}\cdot\text{cm},$$

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_i}{1,3\tau_t} = \frac{650}{1,3 \times 350} = 1,43, \text{ se obține :}$$

$$M_{red} = 0,35 \times 8\,360 + 0,65 \sqrt{8\,360^2 + (1,43 \times 19\,600)^2} = 21\,880 \text{ kgf}\cdot\text{cm}.$$

Dimensionarea arborelui se face numai la încovoiere, cu formula (16.3) :

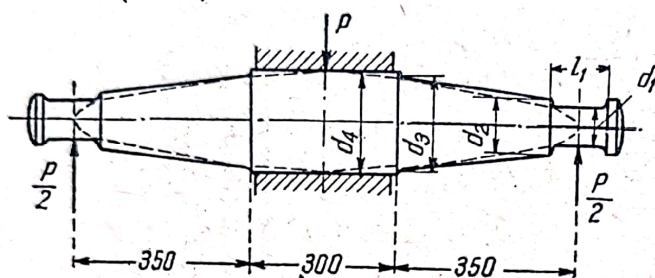


Fig. 16.3

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{red}}{\pi\sigma_i}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \times 21\,880}{3,14 \times 650}} = 7 \text{ cm}.$$

Rezultă că efortul unitar efectiv în arbore este :

$$\sigma_{ef} = \sigma_i = 650 \text{ kgf/cm}^2.$$

16.3. Să se dimensioneze arborele cu diametre variabile din figura 16.3.

Se dă :

- valoarea sarcinii P
- rezistența admisibilă la încovoiere a materialului arborelui

$$P = 1\,150 \text{ kgf};$$

$$\sigma_i = 650 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se cere :

- diametrele

$$d_3, d_4$$

Rezolvare.

Momentele încovoietoare sînt :

$$M_4 = \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Pl}{4};$$

$$M_3 = \frac{P}{2} x_3,$$

(x_3 este distanța de la lagărul din dreapta pînă la secțiunea de diametru d_3).

Înlocuind în formula (16.5) se obține :

$$d_4 = \sqrt[3]{\frac{10M_4}{\sigma_i}} = \sqrt[3]{\frac{10Pl}{4\sigma_i}} = \sqrt[3]{\frac{10 \times 1\,150 \times 100}{4 \times 650}} = 7,61 \text{ cm},$$

$$d_3 = \sqrt[3]{\frac{10M_3}{\sigma_i}} = \sqrt[3]{\frac{10Px_3}{2\sigma_i}} = \sqrt[3]{\frac{10 \times 1\,150 \times 35}{2 \times 650}} = 6,75 \text{ cm}.$$

Se alege :

$$d_4 = 76 \text{ mm}; d_3 = 68 \text{ mm}.$$

16.4. Să se calculeze fusul de capăt al unui arbore din oțel moale, susținut pe un cuzinet de bronz.

Se dă :

- reacțiunea din lagăr $l = 8\,700 \text{ kgf};$
- turația de regim $n = 85 \text{ rot/min}.$

Se cere :

- lungimile l_1, d_1, h, b, r din figura 16, a.

Rezolvare.

Alegerea datelor numerice

Se alege :

$\sigma_i = 500 \text{ kgf/cm}^2$ (cazul III de solicitare),

$p = 40 \text{ kgf/cm}^2$ (tabela 16.2, pentru oțel moale-bronz)

$W = 40\,000 \text{ kgm} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ (tabela 16.3).

Calculul mărimilor l_1 și d_1

Din formula (16.8) se obține :

$$\gamma = \frac{l_1}{d_1} \sqrt{\frac{\sigma_i}{5p}} = \sqrt{\frac{500}{5 \times 40}} = 1,58$$

sau

$$l_1 = 1,58d_1$$

care, înlocuită în formula (16.7), dă :

$$d_1 = \sqrt{\frac{P}{1,58p}} = \sqrt{\frac{8\,700}{1,58 \times 40}} = 11,75 \text{ cm}.$$

Se alege :

$$d_1 = 120 \text{ mm},$$

cu care :

$$l_1 = 1,58 \times 12 = 18,9 \text{ cm}.$$

Se alege :

$$l_1 = 190 \text{ mm.}$$

Deoarece formula (16.8) conține și condiția de rezistență, nu mai este nevoie de o nouă verificare prin folosirea formulei (16.6).

Verificarea la încălzire

Se folosește formula (16.9), din care rezultă că :

$$l_1 \geq \frac{Pn}{W} = \frac{8\,700 \times 85}{40\,000} = 18,6 \text{ cm.}$$

Rezultă că lungimea aleasă $l_1 = 19 \text{ cm}$ este acoperitoare.

Determinarea celorlalte dimensiuni

Se folosesc formulele (16.10); se obține :

$$h = 0,07d_1 + 3 \text{ mm} = 0,07 \times 120 + 3 = 11,4 \approx 12 \text{ mm,}$$

$$b = 1,4h = 1,4 \times 12 = 16,8 \text{ mm,}$$

$$r = 0,5h = 0,5 \times 12 = 6 \text{ mm.}$$

16.5. Să se verifice cuzinetul lagărului tobei unui troliu de mînă executat din bronz. Fusul arborelui este din oțel necălit.

Se dă :

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| — forța radială | $P = 1\,500 \text{ kgf};$ |
| — lungimea cuzinetului | $l_1 = 8 \text{ cm};$ |
| — diametrul cuzinetului | $d_1 = 5 \text{ cm.}$ |

Se cere :

- | | |
|-------------------------------|-----------|
| — valoarea presiunii efective | $p_{ef}.$ |
|-------------------------------|-----------|

Rezolvare.

Fiind vorba de o mașină acționată manual, verificarea se face numai la presiune specifică, după formula (16.19) :

$$p_{ef} = \frac{p}{l_1 d_1}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$p_{ef} = \frac{1\,500}{8 \times 5} = 37,5 \text{ kgf/cm}^2.$$

Presiunea admisibilă este $p_a = 50 \text{ kgf/cm}^2$ (tabela 16.8 pentru oțel necălit pe bronz), deci cuzinetul este bine dimensionat.

16.6. Să se aleagă un rulment pentru un arbore scurt supus la șocuri slabe, avînd următoarele date :

— diametrul fusului	$d = 75 \text{ mm};$
— turația arborelui	$n = 350 \text{ rot/min};$
— sarcina radială din lagăr	$R = 600 \text{ kgf};$
— sarcina axială din lagăr	$A = 60 \text{ kgf};$
— durata de funcționare	$h = 10\,000 \text{ ore}.$

Rezolvare.

Se alege un rulment radial cu un singur rînd de bile.

Calculul sarcinii echivalente

Se aplică formula (16.24) :

$$Q = (R + yA)k_ik_s.$$

Înlocuind valorile numerice :

$R = 600 \text{ kgf},$

$y = 1,5$ (din tabela 16.10 pentru rulmenți cu bile radiali, un singur rînd de bile),

$A = 60 \text{ kgf},$

$k_i = 1$ (din tabela 16.11 pentru cazul cînd inelul interior se rotește și cel exterior este fix),

$k_s = 1,5$ (din tabela 16.12, pentru sarcină cu șocuri slabe), se obține :

$$Q = (600 + 1,5 \times 60) \times 1 \times 1,5 = 1\,035 \text{ kgf}.$$

Determinarea coeficientului C

Din diagrama din figura 16, d rezultă :

$$C = 95\,000^*.$$

Alegerea rulmentului

Din OST se alege rulmentul nr. 315, avînd $d = 75 \text{ mm}$, $D = 160 \text{ mm}$ și lățimea $b = 37 \text{ mm}$, cu un coeficient C puțin mai mare decît cel necesar; deci, durata de funcționare va depăși puțin 10 000 de ore, ceea ce este admisibil.

16.7. Să se dimensioneze după metoda sovietică-folosind nomograma 4 — un rulment, pentru următoarele date :

sarcina echivalentă

$$Q = 800 \text{ kgf};$$

turația

$$n = 600 \text{ rot/min};$$

durata de funcționare

$$h = 2\,000 \text{ ore};$$

diametrul fusului

$$d = 50 \text{ mm}.$$

* Se poate folosi și formula (16.25) : $C = Q(nh)^{0,3} = 1\,035(350 \times 10\,000)^{0,3} = 95\,000.$

Rezolvare.

Se unește printr-o dreaptă punctul de pe scara h din dreptul valorii $h = 2\ 000$ ore cu punctul de pe scara n din dreptul valorii $n = 600$ rot/min și se găsește, în continuarea acestei drepte, pe linia ajutătoare, un punct. Unind punctul de pe linia ajutătoare astfel obținut cu punctul de pe scara Q din dreptul valorii $Q = 800$ kgf se găsește cifra de încărcare $C = 55\ 000$. De fapt, noi nu ne folosim de această cifră, ci în dreptul ei ducem o orizontală. Dintre rulmenții de pe această orizontală, alegem rulmentul corespunzător; în cazul nostru găsim:

rulment seria 310.

16.8. Să se aleagă din catalogul „Steagul roșu” rulmenții corespunzători pentru arborele unei roți dințate cu dinți elicoidalii al unui reductor, dacă se dă:

reacțiunea radială a lagărului	$R = 800$ kgf;
reacțiunea axială a lagărului	$A = 400$ kgf;
diametrul fusului	$d = 75$ mm;
turația arborelui	$n = 250$ rot/min;
durabilitatea	$h = 8\ 000$ ore.

Rezolvare.

Sarcina echivalentă se calculează cu formula (16.26), în care coeficienții x și y au valorile următoare, după catalogul „Steagul roșu”-Brașov:

$$x = 1, y = 1,6.$$

Cu acestea, sarcina echivalentă are valoarea

$$P = 1 \times 800 \times 1,6 \times 400 = 1\ 440 \text{ kgf.}$$

Cifra nh are valoarea:

$$nh = 250 \times 8\ 000 = 2 \times 10^6.$$

Folosind nomograma 6, ridicăm o verticală în dreptul sarcinii echivalente $P = 1\ 440$ kgf, iar la intersecția ei cu linia înclinată $nh = 2 \times 10^6$ citim în stînga valoarea cifrei de încărcare $C_{15} = 9 \times 10^3$; în dreapta găsim rulmentul căutat:

rulment cu role conice seria 7215.

Observație. Din nomograma 6 rezultă că rulmentul găsit mai poate fi înlocuit și cu rulmenții seria 7515 sau 7315, fapt care ar avea însă ca rezultat o supradimensionare, deoarece s-ar mări durabilitatea față de cea impusă.

16.9. Să se aleagă din catalogul „Steagul roșu” rulmentul corespunzător pentru un fus radial dacă se dă :

- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| — reacțiunea din lagăr | $R = 2\,500 \text{ kgf};$ |
| — turația arborelui | $n = 310 \text{ rot/min};$ |
| — diametrul fusului | $d = 100 \text{ mm};$ |
| — durabilitatea | $h = 6\,500 \text{ ore};$ |
| — temperatura de funcționare | sub 100°C . |

Rezolvare.

Reacțiunea din lagăr fiind statică și radială sarcina echivalentă este :

$$P = R = 2\,500 \text{ kgf.}$$

Coeficientul de turație se determină din diagrama 5, *a* pentru turația $n = 310 \text{ rot/min}$; rezultă :

$$f = 2,75.$$

Coeficientul de durată se determină din diagrama 5, *b* pentru durabilitatea $h = 6\,500 \text{ ore}$; rezultă :

$$s = 2,36.$$

Coeficientul de temperatură se determină din diagrama 5, *c*, pentru o temperatură sub 100°C ; rezultă :

$$v = 1.$$

Cifra de încărcare se determină cu formula (16.27) :

$$C_{15} = P f s v.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$C_{15} = 2\,500 \times 2,75 \times 2,36 \times 1 = 16\,000.$$

Din catalogul „Steagul roșu” se găsește rulmentul pentru această cifră de încărcare și diametrul interior, egal cu 100 mm, al fusului pe care se va monta; rezultă :

rulment cu role cilindrice seria 2520.

Pentru rezolvare, mai putem folosi și nomograma 6; pentru aceasta, procedăm astfel :

— în dreptul sarcinii echivalente P , de pe abscisă ($P = 2\,500 \text{ kgf}$), ridicăm o verticală pînă la linia care reprezintă valoarea produsului nh , care în cazul nostru este :

$$nh = 310 \times 6\,500 = 2 \times 10^6$$

În stînga, pe ordonată, citim valoarea cifrei de încărcare $C_{15} = 16\ 000$, calculată mai sus; această valoare nu o mai utilizăm acum.

În dreapta punctului găsit la intersecția verticalei din dreptul sarcinii cu linia înclinată a produsului nh găsim rulmentul corespunzător diametrului $d = 100\text{ mm}$, rulment cu role cilindrice seria 2520.

Observație. Să presupunem că din motive tehnologice, economice sau constructive se cere înlocuirea unui rulment cu altul. Din nomograma 6 rezultă următoarele posibilități de înlocuire în cazul problemei noastre :

Se pot lua rulmenți seria 320, avînd cifra de încărcare $C_{15} = 15\ 000$, adică cu durabilitate ceva mai redusă :

$$h = \frac{(n - h)}{n} = \frac{1,6 \times 10^6}{310} = 5\ 000\text{ ore.}$$

(Aceasta s-a găsit ducînd în dreptul rulmentului seria 320 o orizontală pînă la intersecția ei cu verticala ridicată în $P = 2\ 500\text{ kgf.}$)

La fel se pot lua rulmenții seria 2220, avînd $C_{15} = 14\ 000$, și seria 2320, avînd $C_{15} = 24\ 000$. Toate aceste înlocuiri sînt posibile în cazul în care se admite o reducere sau o mărire, în anumite limite, a durabilității față de cea impusă inițial, $h = 6\ 500\text{ ore.}$

S-ar putea lua de asemenea și alți rulmenți de pe orizontala corespunzătoare cifrei $C_{15} = 16\ 000$, în măsura în care este posibilă o reducere sau o mărire a diametrului fusului.

16.10. Să se dimensioneze șuruburile de fixare a unui cuplaj elastic.

Se dă :

- puterea transmisă de cuplaj $N = 125\text{ CP}$;
- turația de funcționare $n = 750\text{ rot/min}$;
- diametrul axului de transmitere $d = 70\text{ mm}$;
- rezistența admisibilă la forfecare $\tau_a = 200\text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- diametrul interior al șurubului de fixare d_1 .

Rezolvare.

Se alege din STAS 769—49 cuplajul corespunzător (fig. 16.10).

Cele opt șuruburi de fixare sînt solicitate la forfecare.

Din relația :

$$M_t = 71\,620 \frac{N}{n} = 8PR,$$

se deduce valoarea forței de forfecare a șuruburilor :

$$P = \frac{71\,620 N}{8 R n}.$$

Această forță va trebui să fie preluată de secțiunea șurubului, deci :

$$P = \frac{\pi d_1^2}{4} \tau_a.$$

Egalînd între ele valorile forței P , se deduce :

$$\frac{71\,620 N}{8 R n} = \frac{\pi d_1^2}{4} \tau_a,$$

de unde :

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \times 71\,620 N}{8 \pi \tau_a R n}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \times 71\,620 \times 125}{8 \times 3,14 \times 200 \times 11 \times 750}} = 0,92 \text{ cm.}$$

Din STAS 510—49 se alege șurubul M 12, avînd

$$d_1 = 0,9726 \text{ cm.}$$

16.11. Să se verifice cuplajul în cruce din figura 16, g.

Se dă :

- | | |
|------------------------------------|---|
| — adîncimea canalelor | $h = 1,7 \text{ cm};$ |
| — diametrul arborelui | $d = 56 \text{ mm};$ |
| — diametrul exterior al cuplajului | $D = 140 \text{ mm};$ |
| — momentul de răsucire transmis | $M_t = 5\,500 \text{ kgf} \cdot \text{cm.}$ |

Se cere :

- | | |
|-------------------------------|-----------|
| — valoarea presiunii efective | $p_{ef}.$ |
|-------------------------------|-----------|

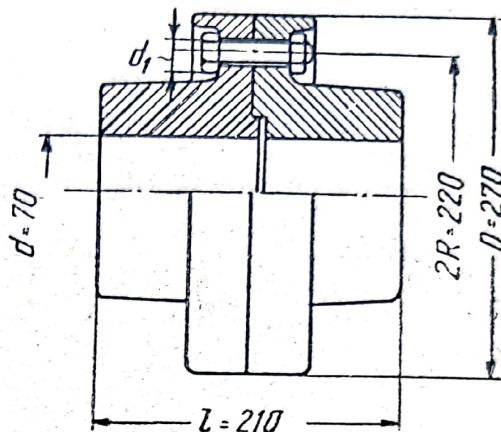


Fig. 16.10

Rezolvare.

Trebuie verificată valoarea presiunii de contact în interiorul canalelor; aceasta rezultă din formula (16.38):

$$p_{ef} = \frac{6M_t}{D^2 h} \leq p_a.$$

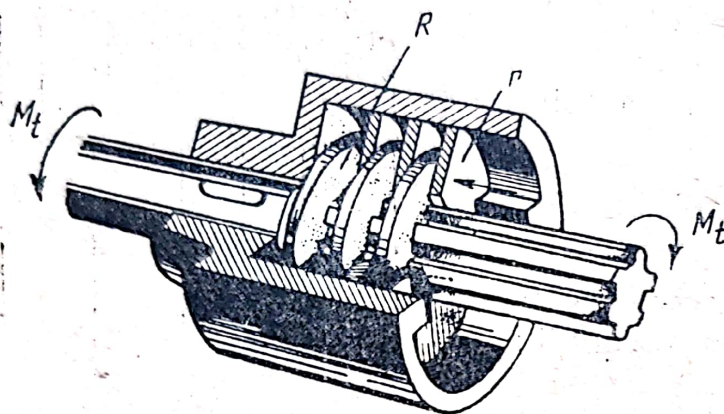


Fig. 16.12

Înlocuind valorile numerice, se obține:

$$p_{ef} = \frac{6 \times 5\,500}{14^2 \times 1,7} = 99 \text{ kgf/cm}^2.$$

Deoarece valoarea obținută este sub valoarea admisibilă [$p_a = 200 \text{ kgf/cm}^2$, după formula (16.39)], cuplajul va funcționa în condiții bune.

16.12. Să se verifice ambreiajul cu lamele al unui strung, arătat în figura 16.12.

Se dă:

- puterea transmisă
- turația arborelui pe care este montat ambreiajul
- raza exterioară a lamelelor de pe arbore
- raza interioară a lamelelor din carcasa ambreiajului
- numărul suprafețelor de contact
- materialul lamelelor

$$N = 12 \text{ CP};$$

$$n = 850 \text{ rot/min};$$

$$R = 50 \text{ mm};$$

$$r = 18 \text{ mm};$$

$$i = 22;$$

oțel călit.

Se cere:

- valoarea presiunii efective

$$p_{ef}.$$

Rezolvare.

Trebuie verificată valoarea presiunii de contact care ia naștere între lamele, pentru a asigura transmiterea puterii N între cei doi arbori care se cuplează prin ambreiajul dat.

Determinarea momentului de răsucire transmis

Pentru aceasta se folosește formula:

$$M_t = 71\,600 \frac{N}{n}.$$

Înlocuind valorile numerice se obține :

$$M_t = 71\,620 \frac{12}{850} = 1\,010 \text{ kgf} \cdot \text{cm}.$$

Determinarea presiunii dintre lamele

Din tabela 16.14, cazul 3, avem :

$$p_{ef} = \frac{2\beta M_t}{\pi(R^2 - r^2)(R + r)i\mu} \leq p_{max}$$

Înlocuind valorile numerice :

$$M_t = 1\,010 \text{ kgf} \cdot \text{cm},$$

$$\beta = 1,5,$$

$$R = 5 \text{ cm},$$

$$r = 1,8 \text{ cm},$$

$$i = 22,$$

$\mu = 0,06$ (din tabela 16.15 pentru cazul oțel călit pe oțel călit), se obține :

$$p_{ef} = \frac{2 \times 1,5 \times 1\,010}{3,14(5^2 - 1,8^2)(5 + 1,8) \times 22 \times 0,06} = 4,95 \text{ kgf/cm}^2.$$

Valoarea calculată este mai mică decât valoarea maximă admisibilă $p_{max} = 8 \text{ kgf/cm}^2$ (din tabela 16.15), deci ambreiajul considerat va funcționa în condiții bune.

16.13. Să se dimensioneze cureaua de transmisie prin intermediul căreia un electromotor acționează un strung (fig. 16.13).

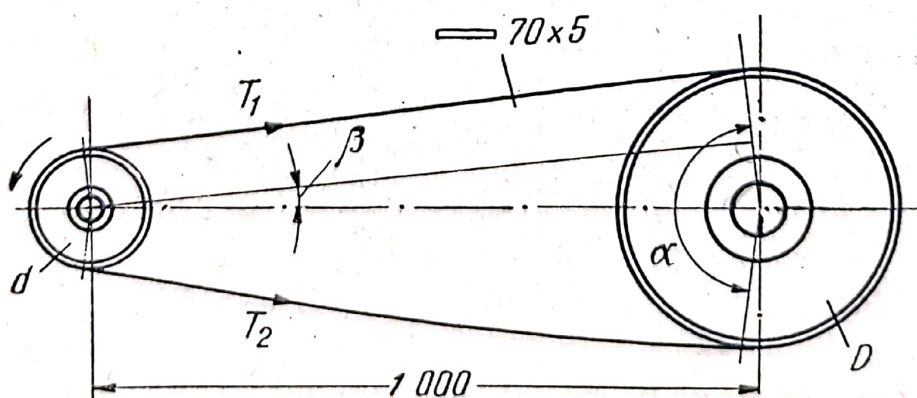


Fig. 16.13

Se dă :

- diametrul şaibei electromotorului $d = 100 \text{ mm}$;
- diametrul şaibei strungului $D = 320 \text{ mm}$;
- puterea transmisă $N = 2,8 \text{ CP}$;
- turaţia electromotorului $n = 940 \text{ rot/min.}$

Se cere :

- dimensiunile secţiunii transversale a curelei $b \times \delta$.

Rezolvare.

Calculul elementelor geometrice ale transmisiei

$$\sin \beta = \frac{D - d}{2} = \frac{320 - 100}{2 \times 1000} = 0,110 ; \quad \beta = 6^\circ 20' = 0,11 \text{ rad},$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} - \beta ; \quad \alpha = \pi - 2\beta = \pi - 2 \times 0,11 = 2,92 \text{ rad}.$$

Dimensionarea curelei

Se foloseşte formula (16.44) :

$$b\delta = \frac{75 N}{v \sigma_a} \cdot \frac{ke^{\mu\alpha_1}}{ke^{\mu\alpha_1} - 1},$$

în care înlocuim :

$$N = 2,8 \text{ CP},$$

$$v = \frac{\pi dn}{60} = \frac{\pi \times 0,1 \times 940}{60} = 4,92 \text{ m/s},$$

$$\sigma_a = 30 \text{ kgf/cm}^2,$$

$$k = 0,8,$$

$$\mu = 0,3,$$

$$\alpha_1 = 2,92 \text{ rad}.$$

Se obţine :

$$b\delta = \frac{75 \times 2,8 \times 0,8 \times e^{0,3 \times 2,92}}{4,92 \times 30 \times (0,8 \times e^{0,3 \times 2,92} - 1)} = 2,96 \text{ cm}^2.$$

Se alege din STAS o curea 70×5 , avînd $b\delta = 3,50 \text{ cm}^2$.

16.14. Să se calculeze puterea maximă care se poate transmite de la electromotor la o maşină-unealtă acţionată prin intermediul unei curele de dimensiuni date (fig. 16.14).

Se dă :

- dimensiunile secțiunii curelei $b \times \delta = 150 \times 11 \text{ mm}^2$;
- diametrul șabei electromotorului $d = 280 \text{ mm}$;
- diametrul șabei mașinii-unelte $D = 1\,400 \text{ mm}$;
- distanța dintre axele șabelor $l = 4,5 \text{ m}$;

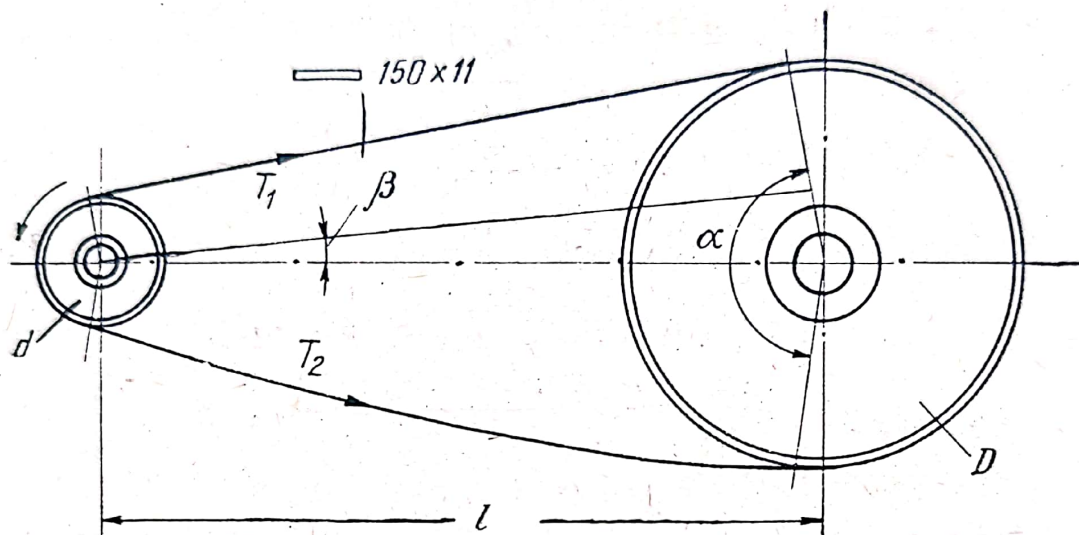


Fig. 16.14

- turația electromotorului $n = 750 \text{ rot/min}$;
- coeficientul de siguranță $c = 4$;
- modulul de elasticitate al materialului curelei $E = 680 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența de rupere a materialului curelei $\sigma_r = 240 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- puterea capabilă (maximă) pe care o poate transmite cureaua $N_{\max}$.

Rezolvare.

Calculul elementelor geometrice ale transmisiei

$$\sin \beta = \frac{D - d}{2l} = \frac{1\,400 - 280}{2 \times 450} = 0,124 ; \beta = 0,124 \text{ rad} ;$$

$$\alpha = \pi - 2\beta = \pi - 2 \times 0,124 = 2,892 \text{ rad}.$$

Calculul efortului din curea

Se folosește formula :

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_a ,$$

în care : σ_1 este efortul unitar produs de forța T_1 ; σ_2 — efortul unitar produs de forța centrifugă ; σ_3 — efortul unitar produs de încovoierea curelei pe șaibă.

Avem [v. formulele (16.45) și (16.46)] :

$$\sigma_1 = \frac{T_1}{A} ;$$

$$\sigma_2 = \frac{\gamma v^2}{g} .$$

Înlocuind aici valorile numerice :

$$\gamma = 1,05 \text{ gf/dm}^3 \text{ (STAS 616-56),}$$

$$v = \frac{\pi d n}{60} = \frac{\pi \times 0,28 \times 750}{60} = 11 \text{ m/s,}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2 ,$$

se obține :

$$\sigma_2 = \frac{1,05 \times 10^{-3} \times 1100^2}{981} = 1,295 \text{ kgf/cm}^2 ,$$

$$\sigma_3 = E \frac{\delta}{D} .$$

Înlocuind :

$$E = 680 \text{ kgf/cm}^2 ; \delta = 1,1 \text{ cm} ; D = 28 \text{ cm,}$$

se obține :

$$\sigma_3 = 680 \times \frac{1,1}{28} = 26,8 \text{ kgf/cm}^2 .$$

Rezistența admisibilă este :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{c} .$$

Înlocuind :

$$\sigma_r = 240 \text{ kgf/cm}^2$$

$$c = 4 ,$$

se obține :

$$\sigma_a = \frac{240}{4} = 60 \text{ kgf/cm}^2 .$$

Înlocuind valorile lui $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_a$ în prima relație, rezultă :

$$\frac{T_1}{A} + 1,295 + 26,8 = 60,$$

de unde :

$$T_1 = A(60 - 1,295 - 26,8) = 15 \times 1,1(60 - 1,295 - 26,8) = 525 \text{ kgf.}$$

Calculul puterii transmise

Se folosește formula (16.44), din care rezultă :

$$N_{max} = T_1 \frac{ke^{\mu\alpha} - 1}{ke^{\mu\alpha}} \cdot \frac{v}{75}.$$

Înlocuind valorile :

$$k = 0,8,$$

$\mu \approx 0,3$ [o valoare mai exactă se poate calcula cu formula (16.47)],

$$\alpha = 2,892 \text{ rad,}$$

$$T_1 = 525 \text{ kgf,}$$

$$v = 11 \text{ m/s,}$$

se obține :

$$N_{max} = 525 \cdot \frac{0,8e^{0,3 \times 2,892} - 1}{0,8e^{0,3 \times 2,892}} \cdot \frac{11}{75} = 36,4 \text{ CP.}$$

16.15. Macaraua dintr-un atelier de cazangerie manevrează un cazan de locomotivă cu ajutorul a două cabluri din oțel de construcție normală 6×61 fire cu inimă vegetală, STAS 1356—50 (fig. 16.15).

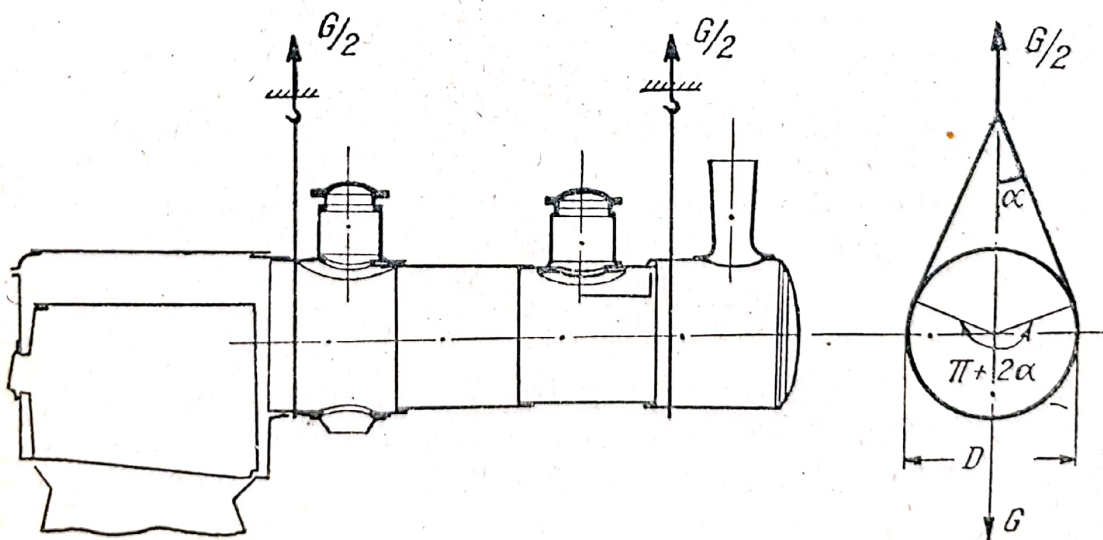


Fig. 16.15

Se dă :

- greutatea cazanului de locomotivă $G = 25 \text{ tf}$;
- diametrul cazanului $D = 1700 \text{ mm}$;
- diametrul cablului $D_1 = 39 \text{ mm}$;
- secțiunea cablului $A = 563,64 \text{ mm}^2$;
- diametrul sîrmei cablului $D_2 = 1,4 \text{ mm}$;
- sarcina teoretică de rupere a cablului $P_r = 79\,000 \text{ kgf}$;
- coeficientul de siguranță $c = 6$.

Se cere :

- lungimea totală a cablului L .

Rezolvare.

Din figura 16.15, scriind ecuația de echilibru pe verticală, rezultă :

$$(\Sigma Y = 0) \quad 4T \cos \alpha - G = 0.$$

Se obține :

$$T = \frac{G}{4 \cos \alpha}.$$

Dar, conform enunțului :

$$T = \frac{P_r}{c}.$$

Egalînd cele două valori ale lui T , se obține :

$$\cos \alpha = \frac{Gc}{4P_r} = \frac{25\,000 \times 6}{4 \times 79\,000} = 0,476,$$

deci :

$$\alpha = 1,08 \text{ rad.}$$

Lungimea cablului va fi :

$$L = R(\pi + 2\alpha) + 2 \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1\,700}{2} (\pi + 2 \times 1,08) + 2 \times \frac{1\,700}{2 \times 1,855} = 5\,422 \text{ mm.}$$

Observație. Dacă se cere realizarea unui coeficient de siguranță mai mare, trebuie să avem un cablu mai lung ; într-adevăr, din relația care dă pe $\cos \alpha$, rezultă că :

$$c = \frac{4P_r \cos \alpha}{G}.$$

Coeficientul de siguranță variază deci între :

$$c = \frac{4P_r}{G} \text{ pentru } \alpha = 0 \text{ (fire paralele)}$$

și :

$$c = 0 \text{ pentru } \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ (cablul de lungime } 2\pi R).$$

16.16. Să se determine diametrul nominal al unui lanț ne-calibrat cu zale scurte, folosit la o macara cu acționare manuală și solicitat de o forță de 6 300 kgf, cu regim favorabil de lucru.

Rezolvare.

Se aplică formula (16.54), alegînd $\sigma_a = 600 \text{ kgf/cm}^2$ (tabelă 16.21) :

$$d = \sqrt{0,635 \frac{F}{\sigma_a}} = \sqrt{0,635 \frac{6\,300}{600}} = 2,58 \text{ cm.}$$

Din STAS 1523—50 se găsește diametrul nominal standardizat :

$$d = 26 \text{ mm,}$$

corespunzător unei sarcini statice maxime de 6 390 kgf.

Lanțul găsit se va nota :

Lanț 26 STAS 1523—50.

16.17. Să se dimensioneze cablul unui ascensor pentru mărfuri.

Se dă :

- forța de tracțiune care acționează
cablul $F = 3\,000 \text{ kgf};$
- diametrul roții de cablu $D = 650 \text{ mm.}$

Se cere :

- tipul de cablu după STAS 1354—50.

Rezolvare.

Se alege inițial un coeficient de siguranță $c = 12$.

Se calculează sarcina teoretică de rupere cu formula (16.53) :

$$F' = cF = 12 \times 3\,000 = 36\,000 \text{ kgf.}$$

Corespunzător acestei sarcini, se alege cablul din STAS 1354-50; sarcina teoretică de rupere imediat superioară este $F = 41\,000$ kgf, căreia îi corespunde cablul specificat astfel:

cablu mat 26,5-6 × 19-160-z/z STAS 1354-50.

Verificarea coeficientului de siguranță se face cu formula:

$$c = \frac{\sigma_r}{\sigma_{ef}},$$

în care σ_{ef} este dat de formula (16.52):

$$\sigma_{ef} = \frac{F}{\frac{i\pi\delta^2}{4}} + kE \frac{\delta}{D}.$$

Înlocuind valorile numerice:

$$F = 3\,000 \text{ kgf},$$

$$\frac{i\pi\delta^2}{4} = 250 \text{ mm}^2 \text{ (din STAS 1354-50),}$$

$$k = 0,5,$$

$$E = 2,15 \times 10^4 \text{ kgf/mm}^2,$$

$$\delta = 1,7 \text{ mm (STAS 1354-50),}$$

$$D = 650 \text{ mm},$$

$$\sigma_r = 160 \text{ kgf/mm}^2,$$

se obține:

$$\sigma_{ef} = \frac{3\,000}{250} + 0,5 \times 2,15 \times 10^4 \times \frac{1,7}{650} = 40,1 \text{ kgf/mm}^2,$$

cu care:

$$c = \frac{160}{40,1} \approx 4.$$

Coeficientul de siguranță obținut poate fi considerat bun, avînd în vedere destinația cablului.

16.18. Să se dimensioneze roata de transmisie pentru o curea din piele.

Se dă:

- puterea transmisă $N = 10 \text{ CP};$
- turația de funcționare a roții $n = 90 \text{ rot/min};$
- rezistența admisibilă la răsucire pentru materialul arborelui $\tau_{at} = 300 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- diametrul roții D ;
- grosimea obezii s ;
- numărul de spițe i ;
- diametrul arborelui d ;
- diametrul butucului D_0 ;
- lungimea butucului L_0 ;
- dimensiunile secțiunii spițelor a, h ;
- dimensiunile secțiunii spițelor la obadă a', h' .

Rezolvare.

Roata se va construi din fontă sferolitică.

Diametrul roții se calculează cu formula (16.56) :

$$D = 1200 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 1200 \sqrt[3]{\frac{10}{90}} = 400 \text{ mm.}$$

Grosimea obezii se calculează cu formula (16.58) :

$$s = \frac{D}{200} + 3 \text{ mm} = \frac{400}{200} + 3 \text{ mm} = 5 \text{ mm.}$$

Numărul de spițe se calculează cu formula (16.60) :

$$i = \left(\frac{1}{7} \dots \frac{1}{6} \right) \sqrt{D} = \left(\frac{1}{7} \dots \frac{1}{6} \right) \sqrt{400} \approx 3.$$

Se alege :

$$i = 4 \text{ spițe.}$$

Diametrul arborelui se calculează cu formula (16.1), în care $k = 10,7$ (tabela 16.1), deoarece $\tau_{at} = 300 \text{ kgf/cm}^2$:

$$d = 10,7 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 10,7 \sqrt[3]{\frac{10}{90}} \approx 5 \text{ cm.}$$

Diametrul butucului se calculează cu formula (16.66) :

$$D_0 = 2d = 2 \times 50 = 100 \text{ mm.}$$

Lungimea butucului se calculează cu formula (16.66) :

$$L_0 = 1,5d = 1,5 \times 50 = 75 \text{ mm.}$$

Dimensionarea spițelor. Se alege o secțiune eliptică cu $h = 2a$.

Înlocuind valorile lui F din formula (16.62) și ale lui W din formula (16.64) în formula (16.61), se obține alegând $\sigma_i = 400 \text{ kgf/cm}^2$ [formulele (16.63)] :

$$a = \sqrt[3]{\frac{12 \times 143\,240 N(D - D_0)}{\pi D n i \sigma_i}} = \sqrt[3]{\frac{12 \times 143\,240 \times 10(40 - 10)}{3,14 \times 40 \times 90 \times 4 \times 400}} = 30,7 \text{ cm.}$$

Rezultă dimensiunile secțiunii spițelor :

$$\begin{aligned} a &= 30 \text{ mm} \\ h &= 2a = 60 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Dimensiunile spiței la obadă [formulele (16.65)] sînt :

$$\begin{aligned} a' &= 0,8 a = 0,8 \times 30 = 24 \text{ mm,} \\ h' &= 0,8 h = 0,8 \times 60 = 48 \text{ mm.} \end{aligned}$$

16.19. Să se calculeze o transmisie prin fricțiune formată din două roți cilindrice, care folosește la acționarea unei trolu.

Se dă :

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| — puterea transmisă | $N = 5 \text{ CP};$ |
| — turația roții motoare | $n_1 = 300 \text{ rot/min};$ |
| — diametrul roții motoare | $D_1 = 300 \text{ mm};$ |
| — raportul de transmisie | $i_{12} = 3.$ |

Se cere :

- | | |
|---------------------------|--------|
| — lățimea roților | $b;$ |
| — diametrul roții conduse | $D_2.$ |

Rezolvare.

Determinarea forței periferice

Se folosește formula (16.62), în care D și n reprezintă respectiv diametrul și turația roții motoare :

$$F = \frac{143\,240 N}{D_1 n_1} = \frac{143\,240 \times 5}{30 \times 300} \approx 80 \text{ kgf.}$$

Datorită faptului că la trolu intervine de multe ori o funcționare prin șocuri sau trepidații, se va alege o forță mărită după formula (16.68) :

$$F' = \beta F.$$

Se va alege $\beta = 1,5$ cu care :

$$F' = 1,5 \times 80 = 120 \text{ kgf.}$$

Alegerea materialelor

Roțile se vor construi din fontă, iar pe periferia roții motoare se va aplica o garnitură de piele.

Determinarea forței de apăsare

Se folosește relația (16.67) :

$$Q = \frac{F'}{\mu}$$

Înlocuind valorile numerice

$$F' = 120 \text{ kgf};$$

$\mu = 0,25$ (din tabela 16.22, pentru cazul fontă pe piele), se obține :

$$Q = \frac{120}{0,25} = 480 \text{ kgf.}$$

Determinarea lățimii roților

Aceasta se determină din condiția ca forța de apăsare Q să se distribuie pe o suprafață suficient de mare, pentru a evita strivirea roților.

Se folosește relația (16.70) :

$$b = \frac{Q}{q}$$

Înlocuind valorile numerice :

$$Q = 480 \text{ kgf,}$$

$q = 25 \text{ kgf/cm}$ (din tabela 16.22, pentru cazul fontă pe piele) rezultă :

$$b = \frac{480}{25} = 19,2 \text{ cm.}$$

Observație. Se observă că a rezultat o valoare cam mare, deși se transmite o putere relativ mică (5 CP); desigur că, dacă aceeași putere s-ar fi transmis sub o turație mai mare, mărimile F , Q și deci și b , ar fi fost mai mici.

Determinarea diametrului roții conduse

Pentru aceasta se folosește relația (16.69) :

$$D_2 = D_1 i_{12}$$

Înlocuind valorile numerice, rezultă

$$D_2 = 300 \times 3 = 900 \text{ mm.}$$

16.20. Se cere să se determine lățimea tamburelor cilindrice din fontă ale unei transmisii prin fricțiune.

Se dă :

- puterea utilă la arborele condus $N_2 = 2,7 \text{ CP}$;
- turația arborelui condus $n_2 = 150 \text{ rot/min}$;
- raportul de transmisie $i_{12} = 1/3$;
- randamentul transmisiei $\eta = 0,9$;
- coeficientul de siguranță $c = 1,5$;
- coeficientul de frecare $\mu = 0,12$;
- presiunea admisibilă $q = 120 \text{ kgf/cm}^2$;
- diametrul tamburului condus $D_2 = 200 \text{ mm}$.

Se cere :

- lățimea tamburelor cilindrice b .

Rezolvare.

Se va determina diametrul arborelui conducător și lățimea obezii.

Diametrul tamburului conducător [(formula (16.69))] este :

$$D_1 = \frac{D_2}{i_{12}} = 200 \times 3 = 600 \text{ mm}.$$

Turația sa [formula (16.69)] este :

$$n_1 = n_2 i_{12} = 150 \times \frac{1}{3} = 50 \text{ rot/min}.$$

Viteza periferică a obezii este :

$$v = \frac{\pi D_1 n_1}{60} = \frac{3,14 \times 0,6 \times 50}{60} = 1,57 \text{ m/s}.$$

Puterea transmisă de arborele conducător este :

$$N_1 = \frac{N_2}{\eta} = \frac{2,7}{0,9} = 3 \text{ CP}.$$

Forța periferică se calculează din relația :

$$M_t = F R_1 = 71\,620 \frac{N}{n},$$

de unde :

$$F = 71\,620 \frac{N_1}{n_1 R_1} = \frac{71\,620 \times 3}{50 \times 30} = 143 \text{ kgf}.$$

Forța de apăsare necesară între tambure se calculează cu formula (16.67), luând $\mu = 0,12$ (tabela 16.22) :

$$Q = \frac{cF}{\mu} = \frac{1,5 \times 143}{0,12} = 1787 \text{ kgf.}$$

Lățimea tamburului se calculează cu relația (16.70) :

$$b = \frac{Q}{q} = \frac{1787}{120} = 15 \text{ cm} = 150 \text{ mm.}$$

Se vede că $b < D_2$, ceea ce este admisibil.

16.21. Un variator de viteză prin fricțiune este compus dintr-un tambur cilindric conducător, care se mișcă de-a lungul arborelui I și transmite mișcarea de rotație unui tambur conic cuplat cu arborele II (fig. 16.21, a).

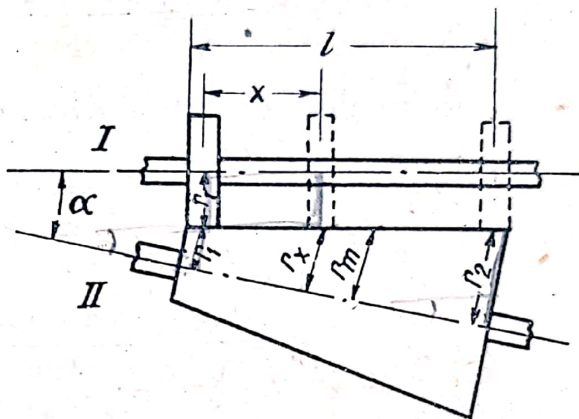


Fig. 16.21, a

Se dă :

- raza tamburului cilindric conducător $r = 300 \text{ mm}$;
- turația tamburului conducător $n = 240 \text{ rot/min}$;
- raza minimă a tamburului conic $r_1 = 150 \text{ mm}$;
- raza maximă a tamburului conic $r_2 = 450 \text{ mm}$.

Se cere :

- turația tamburului conic în poziția când tamburul cilindric se află în dreapta n_2 ;
- raza tamburului conic în care arborii au aceeași turație. r_n .

Rezolvare.

Dacă se notează prin :

- r — raza tamburului cilindric;
- n — turația constantă a tamburului;
- r_1, r_2 — razele secțiunilor extreme ale tamburului conic;
- r_x — raza unei secțiuni oarecare a tamburului conic;
- n_1, n_2 — turațiile tamburului conic în pozițiile extreme ale tamburului cilindric;

n_x — turația tamburului conic pentru o poziție oarecare a tamburului cilindric, avem :

— în poziția extremă stîngă :

$$\frac{r}{r_1} = \frac{n_1}{n},$$

de unde :

$$n_1 = \frac{rn}{r_1} = \frac{300 \times 240}{150} = 480 \text{ rot/min};$$

— în poziție extremă dreaptă :

$$\frac{r}{r_2} = \frac{n_2}{n},$$

de unde :

$$n_2 = \frac{rn}{r_2} = \frac{300 \times 240}{450} = 160 \text{ rot/min.}$$

Arborii au aceeași turație cînd raza tamburului conic este egală cu raza tamburului cilindric ; aceasta are loc pentru poziția mijlocie a tamburului cilindric, deoarece raza tamburului conic este în acest caz :

$$r_n = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{150 + 450}{2} = 300 \text{ mm} = r.$$

Observație. Turația arborelui cuplat cu tamburul conic variază după legea :

$$\frac{n}{n_x} = \frac{r_x}{r},$$

de unde :

$$n_x = \frac{nr}{r_x}.$$

Din figura 16.21, a rezultă :

$$\frac{r_2 - r_x}{(l - x)} = \frac{r_2 - r_1}{l} = \sin \alpha,$$

în care : α este unghiul dintre arbori ; l — cursa tamburului cilindric ; de aici se obține :

$$r_x = r_2 - \frac{(r_2 - r_1)(l - x)}{l}$$

care, înlocuit mai sus, conduce la :

$$n_x = \frac{nr_l}{lr_1 + x(r_2 - r_1)}.$$

În figura 16.21, b s-a reprezentat funcția $n_x = n_x(x)$. Diagrama de variație este o hiperbolă echilateră.

16.22. Să se calculeze elementele danturii în evolventă a unei roți dințate prelucrate prin frezare, avînd următoarele date :

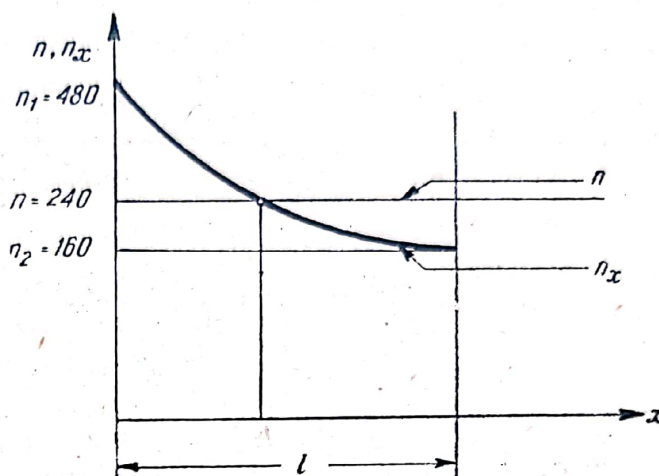


Fig. 16.21, b

- raza cercului primitiv
- numărul de dinți

$$R_p = 75 \text{ mm};$$

$$z = 30 \text{ dinți.}$$

Rezolvare.

Elementele danturii sînt :

Pasul circular [formula (16.78)] :

$$p = \frac{2\pi R_p}{z} = \frac{2 \times 3,14 \times 75}{30} = 5 \times 3,14 \text{ mm.}$$

Modulul [formula (16.79)] :

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{5 \times 3,14}{3,14} = 5 \text{ mm.}$$

Înălțimea capului [formula (16.81)] :

$$a = 0,3p = 0,3 \times 5 \times 3,14 = 4,7 \text{ mm.}$$

Înălțimea piciorului [formula (16.82)] :

$$b = 0,4p = 0,4 \times 5 \times 3,14 = 6,3 \text{ mm.}$$

Înălțimea dinților [formula (16.83)] :

$$h = 0,7p = 0,7 \times 5 \times 3,14 = 11 \text{ mm.}$$

Jocul la fund [formula (16.85)] :

$$c = 0,1p = 6,3 - 4,7 = 1,6 \text{ mm.}$$

Jocul la flancuri [tabela (16.23)] :

$$j = \frac{1}{40} p = \frac{1}{40} \times 5 \times 3,14 = 0,4 \text{ mm.}$$

Diametrul interior [formula (16.80)] :

$$D_i = D_p - 0,8p = 2 \times 75 - 0,8 \times 5 \times 3,14 = 137,4 \text{ mm.}$$

Diametrul exterior [formula (16.80)] :

$$D_e = D_p + 0,6p = 2 \times 75 + 0,6 \times 5 \times 3,14 = 159,4 \text{ mm.}$$

16.23. În figura 16.23. este arătată schema cinematică a unui reductor cu roți cilindrice; toate roțile dințate ale reductorului au același modul.

Se dă :

- numărul de dinți ai rotorilor 1, 3', 5' $z_1 = z_{3'} = z_{5'} = 18$;
- numărul de dinți al roților 3, 5, 7 $z_3 = z_5 = z_7 = 54$;
- turația roții 1 $n_1 = 1450 \text{ rot/min.}$

Se cere :

- raportul de transmisie între roata 1 și 7 i_{17} ;
- turația roții 7 n_7 .

Rezolvare.

Raportul de transmisie total este dat de formula : (16.96)

$$i_{17} = \frac{n_1}{n_7} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{3'4} \cdot i_{45} \cdot i_{5'6} \cdot i_{67}.$$

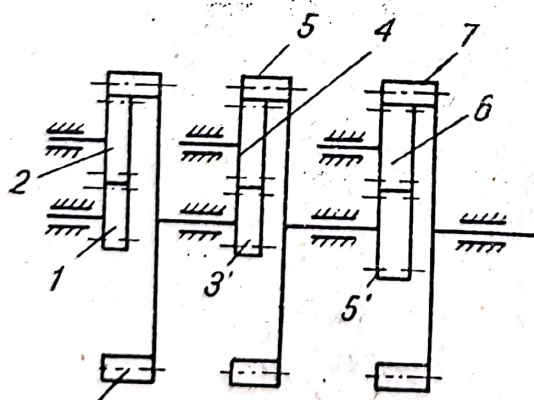


Fig. 16.23

Rapoartele de transmisie parțiale sînt :

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} ; \quad i_{5'6} = \frac{z_6}{z_5} ;$$

$$i_{23} = \frac{z_3}{z_2} ; \quad i_{67} = \frac{z_7}{z_6} ;$$

$$i_{3'4} = \frac{z_4}{z_{3'}} ; \quad i_{45} = \frac{z_5}{z_4} .$$

Prin înlocuire în formula de mai sus și prin simplificare rezultă :

$$i_{17} = \frac{z_3 z_5 z_7}{z_1 z_{3'} z_5} = \frac{54 \times 54 \times 54}{18 \times 18 \times 18} = 27.$$

Turația n_7 este :

$$n_7 = \frac{n_1}{i_{17}} = \frac{1\ 450}{27} = 53,7 \text{ rot/min.}$$

16.24. În figura 16.24 este arătată schema cinematică a unui reductor cu roți conice și cilindrice.

Se dă :

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| — numărul de dinți ai roții 1 | $z_1 = 18;$ |
| — numărul de dinți ai roții 2 | $z_2 = 36;$ |
| — numărul de dinți ai roții 2' | $z_2' = 18;$ |
| — numărul de dinți ai roții 3 | $z_3 = 27;$ |
| — numărul de dinți ai roții 3' | $z_3' = 18;$ |
| — numărul de dinți ai roții 4 | $z_4 = 36;$ |
| — turația roții 1 | $n_1 = 1\ 000 \text{ rot/min.}$ |

Se cere :

- raportul de transmisie între roata 1 și 4 $i_{14};$
- turația roții 4 $n_4.$

Rezolvare.

Raportul de transmisie total este [formula (16.96)] :

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{2'3} \cdot i_{3'4}.$$

Rapoartele de transmisie parțiale sînt :

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}; \quad i_{2'3} = \frac{z_3}{z_2'}; \quad i_{3'4} = \frac{z_4}{z_3'}.$$

Rezultă :

$$\begin{aligned} i_{14} &= \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2'} \cdot \frac{z_4}{z_3'} = \\ &= \frac{36 \times 27 \times 36}{18 \times 18 \times 18} = 6. \end{aligned}$$

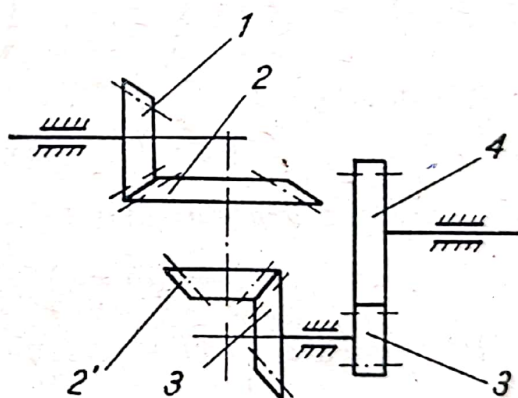


Fig. 16.24

Turația n_4 este :

$$n_4 = \frac{n_1}{i_{14}} = \frac{1\ 000}{6} = 166,66 \text{ rot/min.}$$

16.25. Să se calculeze cremaliera unui cric, construită din oțel forjat.

Se dă :

- sarcina maximă pe care o ridică cricul $F = 2 \text{ tf};$

— rezistența admisibilă la compresie

$$\sigma_a = 1\,000 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se cere :

- pasul danturii p ;
- lungimea dintelui l ;
- lățimea barei b ;
- valoarea efortului unitar efectiv în bară σ_{ef} .

Rezolvare.

Alegerea coeficienților

Se alege :

$$c = 200 \text{ kgf/cm}^2 \text{ după formula (16.105) ;}$$

$$\psi = 1 \text{ după formula (16.106) ;}$$

$$\sigma_{ai} = 800 \text{ kgf/cm}^2 \text{ după formula (16.107).}$$

Pasul danturii este dat de formula (16.102) :

$$p = \sqrt{\frac{F}{c\psi}} = \sqrt{\frac{2\,000}{200 \times 1}} = 3,1 \text{ cm.}$$

Se alege :

$$p = 10\pi \text{ mm} ; m = 10 \text{ mm.}$$

Lungimea dintelui este :

$$l = \psi p = 1 \times 10\pi \approx 31 \text{ mm.}$$

Lățimea b a barei se calculează cu formula (16.103) :

$$\begin{aligned} b &= \frac{1,5 F + \sqrt{F(2,25 F + 2,4 p l \sigma_{ai})}}{l \sigma_{ai}} = \\ &= \frac{1,5 \times 2\,000 + \sqrt{2\,000(2,25 \times 2\,000 + 2,4 \times 3,1 \times 31 \times 800)}}{3,1 \times 800} \approx \\ &\approx 4 \text{ cm} = 40 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Verificarea efortului unitar efectiv se face cu formula (16.104) :

$$\begin{aligned} \sigma_{ef} &= \frac{F}{lb^2} (4b + 2,4p) = \frac{2\,000}{3,1 \times 4^2} (4 \times 4 + 2,4 \times 3,1) = \\ &= 947 \text{ kgf/cm}^2 < \sigma_a = 1\,000 \text{ kgf/cm}^2. \end{aligned}$$

16.26. Între două axe care se intersectează sub un unghi dat se montează un angrenaj conic.

Se dă :

- unghiul de intersecție al axelor $\delta = 60^\circ$;
- turația arborelui motor $n_1 = 80 \text{ rot/min}$;
- turația arborelui condus $n_2 = 60 \text{ rot/min}$;
- valoarea unghiului de înclinare $\theta^\circ = 20^\circ$.

Se cere :

- valorile unghiurilor δ_1, δ_2 ;
- numărul minim de dinți z'_{1min} ;
- numărul minim de dinți ai roții conduse z_2 .

Rezolvare.

Raportul de transmisie se calculează cu formula (16.145) :

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{80}{60} = \frac{4}{3}.$$

Unghiul δ_1 se determină din formula (16.147) :

$$\operatorname{ctg} \delta_1 = \frac{i_{12} + \cos \delta}{\sin \delta} = \frac{\frac{4}{3} + \cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} = 2,116,$$

$$\delta_1 = 25^\circ 17'.$$

Unghiul δ_2 se determină din formula (16.142) :

$$\delta_2 = \delta - \delta_1 = 60^\circ - 25^\circ 17' = 34^\circ 43'.$$

Se alege z'_{1min} din tabela 16.26 pentru $\alpha = 20^\circ$:

$$z'_{1min} = 17 \text{ dinți.}$$

Numărul minim de dinți ai angrenajului conic real se calculează cu formula (16.148) :

$$z_1 = z'_{1min} \cos \delta_1 = 17 \cos 25^\circ 17' \approx 15 \text{ dinți.}$$

Numărul de dinți la roata condusă rezultă din formula (16.145) :

$$z_2 = i_{12} \cdot z_1 = \frac{4}{3} \times 15 = 20 \text{ de dinți.}$$

Restul elementelor se calculează ca la roțile cilindrice, în funcție de puterea transmisă.

ORGANELE PENTRU REȚINEREA, CONDUCEREA ȘI COMANDA CIRCULAȚIEI FLUIDELOR

A. Formule și date importante

Organe pentru reținerea fluidelor. Cilindrii pentru mașini de forță

— Grosimea s a peretelui cilindrului se calculează din următoarele relații practice :

— pentru cilindrii mașinilor cu abur, pompe sau compresoare :

Cilindri turnați vertical	$s = \frac{D}{50} + 1,3 \text{ mm}$	(17.1)
---------------------------	-------------------------------------	--------

Cilindri turnați orizontal	$s = \frac{D}{40} + 1,5 \text{ mm}$	(17.2)
----------------------------	-------------------------------------	--------

— pentru cilindrii mașinilor cu ardere internă :

Presiunea maximă 25 kgf/cm ²	$s = 0,05D + C$	(17.3)
---	-----------------	--------

Presiunea maximă 40 kgf/cm ²	$s = 0,08D + C$	(17.4)
---	-----------------	--------

în care : D este diametrul cilindrului ; C — o constantă care se adaugă pentru alezarea ulterioară a cilindrului, avînd valoarea (5 ... 10)mm.

Grosimea h a capacului se determină considerîndu-l ca o placă de rază R , simplu rezemată pe contur, încărcată uniform cu p kgf/cm² :

$h = 1,11 R \cdot \sqrt{\frac{p}{\sigma_a}}$	(17.5)
--	--------

Rezervoare și recipiente

Calculul grosimii pereților sau al asamblării (nituire, sudură) se face cu formulele din capitolul XIV.

Organe pentru conducerea și comanda circulației fluidelor

Conductele

Pentru realizarea unei fabricații economice s-a adoptat în unele sectoare o tipizare care are la bază o anumită gamă de presiuni.

Țevile și tuburile

Se notează prin :

D_n — diametrul interior (nominal), în mm ;

p — presiunea interioară, în kgf/cm^2 ;

σ_a — efortul unitar admisibil la întindere, în kgf/cm^2 ;

σ — efortul unitar efectiv ;

s — grosimea peretelui, în mm ;

x — un coeficient avînd valorile :

— pentru țevi trase, tuburi de fontă și oțel turnat

$$x = 1 ;$$

— pentru țevi sudate

$$x = 0,9 ;$$

a — un adaos de siguranță : $a = 1 \text{ mm}$;

σ_{rc} — cifra de rezistență a materialului la temperatura maximă a fluidului, în kgf/mm^2 ;

c_1 — un coeficient de siguranță față de limita de curgere, avînd valoarea (2,2 ... 2,4).

Grosimea peretelui unei țevi sau al unui tub se calculează din următoarea relație, valabilă pentru cazul cînd grosimea peretelui este mică în raport cu diametrul interior :

$$s = \frac{p D_n}{200 \sigma_a x} + a \quad (17.6)$$

Efortul unitar din materialul tubului se calculează cu formula :

$$\sigma = \frac{p D_n}{200 s x} \quad (17.7)$$

Grosimea peretelui pentru țevile care transportă abur supraîncălzit se calculează cu următoarea formulă valabilă pentru $\frac{s}{D_n} < 0,1$:

$$s = \frac{p D_n c_1}{200 \sigma_{rc}} + a \text{ [mm]} \quad (17.8)$$

Grosimea pereților pentru tuburi din fontă turnate vertical, la care calculul de rezistență conduce la valori necorespunzătoare, se ia :

$$s = \frac{D_n}{60} + 7 \text{ mm} \quad (17.9)$$

$$s = \frac{D_n}{50} + 9 \text{ mm} \quad (17.10)$$

Rezistențele admisibile se aleg din tabela 17.1.

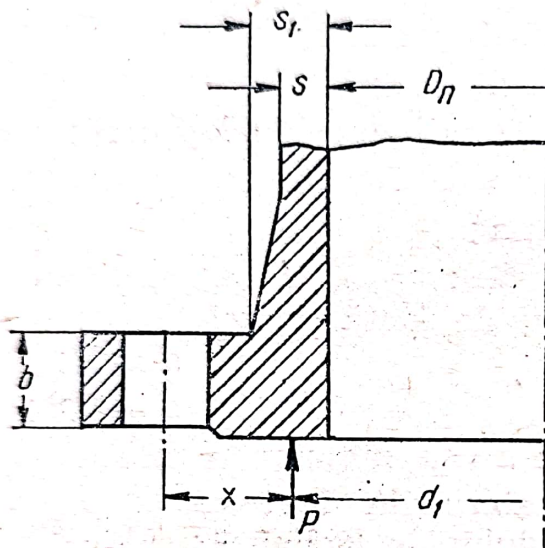


Fig. 17, a

Flanșele

Notățiile sînt cele de mai sus și de pe figura 17,a.

Grosimea peretelui flanșei se calculează cu formulele :

$$s_1 = \sqrt{c_1 \varphi \frac{p D_n x}{100 \sigma_i}} \quad (17.11)$$

$$b = \sqrt{c_2 \varphi \frac{p D_n x}{100 \sigma_i}} \quad (17.12)$$

în care :

$$c_1 = 0,62 \quad c_2 = 1,12 \quad (17.13)$$

iar valorile lui φ și σ_i se iau din tabela 17.2.

Fitingurile

La legătura țevelor din oțel fără sudură, în instalații de alimentare cu apă, gaze, abur (nu supraîncălzit), se folosesc fittingurile din fontă maleabilă. Ele se execută pentru datele din tabela 17.3.

Pentru presiuni și temperaturi înalte se fabrică fittinguri din oțel forjat. Ele sînt standardizate ca în tabela 17.4.

Diametrele normale de execuție sînt : 1/4" ... 4".

Piese fasonate

Efortul unitar care se dezvoltă în porțiunea de legătură este :

$$\sigma_a = \frac{Ap}{a_0} \quad (17.14)$$

în care : A este aria mare, hașurată în figura 17, b ; a_0 — aria secțiunii corespunzătoare a peretelui (1/4 dintr-o coroană circulară avînd drept rază exterioară pe aceea a racordării).

Ventilele

Cursa ventilului în funcție de diametrul său este dată de formula :

$$\boxed{h = \frac{d}{4}} \quad (17.15)$$

Grosimea unui ventil plat este dată de formula :

$$\boxed{h = 1,11 R_m \sqrt{\frac{p_s}{\sigma_a}}} \quad (17.16)$$

în care : R_m este raza medie a ventilului, în mm ; p_s — supra-presiunea (diferența presiunilor de pe cele două fețe), în kgf/cm² ; σ_a — rezistența admisibilă la încovoiere a materialului ventilului, în kgf/cm² (tabela 17.5).

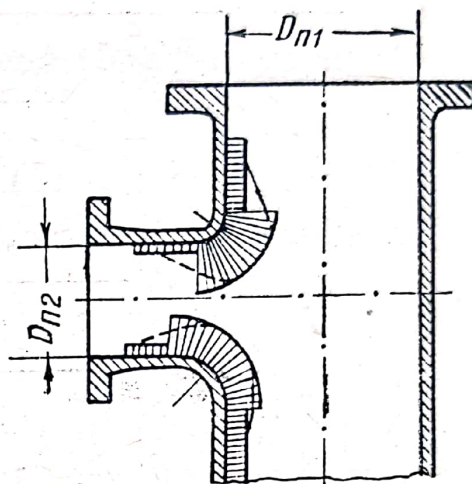


Fig. 17, b

Robinetele cu ventil

Tija ventilului este solicitată la compresiune, respectiv flambaj (cazul obișnuit cînd presiunea acționează dinspre ventil), de forța :

$$\boxed{P + P' = \frac{\pi}{4} d_m^2 p + \pi d_m b_0 p'_0} \quad (17.17)$$

fiind supusă la momentul de răsucire :

$$\boxed{M_t = (P + P') \frac{d_t}{2} \operatorname{tg} (\alpha + \rho)} \quad (17.18)$$

în care : d_m este diametrul mediu al ventilului, în cm ; p — presiunea, în kgf/cm² ; b_0 — lățimea suprafeței de etanșare (a scaunului), în cm ; p'_0 — presiunea specifică de contact, în kgf/cm² ; d_t — diametrul tijei, în cm ; α — unghiul de înclinare al filetului tijei, în grade ; ρ — unghiul de frecare, în grade ($\rho = 6^\circ$).

Pentru motive de siguranță, tija se dimensionează în funcție de momentul de răsucire M_t cu rezistențele admisibile :

— pentru bronz $\sigma_{at} = (200 \dots 300) \text{ kgf/cm}^2$	(17.19)
— pentru oțel $\tau_{at} = (400 \dots 500) \text{ kgf/cm}^2$	

Diametrul roții de manevră se ia empiric :

$$D_r = \sqrt{2 M_t} \quad (17.20)$$

Lungimea de construcție a corpului ventilului se ia :

$$L = 2D_n + 150 \text{ mm} \quad (17.21)$$

B. Probleme

17.1. Să se dimensioneze peretele și capacul cilindrului unei mașini cu abur.

Se dă :

- | | |
|-------------------------|------------------------------------|
| — diametrul cilindrului | $D = 350 \text{ mm} ;$ |
| — presiunea de lucru | $p = 8 \text{ kgf/cm}^2 ;$ |
| — rezistența admisibilă | $\sigma_a = 350 \text{ kgf/cm}^2.$ |

Se cere :

- | | |
|----------------------------------|-------|
| — grosimea peretelui cilindrului | $s ;$ |
| — grosimea capacului | $h.$ |

Rezolvare.

Dacă cilindrul este turnat vertical, grosimea peretelui cilindrului este dată de formula (17.1) :

$$s = \frac{D}{50} + 1,3 = \frac{350}{50} + 1,3 = 7 + 1,3 = 8,3 \text{ mm}.$$

Grosimea capacului, considerat ca placă încastrată pe contur și încărcată cu sarcina uniformă $p \text{ kgf/cm}^2$, se determină cu formula (17.5) :

$$h = 1,11 R \sqrt{\frac{p}{\sigma_a}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$h = 1,11 \times 17,5 \sqrt{\frac{8}{350}} = 2,95 \text{ cm.}$$

Se ia $h = 3 \text{ cm.}$

17.2. Să se dimensioneze un rezervor de aer întrebuințat la o locomotivă (fig. 17.2).

Se dă :

- presiunea de lucru
- presiunea de încercare

$$p = 8 \text{ kgf/cm}^2 ;$$

$$p' = p + 5 \text{ kgf/cm}^2 ;$$

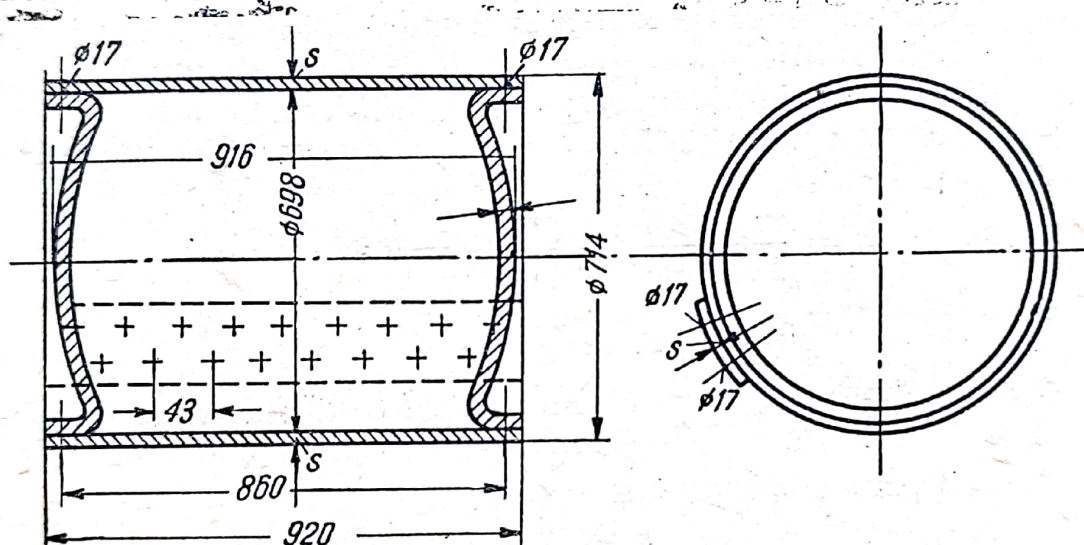


Fig. 17.2

- rezistența admisibilă la tracțiune $\sigma_a = 1\,200 \text{ kgf/cm}^2 ;$
- rezistența admisibilă la forfecare $\tau_a = 960 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- grosimea tablei $s ;$
- numărul de nituri pentru fixarea fundurilor $n_2.$

Rezolvare.

Alegerea formei constructive și a anumitor date

În funcție de destinația rezervorului, a volumului pe care trebuie să-l aibă, se alege forma din figura 17.2. Rezervorul are o parte cilindrică, nituită prin intermediul unor eclise ; de această parte se nituiesc fundurile, care sînt executate prin ambutisare. În funcție de aceleași elemente se aleg și dimensiunile sale principale : $D = 714 \text{ mm} ; l = 920 \text{ mm.}$

Calculul grosimii tablei rezervorului

Grosimea pereților se calculează cu formula :

$$s_{nec} = \frac{D_i p'}{2 \sigma_a \varphi}$$

în care :

$$\varphi = \frac{t - d}{t}$$

Pentru calculul lui φ se alege o nituire ca în figura 17.2. Diametrul nitului este de 16 mm, STAS 798—49, iar diametrul găurii de 17 mm.

Înlocuind mai sus valorile numerice :

- presiunea de încercare $p' = 13 \text{ kgf/cm}^2$;
- diametrul interior al rezervorului $D_i = 698 \text{ mm}$;
- pasul nituirii $t = 43 \text{ mm}$;
- diametrul găurii de nit $d = 17 \text{ mm}$;
- rezistența admisibilă $\sigma_a = 1\,200 \text{ kgf/cm}^2$,

se obține :

$$s = \frac{13 \times 69,8}{2 \times 1\,200} \times \frac{4,3}{4,3 - 1,7} = 0,625 \text{ cm.}$$

Se alege :

$$s = 8 \text{ mm.}$$

Grosimea fundurilor se calculează cu ajutorul unor formule speciale, avînd în vedere forma lor (placă curbă).

Alegem după construcții similare :

$$s = 12 \text{ mm.}$$

Calculul nituirii

Efortul unitar în niturile de pe generatoarea cilindrului este :

$$\tau_{1ef} = \frac{P}{n_1 A_{nit}} = \frac{p' D_i l}{\frac{2 n_1 \pi d^2}{4}} = \frac{2 p' D_i l}{\pi n_1 d^2}$$

Înlocuind valorile numerice :

- presiunea de încercare $p' = 13 \text{ kgf/cm}^2$;
- diametrul interior al rezervorului $D_i = 69,8 \text{ cm}$;
- lungimea rezervorului $l = n_1 t = 86 \text{ cm}$;
- numărul de nituri de pe generatoare $n_1 = 20$;
- diametrul nitului $d = 1,6 \text{ cm}$,

se obține :

$$\tau_{1ef} = \frac{2 \times 13 \times 69,8 \times 86}{3,14 \times 20 \times 1,6^2} = 965 \text{ kgf/cm}^2 \approx \tau_a.$$

Numărul de nituri necesare pentru fixarea unui fund de rezervor este dat de relația :

$$n_2 = \frac{p}{\tau_a A_{nit}} = \frac{p' \frac{D_i^2 \pi}{4}}{\tau_a \frac{d^2 \pi}{4}} = \frac{p' D_i^2}{\tau_a d^2} = \frac{13 \times 69,8^2}{960 \times 1,7^2} = 24,40.$$

Constructiv se alege un număr mai mare de nituri, pentru a asigura etanșeitatea.

Alegînd distanța dintre nituri $t = 3d$, se obține :

$$n_2 = \frac{\pi D_e}{3d} = \frac{3,14 \times 714}{3 \times 17} = 43,8 \approx 44 \text{ de nituri.}$$

17.3. Să se dimensioneze o butelie cu oxigen (fig. 17.3).

Se dă :

- diametrul exterior $D_e = 210 \text{ mm}$;
- presiunea de încărcare $p = 150 \text{ kgf/cm}^2$;
- presiunea de probă $p_1 = 1,5 p$;
- rezistența admisibilă la întindere $\sigma_a = 3000 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- grosimea peretelui s .

Rezolvare.

Se aplică formula :

$$s = \frac{p_1 D_i}{2 \sigma_a} = \frac{p_1 (D_e - 2s)}{2 \sigma_a}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține :

$$s = \frac{1,5 \times 150 \times (21 - 2s)}{2 \times 3000}.$$

Din această ecuație de gradul I, în s , se obține :

$$s = \frac{0,7875}{1,075} = 0,75 \text{ cm.}$$

Se alege : $s = 8 \text{ mm}$.

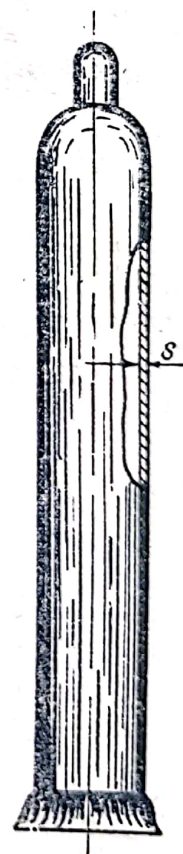


Fig. 17.3

17.4. Să se verifice o butelie de gaze lichefiate STAS 2666—54 (fig. 17.4).

Se dă :

- presiunea interioară $p_{max} = 15 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă la întindere a materialului peretelui $\sigma_a = 1\,400 \text{ kgf/cm}^2$;
- rezistența admisibilă a sudurii $\sigma_{as} = 1\,120 \text{ kgf/cm}^2$.

Se cere :

- valoarea efortului unitar maxim în peretele buteliei σ_{max} ;
- valoarea efortului unitar maxim în sudură $\sigma_{s\,max}$

Rezolvare.

Calculul efortului unitar maxim în peretele buteliei

Efortul unitar maxim se produce într-o secțiune longitudinală și are valoarea dată de relația :

$$\sigma_{max} = \frac{pD}{2s} = \frac{15 \times 30}{2 \times 0,2} = 1\,125 \text{ kgf/cm}^2 < 1\,400 \text{ kgf/cm}^2.$$

Calculul efortului unitar maxim în sudura transversală

Sudura este supusă la întindere; ea trebuie să preia efortul unitar din secțiunea transversală a buteliei, care este dat de relația :

$$\sigma_{s\,max} = \frac{pD}{4s} = \frac{\sigma_{max}}{2} = \frac{1\,125}{2} = 562,5 \text{ kgf/cm}^2 < 1\,120 \text{ kgf/cm}^2.$$

Ambele eforturi unitare fiind mai mici decât rezistențele admisibile corespunzătoare, rezultă că butelia va funcționa în condiții bune.

Observație. Dacă sudura s-ar executa longitudinal, ea ar trebui să preia un efort unitar dublu ($\sigma_{s\,max} = 1\,125 \text{ kgf/cm}^2$), depășind astfel rezistența admisibilă, ceea ce ar face ca butelia să nu mai poată fi încărcată la presiunea de 15 kgf/cm^2 .

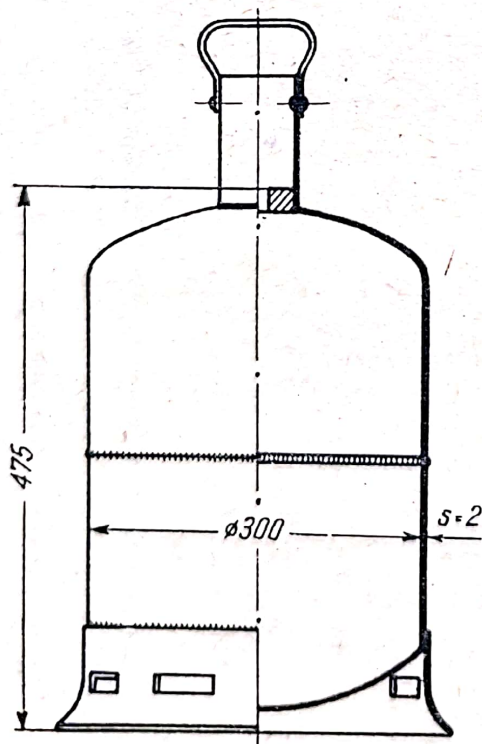


Fig. 17.4

17.5. Să se dimensioneze un tub din fontă, utilizat la transportul apei potabile.

Se dă :

- diametrul nominal $D_n = 100 \text{ cm};$
- presiunea de utilizare $p = 12 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- grosimea tubului $s.$

Rezolvare.

Se folosește formula (17.6) :

$$s = \frac{pD_n}{200\sigma_a x} + a.$$

Înlocuind valorile numerice :

$p = 12 \text{ kgf/cm}^2$; $D_n = 100 \text{ cm}$; $\sigma_a = 2,5 \text{ kgf/mm}^2$ (ales);
 $x = 1$ (tub de fontă turnat); $a = 1$, se obține :

$$s = \frac{12 \times 100}{200 \times 2,5 \times 1} + 1 = 3,4 \text{ mm}.$$

În practică, pentru aceste tuburi se prevede o grosime normalizată $s = 9 \text{ mm}$.

17.6. Să se dimensioneze o flanșă fixă din fontă (fig. 17, a).

Se dă :

- diametrul nominal $D_n = 100 \text{ mm};$
- presiunea nominală $p = 16 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere :

- grosimea flanșei $s.$

Rezolvare.

Grosimea flanșei se calculează cu relația (17.12) :

$$b = \sqrt{c_2 \varphi \frac{pD_n x}{100\sigma_i}},$$

în care se ia conform formulei (17.13) :

$$c_2 = 1,12,$$

$$\varphi = 1 + \frac{p}{150} = 1 + \frac{16}{150} = 1,106 \text{ (tabela 17.2 pentru fontă)}$$

$$d_1 = \varphi = D_n = 1,106 \times 100 = 110,6 \text{ mm},$$

$$\sigma_i = 3,75 \text{ kgf/mm}^2 \text{ (tabela 17.2 pentru fontă)}.$$

Valoarea lui x se obține făcând diferența dintre diametrul cercului găurilor pentru șuruburi (care, conform STAS 1735—50, este 180 mm, pentru $D_n = 100$) și d_1 ; deci:

$$2x = 180 - 110,6 = 69,4 \text{ mm}$$

$$x = 34,7 \text{ mm.}$$

Introducând aceste valori în formula de mai sus, se obține:

$$b = \sqrt{1,12 \times 1,106 \times \frac{16 \times 100 \times 34,7}{100 \times 3,75}} = 13,4 \text{ mm.}$$

Din STAS 1748—50 se va alege o dimensiune imediat superioară.

17.7. Să se verifice o piesă de forma celei din figura 17, b.

Se dă:

— diametrul nominal	$D_{n_1} = 175 \text{ mm};$
— diametrul nominal	$D_{n_2} = 100 \text{ mm};$
— raza de racordare	$r = 1,5 \text{ cm};$
— grosimea peretelui	$a = 10 \text{ mm};$
— presiunea interioară	$p = 20 \text{ kgf/cm}^2.$

Se cere:

— tensiunea în porțiunea cilindrică	$\sigma_1;$
— tensiunea în porțiunea de racordare	$\sigma_2.$

Rezolvare.

Tensiunea din porțiunea cilindrică este:

$$\sigma_1 = \frac{pD_{n_1}}{200(s-a)x} = \frac{20 \times 175}{200(10-1)1} = 19,5 \text{ kgf/mm}^2.$$

Tensiunea din porțiunea de racordare se calculează cu formula (17.14):

$$\sigma_2 = \frac{Ap}{a_0},$$

în care:

— aria A rezultă din figura 17, b (dimensiunile sînt luate grafic):

$$A = 11,25 \times 7,5 - \frac{\pi}{4} \times 2,5^2 = 79,5 \text{ cm}^2;$$

— aria secțiunii corespunzătoare a peretelui este :

$$a_0 = \frac{\pi}{4} (2,5^2 - 1,5^2) = 3,14 \text{ cm}^2,$$

— $p = 20 \text{ kgf/cm}^2$.

Înlocuind se obține :

$$\sigma_2 = \frac{79,5 \times 20}{3,14} = 508 \text{ kgf/cm}^2.$$

Observație. Dacă se calculează tensiunea și în ramificație, se găsește : $\sigma_t = 111 \text{ kgf/cm}^2$. Tensiunea în porțiunea de racordare este mult mai mare decât în porțiunea cilindrică.

17.8. Să se dimensioneze un ventil.

Se dă :

- presiunea nominală $p_n = 25 \text{ kgf/cm}^2$;
- diametrul nominal $D_n = 50 \text{ mm}$.

Se cere :

- diametrul tijei de ventil d ;
- lungimea tijei de ventil l ;
- diametrul roții de mână D_r ;
- lungimea de construcție a corpului ventilului L .

Rezolvare.

Se alege :

- lungimea tijei $l = 450 \text{ mm}$;
- înclinarea filetului tijei $\alpha = 3^\circ 30'$;
- coeficientul de frecare $\mu = 0,04$;
- diametrul mediu al ventilului $d_m = 60 \text{ mm}$;
- lățimea suprafeței de etanșare a scaunului $b_0 = 10 \text{ mm}$.

Calculul tijei

Forța totală care comprimă tija este dată de relația (17.77) :

$$\begin{aligned} P + P' &= \frac{\pi}{4} d_m^2 p + \pi d_m b_0 p' = \frac{\pi}{4} 6^2 \times 25 + \pi \times 6 \times 1 \times 60 = \\ &= 1\,835 \text{ kgf.} \end{aligned}$$

Tija se calculează la compresiune, alegînd $\sigma_a = 600 \text{ kgf/cm}^2$:

$$P + P' = \sigma_a \frac{\pi d_t^2}{4},$$

în care :

$$d_t = \sqrt{\frac{4(P + P')}{\pi \sigma_a}} = \sqrt{\frac{4 \times 1\,835}{3,14 \times 600}} = 1,96 \text{ cm.}$$

Se alege practic diametrul tijeii

$$d = 2 \text{ cm.}$$

Calculul roții de mîină

Diametrul roții de mîină (de manevră) este dat de relația (17.19) :

$$D_r = \sqrt{2M_t},$$

în care M_t este dat de formula (17.18) :

$$M_t = (P + P') \frac{d_t}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \rho).$$

Înlocuind valorile numerice, de mai sus ($\rho = \operatorname{arctg} \mu = \operatorname{arctg} 0,04 = 6^\circ$), se obține :

$$M_t = 1\,855 \times \frac{2}{2} \times 0,167 \approx 310 \text{ kgf}\cdot\text{cm},$$

$$D = \sqrt{2 \times 310} = \sqrt{620} = 24,7 \text{ cm.}$$

Practic, diametrul roții de mîină se ia :

$$D_r = 250 \text{ mm.}$$

Calculul lungimii de construcție a corpului ventilului

Se folosește formula (17.21); înlocuind valorile numerice se găsește :

$$L = 2 \times 50 + 150 = 250 \text{ mm.}$$

BIBLIOGRAFIE

- Beleaev N. M., *Rezistența materialelor*, București, Ed. tehnică, 1956 (trad. din limba rusă).
- Blumenfeld M., *Îndrumar la cursul de rezistența materialelor de Gh. Buzdugan*, București, Litografia Învățămîntului, 1957.
- Buzdugan Gh., *Culegere de probleme de rezistența materialelor*, vol. I, II, București, Ed. tehnică, 1955.
- Buzdugan Gh., *Calculul de rezistență la solicitări variabile*, București, Ed. tehnică, 1955.
- Conțiu T., *Culegere de probleme din teoria mecanismelor și mașinilor*, București, Ed. tehnică, 1957.
- Efremov N. P., Ivanov G. M., Shapiro I. S., *Culegere de probleme de mecanică tehnică*, București, Ed. tehnică, 1955 (trad. din limba rusă).
- Filonenko Borodici, *Curs de rezistența materialelor*, București, Ed. tehnică, 1951 (trad. din limba rusă).
- Hajdu I., *O metodă grafo-analitică de calcul a pieselor solicitate la flambaj*, în „Metalurgia” nr. 3/1956.
- Horovitz B., *Nomograme pentru calculul mărimii rulmenților*, în „Metalurgia” nr. 3/1957.
- Manea Gh., Săveanu L., Buzdugan Gh., Chișu A., *Organe de mașini*, vol. I, București, Ed. tehnică, 1956.
- Manea Gh., Bosianu O., Chișu A., Săveanu L., *Organe de mașini*, vol. II, București, Ed. tehnică, 1958.
- Manea Gh., Săveanu L., *Îndrumar metodic pentru studiul disciplinei „Organe de mașini”* București, Litografia Învățămîntului, 1956.
- Ministerul Învățămîntului Superior, *Organe de mașini*, manual unic pentru școlile medii tehnice, București, Ed. tehnică, 1953.
- Mocanu D. R. ș.a., *Calculule de rezistență cu specific feroviar*, București, Ed. Căilor Ferate, 1957.
- Rotaru A., *Calculul la flambaj cu ajutorul nomogramelor al barelor compri-mate din grinzi cu zăbrele*, în „Metalurgia”, nr. 5/1959.
- Săveanu L., Lipschutz S., Buzdugan Gh., *Organe de mașini, Îndrumător pentru proiectanți*, București, Ed. tehnică, 1957.
- Snitko I. C., *Culegere de probleme de rezistența materialelor*, București, Ed. tehnică, 1951 (trad. din limba rusă).
- Stan A., Grumăzescu M., *Probleme de mecanică și rezistența materia-lelor*, București, Ed. tehnică, 1954.
- Teodorescu C. C., Mocanu D. R., *Calculul și încercările construcți-ilor sudate*, București, Imprimeria C.F.R., 1949.

TABELE

A. TABELE PE CAPITOLE

Tabela 1.1

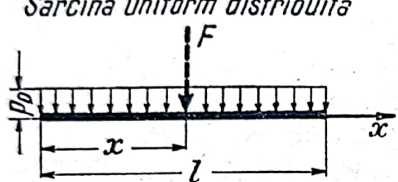
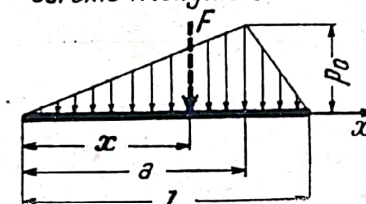
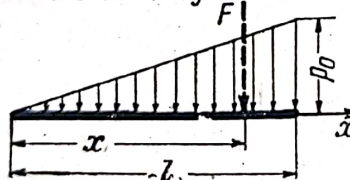
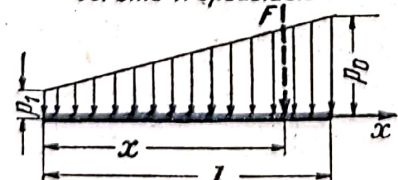
Nr.	Figura	Sarcina concentrată echivalentă, F	Abcisa centrului de greutate, x
1	<i>Sarcină uniform distribuită</i> 	$p_0 l$	$\frac{l}{2}$
2	<i>Sarcină triunghiulară</i> 	$p_0 \frac{l}{2}$	$\frac{a + l}{3}$
3	<i>Sarcină triunghiulară</i> 	$\frac{p_0 l}{2}$	$\frac{2l}{3}$
4	<i>Sarcină trapezoidală</i> 	$(p_0 + p_1) \frac{l}{2}$	$\frac{2p_0 + p_1}{p_0 + p_1} \cdot \frac{l}{3}$

Tabela 1.2

Eforturile interioare pentru cazurile uzuale
de sollicitări ale barelor drepte

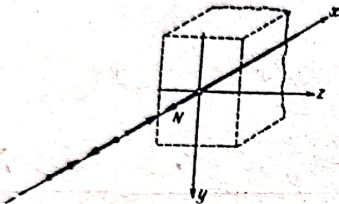
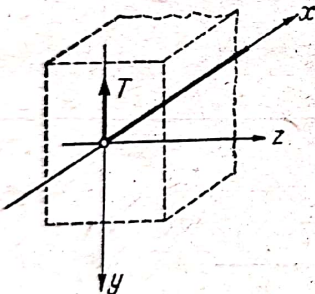
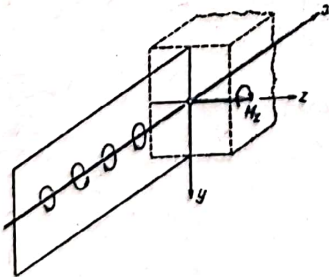
Nr.	Figura	Solicitarea	Eforturile interioare
1		Întindere sau com- presiune	forța axială N
2		Forfecare	forța tăie- toare T
3		Încovoiere într-un plan de simetrie al grinzii	momentul M_z

Tabela 1.2 (continuare)

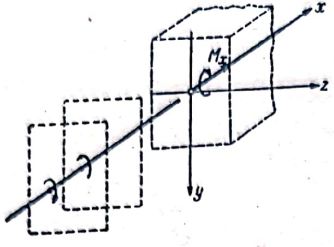
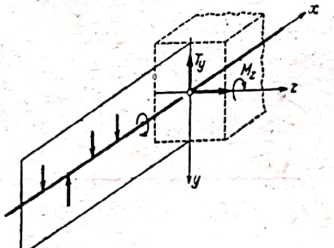
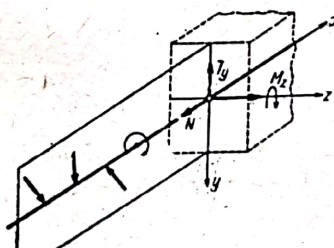
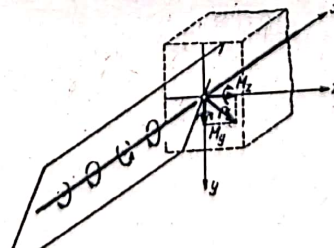
Nr.	Figura	Solicitarea	Eforturile interioare
4		Răsucire	momentul M_x
5		Încovoiere cu forfecare într-un plan de simetrie al grinzii	momentul M_z forța tăietoare T_y
6		Încovoiere cu forfecare și întindere sau compresiune într-un plan de simetrie al grinzii	momentul M_z forța tăietoare T_y forța axială N
7		Încovoiere oblică	momentul M_z momentul M_y

Tabela 1.2 (continuare)

Nr.	Figura	Solicitarea	Eforturile interioare
8		Încovoiere oblică cu forfecare	momentul M_z momentul M_y forța tăietoare T_y
9		Încovoiere oblică cu forfecare și întindere sau compresiune	momentul M_z momentul M_y forța tăietoare T_y forța axială N
10		Încovoiere cu răsucire	momentul M_z momentul M_x
11		Încovoiere cu răsucire și forfecare	momentul M_z momentul M_y forța tăietoare T_y
12		Întindere sau compresiune excentrică	forța axială N momentul M_z momentul M_y

Tabela 6.1

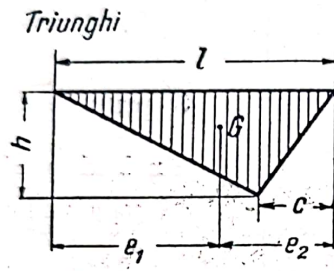
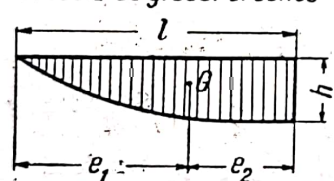
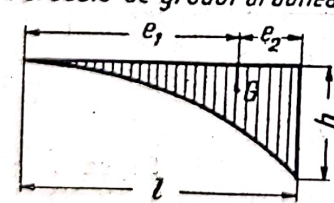
Suprafața	Aria	Poziția centrului de greutate
Triunghi 	$\frac{1}{2} lh$	$e_1 = \frac{2l - c}{3}$ $e_2 = \frac{l + c}{3}$
Parabolă de gradul al doilea 	$\frac{2}{3} lh$	$e_1 = \frac{5}{8} l$ $e_2 = \frac{3}{8} l$
Parabolă de gradul al doilea 	$\frac{1}{3} lh$	$e_1 = \frac{3}{4} l$ $e_2 = \frac{1}{4} l$

Tabela 6.2

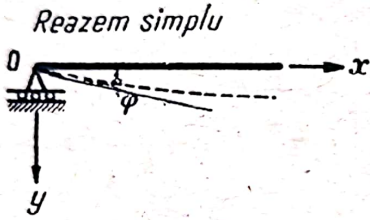
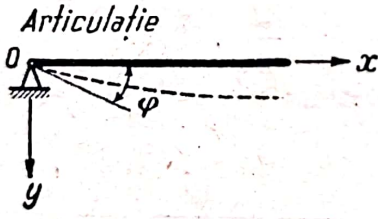
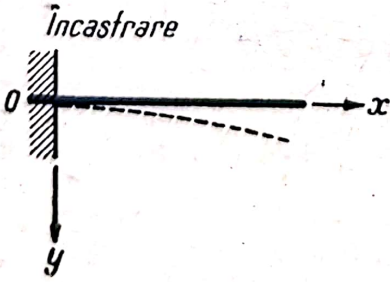
L e g ă t u r a	Condiții pentru $x = 0$
<i>Reazem simplu</i> 	Săgeata $y_0 = 0$ Unghiul $\varphi_0 \neq 0$
<i>Articulație</i> 	Săgeata $y_0 = 0$ Unghiul $\varphi_0 \neq 0$
<i>Încăstrare</i> 	Săgeata $y_0 = 0$ Unghiul $\varphi_0 = 0$

Tabela 6.3

**Săgețile maxime admisibile pentru grinziile de oțel folosite
în construcții metalice**

Destinația grinzii	Valoarea maximă a săgeții
Grinzi sau pene de acoperiș $l > 5$ m	$\frac{l}{300}$
Grinzi pentru planșee, grinzi principale	$\frac{l}{500}$
Grinzi în consolă	$\frac{l}{350}$
Grinzi în fundații și reazeme	$\frac{l}{1000}$
Grinzi pentru platforme industriale fără linii ferate	$\frac{l}{250}$
Grinzi pentru platforme industriale cu linii înguste	$\frac{l}{400}$
Grinzi pentru platforme industriale cu linii normale	$\frac{l}{600}$
Grinzile planșeelor tencuite (numai din sarcini utile)	$\frac{l}{350}$

Tabela 9.1

Cazul	Lungimea de flambaj
Bară încastrată la un capăt și liberă la celălalt	$2l$
Bară articulată la ambele capete	l
Bară încastrată la un capăt și articulată la celălalt	$0,7l$
Bară încastrată la ambele capete	$0,5l$

Tabela 9.2

Materialul	λ_0	Formula lui Tetmayer-Iasinski
OL 38	105	$\sigma_f = 3\,100 - 11,4\lambda$
OL 48	89	$\sigma_f = 3\,350 - 6,2\lambda$
Oțel cu 5% Ni	86	$\sigma_f = 4\,700 - 23\lambda$
Lemn	100	$\sigma_f = 293 - 1,94\lambda$
Fontă	80	$\sigma_f = 7\,760 - 120\lambda + 0,53\lambda^2$

Tabela 14.1

Valori pentru coeficientul k

k/a	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
k	2,5	2,15	1,86	1,6	1,37	1,18

Tabela 14.2

Valori pentru coeficientul k

Felul sudurii	$\frac{p_{min}}{p_{max}}$	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8	-1
Sudură de colț prin suprapunere		1	0,95	0,88	0,84	0,78	0,75	0,71	0,675	0,65	0,625	0,6
Sudură cap la cap		1	1	1	1	1	1	0,93	0,875	0,83	0,78	0,75

Tabela 15.1

Presiuni admisibile între filetul șurubului și cel al piuliței

Materialul șurubului și al piuliței	$q(\text{kgf/cm}^2)$
Fontă pe fontă	30 ... 35
Oțel pe fontă	50 ... 60
Oțel pe fontă, autofricțiune	100 ... 130
Oțel pe oțel sau bronz	70 ... 130

Tabela 15.2

Valori medii pentru unghiul total de înclinare al fețelor penei

Modul de funcționare	$\text{tg } \alpha$
Pene de fixare cu demontări dese și autofixare	$\frac{1}{20}$
Pene de fixare cu demontări rare	$\frac{1}{100} \dots \frac{1}{50}$
Pene de reglare din capul biețelor	$\frac{1}{10} \dots \frac{1}{5}$
Pene de fixare cu autofixare, supuse la șocuri	$\frac{1}{100} \dots \frac{1}{50}$

Tabela 15.3

Valori admisibile pentru p_a , în kgf/cm^2 , pentru oțeluri cu $\sigma_r = 50 \text{ kgf/mm}^2$

Tipul cuplajului	Condițiile de funcționare	Tratament termic	
		Suprafețe de contact netratate	Suprafețe de contact tratate
Cuplaj fix	bune	12...8	20...12
	mediocre	10...6	14...10
	grele	5...3,5	7...4
Cuplare în gol	bune	4...2,5	7...4
	mediocre	3...2	6...3
	grele	2...1,5	3,5...2
Cuplare în sarcină	bune	—	2 ... 1
	mediocre	—	1,5...0,5
	grele	—	1 ... 0,3

Tabela 15.4

Valori admisibile pentru p_a și τ_{af} la calculul știfturilor

Materialul	OL 38	OL 60	OL 70	Oțel turnat	Fontă
p_a, τ_{af}					
p_a	1 000	1 500	1 000	825	675
τ_{af}	550	850	1 000	—	—

Tabela 15.5

Formule pentru calculul arcurilor lamelare

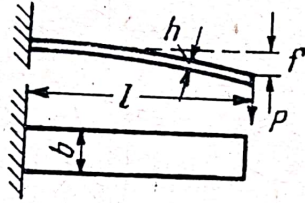
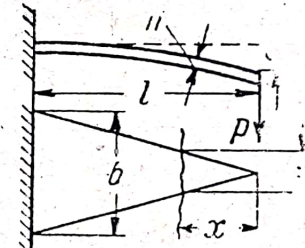
Tipul de arc	Figura	Forța maximă	Săgeata
Drepunghiular		$P = \frac{bh^2}{6} \cdot \frac{\sigma_{ai}}{l}$	$f = \frac{Pl^3}{3EI}$
Triunghiular		$P = \frac{bh^2}{6} \cdot \frac{\sigma_{ai}}{l}$	$f = \frac{Pl^3}{2EI}$

Tabela 15.6

Formule pentru calculul arcelor elicoidale conice

Secțiune circulară (fig. 15, m')	Secțiune drepunghiulară (fig. 15, m'')
$F = \frac{\pi d^3}{16} \cdot \frac{\tau_t}{R_2}$	$F = 0,222 b^2 h \frac{\tau_t}{R_2}$
$f = \frac{16 n F}{G d^4} (R_1 + R_2) (R_1^2 + R_2^2)$	$f = 1,57 \psi_0 n \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} (R_1 + R_2) (R_1^2 + R_2^2)$

Tabela 16.1

Valorile coeficientului k pentru calculul arborilor solicitați la răsucire

τ_{at}	k
120	14,4
200	12,1
300	10,7
400	9,7

Tabela 16.2

Presiuni admisibile pentru calculul fusurilor

Specificare	p kgf/cm ²
Oțel de creuzet călit — oțel călit	150—250
Oțel-carbon — oțel-carbon	130—200
Oțel de creuzet, călit-bronz sau metal alb	90—150
Oțel-carbon — bronz	60—90
Oțel moale-bronz	30—50
Oțel moale-fontă	15—25
Fontă-bronz	20—30
Oțel moale-lemn special	25

Tabela 16.3

Valori admisibile pentru L_s și W

Specificare	L_s kgfm $\times$ s ⁻¹ $\times$ cm ⁻²	W kgfm $\times$ s ⁻¹ $\times$ cm ⁻²
Răcire normală a fusului (în aer)	0,5—1,25	—
Răcire cu apă	2,5	—
Funcționare la viteze mari	4,0—5,0	—
Fusurile de la manivelele mașinilor cu abur	1,25	37 000
Fusurile maneton ale arborilor cotiți	2,0—3,0	90 000
Fusurile palier ale arborilor cotiți	0,5—0,7	15 000
Fusurile osiilor la vagoanele de persoane	5,0	150 000

Tabela 16.4

Valorile coeficientului γ pentru calculul fusului cilindric

n_1	0	100	200	350	500	800	1 200
γ	1,5	1,8	2,0	2,5	3	4	

Tabela 16.5

Valorile admisibile pentru presiuni specifice

Materiale	p_a kgf/cm ²
Oțel pe fontă	20 – 25
Oțel pe bronz	40 – 50
Oțel pe compoziție	50 – 60
Oțel călit pe bronz	75 – 80
Oțel călit pe compoziție	80 – 90
Oțel călit pe oțel	120 – 150

Tabela 16.6

Valorile admisibile ale caracteristicii p_v

Condiții de lucru	p_v kgfm/cm ² s
Pivoți de turbine hidraulice	20
Pivoți de turbine hidraulice cu răcire artificială	80
Pivoți de turbine cu abur	20
Pivoți canelați de turbine navale	80
Pivoți canelați de importanță secundară	4 – 12
Pivoți segmentați cu răcire specială	1 000

Tabela 16.7

Valori admisibile ale coeficientului W

Condiții de lucru	W
Obișnuite	40 000
Bune	60 000
Răcire artificială și ungere sub presiune	125 000

Tabela 16.8

Valori pentru p_a și p_v la calculul lagărelor radiale

Materialul cuzinetului	Materialul fusului			
	Oțel călit		Oțel necălit	
	p_a kgf/cm ²	$(p_v)_{max}$ kgfm/cm ² ·s	p_a kgf/cm ²	$(p_v)_{max}$ kgfm/cm ² ·s
Fontă	—	—	25	—
Bronz	80	75—100	50	50—60
Compoziție pentru lagăre	90	150	60	100
Metalo-ceramice	20	—	—	—

Tabela 16.9

Valorile lui $(p_v)_{max}$ pentru calculul crapodinelor

Specificație	$(p_v)_{max}$
Crapodine cu caneluri	4—12
Crapodine obișnuite, în funcție de răcire	20—80
Crapodine cu saboți cu răcire bună	peste 100

Tabela 16.10

Valorile coeficientului γ pentru
alegerea rulmenților

Tipul de rulmenți	γ
Rulmenți radiali cu bile, cu un singur rând de bile	1,5
Rulmenți oscilanți cu bile	3,5
Rulmenți oscilanți cu bile, seria ușoară pentru arbori cu $d \geq 4,5$ mm	5
Rulmenți oscilanți cu bile, seria mijlocie	4
Rulmenți oscilanți cu bile, seria mijlocie tip larg	3
Rulmenți cu role butoi, os- cilanți	3
Rulmenți radiali axiali, cu un singur rând de bile	0,74
Rulmenți cu role conice	1,3

Tabela 16.11

Valorile coeficientului k_s pentru
alegerea rulmenților

Caracterul sarcinii	k_s
Sarcină permanentă și li- niștită	1
Sarcină cu șocuri slabe	1,5
Sarcină cu șocuri impor- tante sau vibrații	2
Sarcină cu șocuri puternice	3

Tabela 16.12

Valorile coeficientului k_t pentru alegerea rulmenților

Specificație	k_t
Inelul interior-mobil, inelul exterior-fix	1
Inelul interior-fix, inelul exterior-mobil	1,1
Rulmenți oscilanți	1,45

Tabela 16.13

Numărul șuruburilor și diametrul lor pentru cuplajele manșon din două bucăți

Diametrul arborelui d	Numărul șuruburilor n	Diametrul șuruburilor d_s
Până la 50 mm	6	$0,2 d + 10$ mm
Peste 50 mm	8	$0,15 d + 15$ mm

Tabela 16.14

Formule pentru calculul ambreiajelor

Nr.	Ambreiajul	Momentul transmis M_t kgf·cm	Date constructive
1	Ambreiaj plan	$M_t = \frac{2}{\beta} \pi R_m^2 b p_a \mu$	$r = (0,55 \dots 0,8) R$
2	Ambreiaj conic	$M_t = \frac{2}{\beta} \pi R_m^2 b p_a \mu \sin \alpha$	$R_m = (3 \dots 5) d$ $\alpha = 10^\circ \dots 15^\circ$
3	Ambreiaj cu lamele multiple	$M_t = \frac{\pi}{2\beta} (R^2 - r^2)(R + r) i p_a \mu$	$r = (0,6 \dots 0,8) R$

Tabela 16.15

Valori pentru coeficientul de frecare μ și presiunea specifică admisibilă p_a la calculul ambreiajelor

Materialul suprafețelor		Coeficientul de frecare μ	Presiunea specifică admisibilă p_a kgf/cm ²	
			Ambreiaj cu lamele	Ambreiaje conice și cilindrice
Cu ungere	Oțel călit pe oțel călit	0,06	6—8	—
Cu ungere	Fontă pe fontă sau pe oțel călit	0,08	6—8	10
Fără ungere	Azbest presat sau ferodou pe oțel sau fontă	0,3	2—2,5	3
	Fontă pe fontă sau pe oțel călit	0,15	2,5—3	3

Tabela 16.16

Valorile coeficientului de alunecare ϵ pentru calculul curelelor

Specificație	ϵ
Curele de piele	0,015
Curele de textile simple și cauciucate	0,010
Curele textile funcționând la viteze mari	0,005

Tabela 16.17

Valorile efortului unitar în curea σ_i datorit încovoierii pe roată

Materialul curelei	$\frac{\delta}{D}$	$\frac{1}{150}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{25}$
Piele	0	1	1,8	3	4	5,6	6,6	10	
Păr de cămilă	0	1	1,8	3	4	5,6	6,6	10	
Bumbac	—	0	3,9	10,3	16,2	27,2	32,1	71,2	

Tabela 16.18

Formule aproximative pentru calculul elementelor geometrice α_1 și L ale unei transmisii

Transmisia	α_1	L
Curea paralelă	$180^\circ - 60^\circ \frac{D_2 - D_1}{A}$	$2A + 1,57(D_1 + D_2) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A}$
Curea încrucișată	$180^\circ + 60^\circ \frac{D_1 + D_2}{A}$	$2A + 1,57(D_1 + D_2) + \frac{(D_1 + D_2)^2}{4A}$

Tabela 16.19

Valorile rezistenței admisibile σ_a pentru cabluri

Cablul	σ_a kgf·cm ²
Vechi	50—60
Nou	100—120

Tabela 16.20

Valorile coeficientului c pentru cabluri

Cablul	c
În general	5—10
Cablu de macara	6—7
Cablu pentru ascensor de mărfuri	8—18
Cablu pentru ascensor de persoane	12—24

Tabela 16.21

Valorile rezistenței admisibile σ_a pentru lanțuri cu zale ovale

Specificație	σ_a kgf/cm ²
Lanțuri folosite rar și acționate manual	600
Lanțuri folosite intens, acționate manual	400
Lanțuri acționate mecanic și cu șocuri	300

Tabela 16.22

Valorile pentru coeficientul de frecare μ și presiunea specifică q pentru calculul roților de fricțiune cilindrice

Materiale în contact	μ	q kgf/cm ²
Oțel pe oțel	0,05...0,10	150 ...200
Oțel pe fontă	0,05...0,10	—
Fontă pe fontă	0,10...0,15	105 ...135
Fontă pe piele	0,15...0,30	15 ... 25
Fontă pe lemn	0,20...0,40	2,5... 5
Lemn pe lemn	0,30...0,50	—

Tabela 16.23

Valori pentru jocul de flancuri j la calculul angrenajelor

Roți cu dinți turnați	$\frac{1}{20} p$
Roți cu dinți frezați	$\frac{1}{40} p$
Roți cu dinți rectificați	$\frac{1}{20} p$

Tabela 16.24

Valorile pentru coeficientul c la calculul roților cilindrice cu dinți drepecți

Materialul	Viteza periferică m/s	$\leq 0,25$	1	5	10	20
Lemn de fag	14	13	10	8	—	—
Fontă, piele	28	27	20	15	10	10
Oțel turnat	56	54	40	30	20	20
Oțel forjat	84	81	60	45	30	30
Oțel special Ni-Si-Mn	140	135	100	75	50	50
Oțel special Cr-Ni-Mo	280	270	200	150	100	100

Tabela 16.25

Valori pentru coeficientul c la calculul angrenajelor cu șurub-mele

Material		c kgf/cm ²
Melc	Roată	
fontă	fontă	15...30
oțel	fontă	25...40
oțel	bronz fosforos	35...50

Tabela 16.26

Valorile unghiului α° pentru calculul roților dințate conice

α°	20°	15°
$z'_1 \min$	17	25

Tabela 17.1

Rezistențe admisibile pentru țevi și tuburi

Fontă : $\sigma_a = 2,5 \text{ kgf/mm}^2$			
Oțel turnat : $\sigma_a \leq 6 \text{ kgf/mm}^2$			
oțel laminat cu σ_r , în kgf/mm ²	σ_a , în kgf/mm ²		
	120°C (apă)	300°C (gaz și abur)	400°C (abur supraîncălzit)
34...42	8	6,4	5
42...55	10	8	6,4

Tabela 17.2

Valorile mărimilor σ_i și φ pentru calculul flanșelor

Materialul	σ_i , în kgf/mm ²	φ
Fontă	3,75	$1 + \frac{p}{150}$
OL 45 STAS 600-49	7,5	$1 + \frac{p}{500}$
OL 38 STAS 500-49	8	$1 + \frac{p}{700}$
OL 42 STAS 500-49	10	

Tabela 17.3

Valori standardizate pentru diametrul nominal al fittingurilor

D_n , în țoli	p , în kgf/cm ²
1/4–2	25
2 1/2–4	16

Tabela 17.4

Fitinguri standardizate pentru presiuni și temperaturi înalte

p , în kgf/cm ²	STAS
Până la 25	STAS 1302–50 filet STAS 402–49
De la 25 la 100	STAS 1302–50 filet STAS 716–49

Tabela 17.5

Valori pentru σ_a

Materialul	σ_a , în kgf/cm ²
Bronz	200
Bronz fosforos	250
Oțel moale	400
Oțel tare	600

B. TABELE GENERALE

Tabela 1

Numere și mărimi întâlnite frecvent în calcule

π	3,14159	$\lg e$	0,434
1 rad = 180° :	57,296°	$\ln 10$	2,303
π^2	9,870	$\sin 30^\circ$	0,500
g	9,81 m/s ²	$\sin 45^\circ$	0,707
e	2,718	$\sin 60^\circ$	0,866

Tabela 2

Greutățile specifice ale unor materiale curent utilizate

Material	kgf/dm ³
Oțel	7,85
Fontă	7,25
Cupru	8,9
Aluminiu	2,56—2,75
Lemn de brad	0,45
Lemn de stejar	0,69
Căramidă	1,8—2,1
Beton	2,2

Tabela 3

Modulul de elasticitate (valori medii)

Nr. crt.	Denumirea materialului	Modul de elasticitate	
		longitudinal E kgf/cm ²	transversal G kgf/cm ²
1	Oțel	2 100 000	810 000
2	Fontă	1 200 000	450 000
3	Cupru laminat	1 200 000	490 000
4	Bronz	1 150 000	420 000
5	Alamă laminată	950 000	360 000
6	Aluminiu	680 000	250 000
7	Duralaminiu	720 000	270 000
8	Plumb	170 000	70 000
9	Lemn în lungul fibrelor	100 000	4 500
10	Lemn perpendicular pe fibre	10 000	4 500
11	Sticlă	490 000	210 000
12	Cauciuc	60	—
13	Curele de piele	2 000	—
14	Beton	140 000—210 000	—
15	Zidărie de piatră	60 000	—
16	Zidărie de cărămidă	30 000	—

Tabela 4

Coeficienți de dilatare liniară

Materialul	α (grd ⁻¹)
Oțel, oțel turnat, fontă	$(11-13) \times 10^{-6}$
Cupru	17×10^{-6}
Bronz	18×10^{-6}
Alamă	19×10^{-6}
Aluminiu	24×10^{-6}

Tabela 5

Rezistențe admisibile pentru oțel în construcții civile și industriale
(după STAS 763-49)

Felul solicitării	Simbol	Rezistențe admisibile, în kgf/cm²			
		$\frac{\sigma_a}{\sigma_{at}}$ $\frac{\tau_a}{\tau_{at}}$	Ipoteza de încărcare		
			I	II	
A. Elemente de construcții civile și industriale din OL 38					
Întindere Compresiune Încovoiere	σ_{at} σ_{ac} σ_{at}	1	1 400	1 600	
Lunecare Lunecare în inimă	τ_a τ_a	0,8 0,6	1 120 840	1 280 960	
Presiune în punctul sau linia de contact			6 500	7 500	
B. Nituri din OL 34 și buloane (șuruburi) din OL 38					
Felul îmbinării	Felul solicitării	Simbol	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{at}}$ $\frac{\tau_a}{\tau_{at}}$	I	II
Îmbinări nituite	Forfecare	τ_a	0,8	1 120	1 280
	Presiune pe gaură	σ_{ag}	2	2 800	3 200
	Întindere în tijă	σ_{at}	0,3	420	480
Îmbinări cu buloa- ne păsuite	Forfecare	τ_a	0,8	1 120	1 280
	Presiune pe gaură	σ_{ag}	2	2 800	3 200
	Întindere	σ_{at}		1 000	1 100
Îmbinări cu buloa- ne brute	Forfecare	τ_a	0,7	980	1 120
	Presiune pe gaură	σ_{ag}		1 600	1 800
	Întindere	σ_{at}		1 000	1 100
Buloane de anco- rare și tiranți	Întindere	σ_{at}		1 000	1 200

Tabela 6

Rezistențe admisibile ale sudurilor pentru piese din OL 38
(după STAS 765—49)

Felul sudurii	Natura solicitării	σ_{as}/σ_a sau τ_{as}/τ_a	Rezistența admisibilă kgf/cm ² Ipoteza de încărcare (STAS 763—49)	
			I	II
Sudură cap la cap	Întindere	0,80	1 120	1 280
	Compresiune	1,00	1 400	1 600
	Încovoiere	0,85	1 190	1 360
	Forfecare	0,65	910	1 040
Sudură de colț	Orice fel de soli- citare	0,65	910	1 040

Tabela 7

Rezistențe admisibile pentru lemn de brad în construcții
(Extras din STAS 858—49)

Felul solicitării	Simbol	Rezistențe admisibile la construcții kgf/cm ²	
		Definitive	Provizorii și auxiliare
Încovoiere	σ_{at}	100	120
Întindere în lungul fibrelor	σ_{at}	70	85
Compresiuni în lungul fibrelor	σ_{ac}	100	120
Strivire în lungul fibrelor	σ_{as}	100	120
Compresiune normală pe fibre	$\sigma_{ac\perp}$	15	18
Forfecare în lungul fibrelor pro- venind din încovoiere	τ_{ai}	20	24
Forfecare în plan normal pe fibre (valoare medie)	$\tau_{a\perp}$	45	55

Pentru secțiuni înclinate, rezistența admisibilă la compresiune se calculează cu formula :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{ac}}{1 + \left(\frac{\sigma_{ac}}{\sigma_{a\perp}} - 1 \right) \sin^3 \alpha.}$$

Unghiul α este unghiul dintre direcția fibrelor și direcția efortului.

Tabela 8

Diametrele niturilor în funcție de grosimea tablelor de strîns
(după STAS 763—49)
Dimensiuni, în mm

Diametrul găurii de nit	10,5	14	17	20	23	26	29
Grosimea celei mai subțiri piese din pachet	pînă la 5	5—9	7—11	10—14	13—19	peste 20	

Tabela 9

Diametre normale

În STAS 75—49 se dă seria diametrelor normale, pentru diferite utilizări.
Dintre acestea se recomandă în special utilizarea următoarelor diametre :

Dimensiuni, în mm

1	10	30	50	90	160	300
1,5	12	32	55	95	170	320
2	15	35	60	100	180	350
3	18	38	65	110	190	380
4	20	40	70	120	200	400
5	22	42	75	130	220	420
6	25	45	80	140	250	450
8	28	48	85	150	280	480
						500

Momente de inerție și module de rezistență pentru secțiuni simple

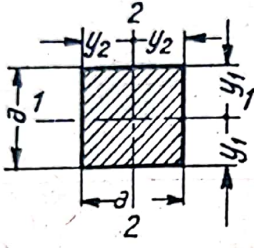
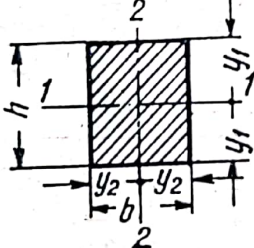
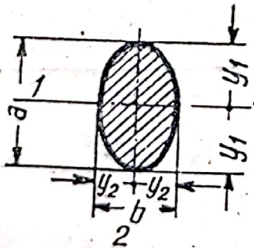
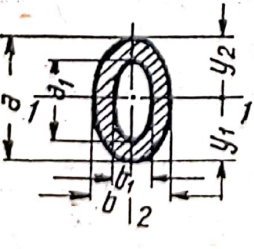
Nr. crt.	Forma, dimensiunile și axele secțiunii (axele notate cu 1-1 și 2-2 trec prin centrul de greutate)	Momentele de inerție I_1 și I_2 și modulele de rezistență W_1 și W_2 $W_1 = \frac{I_1}{\gamma_{1 \max}}; W_2 = \frac{I_2}{\gamma_{2 \max}}$
1	2	3
1	 <i>Pătrat</i>	$I_1 = I_2 = \frac{a^4}{12}; \quad W_1 = W_2 = \frac{a^3}{6}$
2	 <i>Dreptunghi</i>	$I_1 = \frac{bh^3}{12}; \quad I_2 = \frac{hb^3}{12}$ $W_1 = \frac{bh^2}{6}; \quad W_2 = \frac{hb^2}{6}$
3	 <i>Elipsă</i>	$I_1 = \frac{\pi a^3 b}{64}; \quad I_2 = \frac{\pi a b^3}{64}$ $W_1 = \frac{\pi a^2 b}{32}; \quad W_2 = \frac{\pi a b^2}{32}$
4	 <i>Coroană eliptică</i>	$I_1 = \frac{\pi}{64} (a^3 b - a_1^3 b_1);$ $I_2 = \frac{\pi}{64} (b^3 a - b_1^3 a_1);$ $W_1 = \frac{\pi}{32a} (a^3 b - a_1^3 b_1);$ $W_2 = \frac{\pi}{32b} (a b^3 - a_1 b_1^3);$

Tabela 10 (continuare)

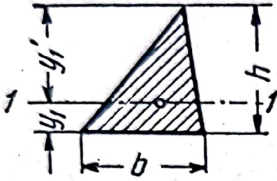
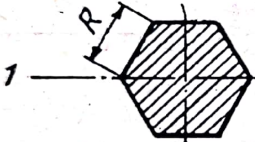
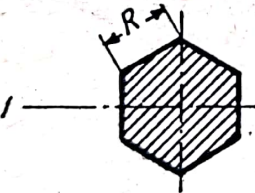
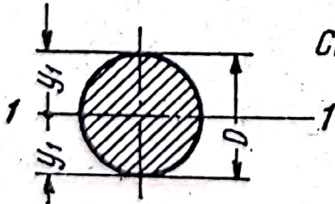
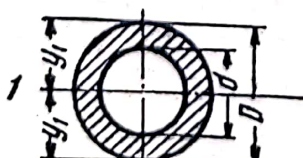
Nr. crt.	Forma, dimensiunile și axele secțiunii (axele notate cu 1-1 și 2-2 trec prin centrul de greutate)	Momentele de inerție I_1 și I_2 și modulele de rezistență W_1 și W_2 $W_1 = \frac{I_1}{y_{1max}}; W_2 = \frac{I_2}{y_{2max}}$
1	2	3
5	 <i>Triunghi</i>	$I_1 = \frac{bh^3}{36}$ $W_1 = \frac{bh^2}{12}; W_2 = \frac{bh^2}{24}$
6	 <i>Exagon</i>	$I_1 = \frac{5\sqrt{3}}{16} R^4 = I_2; W_1 = \frac{5}{8} R^3$
7	 <i>Exagon</i>	$I_1 = \frac{5\sqrt{3}}{16} R^4 = I_2;$ $W_1 = 0,541 3 R^3$
8	 <i>Cerc</i>	$I_1 = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05 d^4$ $W_1 = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$
9	 <i>Coroană circulară</i>	$\alpha = \frac{d}{D}, I_1 = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4)$ $W_1 = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4)$

Tabela 10 (continuare)

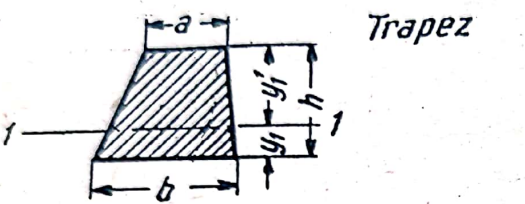
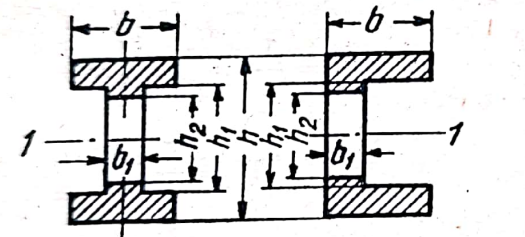
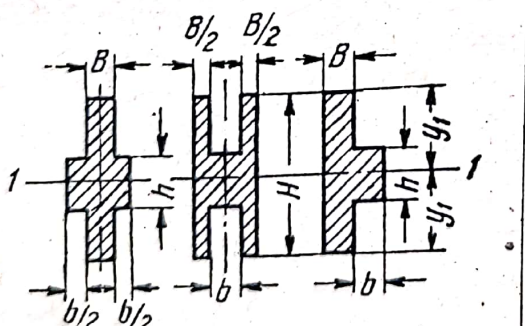
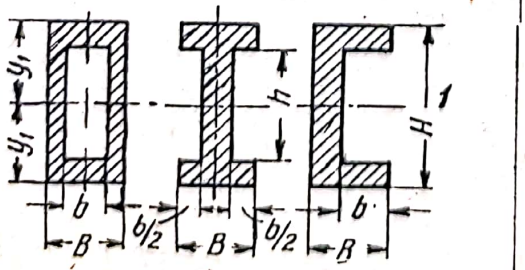
Nr. crt.	Forma, dimensiunile și axele secțiunii (axele notate 1-1 și 2-2 trec prin centrul de greutate)	Momentele de inerție I_1 și I_2 și modulele de rezistență W_1 și W_2 $W_1 = \frac{I_1}{y_{1max}}; W_2 = \frac{I_2}{y_{2max}}$
1	2	3
10		$I_1 = \frac{h^3(b^2 + 4bb' + b'^2)}{36(b + b')}$ $W_1 = \frac{I_1}{y_1}; W_1' = \frac{I_1}{y_1'}$
11		$I_1 = \frac{b(h^3 - h_1^3) + b_1(h_1^3 - h_2^3)}{12}$ $W_1 = \frac{b(h^3 - h_1^3) + b_1(h_1^3 - h_2^3)}{6h}$
12		$I_1 = \frac{BH^3 + bh^3}{12}$ $W_1 = \frac{BH^3 + bh^3}{6H}$
13		$I_1 = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$ $W_1 = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$

Tabela 10 (continuare)

Nr. crt.	Forma, dimensiunile și axele secțiunii (axele notate 1-1 și 2-2 trec prin centrul de greutate)	Momentele de inerție I_1 și I_2 și modulele de rezistență W_1 și W_2 $W_1 = \frac{I_1}{y_{1 \max}}; W_2 = \frac{I_2}{y_{2 \max}}$
1	2	3
14		$I_1 = \frac{1}{3} (By_1^3 - bh^3 + ay_1^3)$ $W_1 = \frac{I_1}{y_1}; W'_1 = \frac{I_1}{y'_1}$
15		$I_1 = \frac{1}{3} (By_1^3 - B_1 h^3 + by_1^3 - b_1 h_1^3)$ $W_1 = \frac{I_1}{y_1}; W'_1 = \frac{I_1}{y'_1}$
16	<i>Semicerc</i>	$I_1 = 0,00686 d^4$ $I_2 = \frac{\pi d^4}{128} \approx 0,025 d^4$
17	<i>Coroană semicirculară</i>	$I_1 = 0,00686(D^4 - d^4) - \frac{0,0177 D^2 d^2 (D - d)}{D + d}$ sau la coroană subțire : $I_1 = 0,038 t d_1^3$

Coefficienți de flambaj ϕ pentru OL 38
(după STAS 764-49)

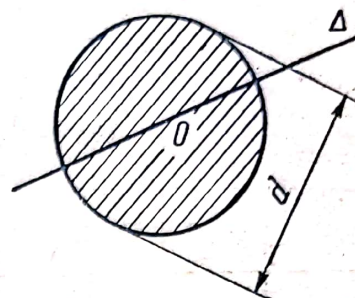
Tabela 13

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
20	1,000	1,996	0,991	0,986	0,981	0,976	0,971	0,967	0,962	0,957
30	0,953	0,948	0,944	0,939	0,935	0,931	0,926	0,921	0,916	0,912
40	0,907	0,902	0,898	0,894	0,889	0,884	0,879	0,875	0,871	0,866
50	0,862	0,857	0,853	0,849	0,844	0,840	0,835	0,830	0,825	0,821
60	0,817	0,812	0,807	0,803	0,798	0,794	0,789	0,785	0,780	0,775
70	0,771	0,766	0,761	0,757	0,752	0,748	0,743	0,738	0,733	0,728
80	0,723	0,718	0,713	0,708	0,703	0,698	0,693	0,688	0,683	0,677
90	0,672	0,666	0,661	0,655	0,649	0,643	0,637	0,631	0,624	0,617
100	0,610	0,602	0,593	0,583	0,572	0,561	0,550	0,539	0,528	0,519
110	0,510	0,501	0,491	0,483	0,474	0,466	0,458	0,451	0,444	0,436
120	0,428	0,421	0,414	0,407	0,401	0,395	0,389	0,383	0,377	0,371
130	0,365	0,359	0,354	0,349	0,344	0,339	0,334	0,329	0,324	0,319
140	0,314	0,310	0,307	0,302	0,297	0,293	0,289	0,285	0,281	0,278
150	0,274	0,271	0,267	0,264	0,260	0,257	0,254	0,250	0,247	0,244
160	0,240	0,238	0,235	0,232	0,229	0,226	0,224	0,221	0,218	0,216
170	0,213	0,211	0,208	0,206	0,204	0,201	0,199	0,197	0,195	0,193
180	0,190	0,188	0,186	0,184	0,182	0,180	0,178	0,176	0,174	0,172
190	0,170	0,168	0,167	0,165	0,163	0,161	0,160	0,158	0,157	0,155
200	0,154	0,152	0,151	0,150	0,148	0,147	0,145	0,143	0,142	0,141
210	0,140	0,138	0,137	0,135	0,134	0,133	0,132	0,130	0,129	0,128
220	0,127	0,126	0,125	0,124	0,122	0,121	0,120	0,119	0,118	0,117
230	0,116	0,115	0,114	0,113	0,112	0,111	0,110	0,109	0,108	0,107
240	0,107	0,106	0,105	0,104	0,103	0,102	0,102	0,101	0,100	0,099
250	0,098	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Tabela 14

Coefficienți de flambaj φ pentru lemn și fontă

λ	Lemn	Fontă	λ	Lemn	Fontă
0	1	1	80	0,48	0,26
10	0,99	0,97	90	0,38	0,20
20	0,97	0,91	100	0,30	0,16
30	0,93	0,81	110	0,25	—
40	0,87	0,69	120	0,22	—
50	0,80	0,57	130	0,18	—
60	0,71	0,44	140	0,16	—
70	0,61	0,34	150	0,14	—

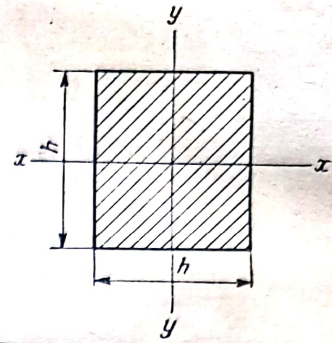


Momentele de inerție și modulele de rezistență
ale secțiunilor circulare

d cm	Moment de inerție axial $I_{\Delta} = \frac{\pi d^4}{64}$ cm ⁴	Modul de rezistență		d cm	Moment de inerție axial $I_{\Delta} = \frac{\pi d^4}{64}$ cm ⁴	Modul de rezistență	
		la încovoiere $W = \Delta \frac{\pi d^3}{32}$ cm ³	polar $W_0 = \frac{\pi d^3}{16}$ cm ³			la încovoiere $W_{\Delta} = \frac{\pi d^3}{32}$ cm ³	polar $W_0 = \frac{\pi d^3}{16}$ cm ³
1	0,0491	0,0982	0,1964	48	260 576	10 857	21 714
2	0,7854	0,7854	1,571	50	306 796	12 272	24 544
3	3,976	2,651	5,302	52	358 908	13 804	27 608
4	12,57	6,283	12,57	54	417 393	15 459	30 918
5	30,68	12,27	24,54	56	482 750	17 241	34 482
6	63,62	21,21	42,42	58	555 497	19 155	38 310
7	117,9	33,67	67,34	60	636 172	21 206	42 412
8	201,1	50,27	100,5	62	725 332	23 398	46 796
9	322,1	71,57	143,1	64	823 550	25 736	51 472
10	490,0	98,17	196,3	66	931 420	28 225	56 450
12	1 018	169,6	339,2	68	1 049 556	30 869	61 738
14	1 886	269,4	538,8	70	1 178 588	33 674	67 348
16	3 217	402,1	804,2	72	1 319 167	36 644	73 288
18	5 153	572,6	1 145	74	1 471 963	39 783	79 566
20	7 854	785,4	1 471	76	1 637 662	43 096	86 192
22	11 499	1 045	2 090	78	1 816 972	46 589	93 178
24	16 286	1 357	2 714	80	2 010 619	50 265	100 530
26	22 432	1 726	3 452	82	2 219 347	54 130	108 260
28	30 172	2 155	4 310	84	2 443 920	58 189	116 378
30	39 761	2 651	5 302	86	2 685 120	61 445	124 890
32	51 472	3 217	6 434	88	2 943 748	66 903	133 806
34	65 597	3 859	7 718	90	3 220 623	71 569	143 138
36	82 448	4 580	9 160	92	3 516 586	76 448	152 896
38	102 354	5 387	10 774	94	3 832 492	81 542	163 084
40	125 664	6 283	12 566	96	4 169 220	86 859	173 718
42	152 745	7 274	14 548	98	4 527 664	92 401	184 802
44	183 984	8 363	16 726	100	4 908 738	98 175	196 350
46	219 787	9 556	19 112				

Tabela 20

Momentele de inerție și modulele
de rezistență ale secțiunilor dreptunghiulare
(pentru materialul lemnos standardizat)



Dimensiunile cm		Secțiunea A cm^2	Momente de inerție cm^4		Modulele de rezistență cm^3	
h	b		I_x	I_y	W_x	W_y
1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	0,0833	0,0833	0,1667	0,1667
	1	2	0,6667	0,1667	0,6667	0,3333
2	2	4	1,3333	1,3333	1,3333	1,3333
	2	6	4,5000	2,0000	3,0000	2,0000
3	3	9	6,7500	6,7500	4,5000	4,5000
	2	8	10,667	2,6667	5,3333	2,6667
4	3	12	16,000	9,0000	8,0000	6,0000
	4	16	21,333	21,333	10,667	10,667
	2	10	20,833	3,3333	8,3333	3,3333
5	3	15	31,250	11,250	12,500	7,5000
	5	25	52,083	52,083	20,833	20,833
	4	24	72,000	32,000	24,000	16,000
6	6	36	108,00	108,00	36,000	36,000
7	5	35	142,92	72,917	40,833	29,167
	7	49	200,08	200,08	57,167	57,167
	6	48	256,00	144,00	64,000	48,000
8	8	64	341,33	341,33	85,333	85,333
9	7	63	425,25	257,25	94,500	73,500
	8	80	666,67	426,67	133,33	106,67
10	10	100	833,33	833,33	166,67	166,67
	10	120	1 440,0	1 000,0	240,00	200,00
12	12	144	1 728,0	1 728,0	288,00	288,00
	10	150	2 812,5	1 250,0	375,00	250,00
15	12	180	3 375,0	2 160,0	450,00	360,00
	15	225	4 218,8	4 218,8	562,50	562,50
	10	190	5 715,8	1 583,3	601,67	316,67
	12	228	6 859,0	2 736,0	722,00	456,00
19	15	285	8 573,7	5 343,8	902,50	712,50
	19	361	10 860	10 860	1 143,2	1 143,2
	15	375	19 531	7 031,3	1 562,5	937,50
25	19	475	24 740	14 290	1 979,2	1 504,2
	25	625	32 552	32 552	2 604,2	2 604,2
	15	450	33 750	8 437,5	2 250,0	1 125,0
	19	570	42 750	17 148	2 850,0	1 805,0
30	25	750	26 250	39 063	3 750,0	3 125,0
	30	900	67 500	67 500	4 500,0	4 500,0
35	25	875	89 323	45 573	5 104,2	3 645,8
	30	1 050	107 188	78 750	6 125,0	5 250,0
	35	1 225	125 052	125 052	7 145,8	7 145,8

Tabela 21

Valori pentru factorul k_1

Mate- rialul	Felul de prelucrare și destinația pieselor		Felul solicitării	Caracteristici ale materialului		Factorul k_1
1	2		3	4		5
Oțel forjat	Piese obișnuite, control obișnuit, tensiuni interne normale prelucrare prin forjare		Solicitări statice	Raportul $\frac{\sigma_c}{\sigma_r} =$	0,5 0,6 0,7 0,8 0,9	1,4 1,5 1,6 1,7 1,8
	Piese forjate mari, compli- cate, cu dia- metrul d , în mm	200 — 500		Se iau valorile de mai sus ale lui k cu sporul de :		5...10%
		700				15%
	Oțeluri care preiau in- suficient și neuniform tratamentul termic					5...10%
	Piese de răspundere, ten- siuni interne mari					5...10%
	Mașini ușoare, tratamente îngrijite, control atent, sarcini bine evaluate, ten- siuni interne mici		Solicitări statice prin sarcini în- tîmplătoare	Oțel carbon sau aliat	1,3...1,4	
					1,2 ... 1,25 chiar 1,1	
	Piese bine prelucrate, tra- tate cu luarea în consi- derație justă a factori- lor de concentrări, coro- ziune etc.				A 1,5...1,7	
	Arbori cu dia- metrul d_1 , în mm	≤ 300	Solicitări variabile	—	1,5	
		≤ 400		—	1,6	
		≤ 500		—	1,7	
	Construcții de mașini ușoare, tratament de calitate, control atent				—	1,3...1,4

Tabela 21 (continuare)

Mate- rialul	Felul de prelucrare și destinația pieselor		Felul solicitării	Caracteristici ale materialului	Factorul k_1	
1	2		3	4	5	
Oțel forjat	Piese de răspundere deosebită		Solicitări variabile	Valorile de pe rîndul prece- dent cu sporul de :	5...10%	
	Piese foarte importante, a căror rupere poate pro- duce accidente grave			Idem	10...20%	
	Arbori cotiți și alte piese care se forjează greu			Oțel cu 0,5...0,6	Cifrele de la poziția A, cu sporul de :	10%
				Oțeluri cu 80—120 kgf/mm ²		15...25%
	Piese importante			Cînd caracteristi- cile mecanice la oboseală au fost determinate chiar pe piesa reală		1,35
	Piese bine re- coapte, la ma- șini obișnuite	Piese moi, de calitate	Solicitări statice			1,8
Piese dure, obișnuite		2,0				
Oțel turnat	Piese de calita- te foarte bună, structură omo- genă tratate, apropiate cali- tativ de oțelul- forjat	Oțel moale		$\sigma_r = 36...50$ kgf/mm ²	1,4	
		Oțel dur		$\sigma_r = 60$ kgf/mm ²	1,6	
	Construcții obișnuite, control obișnuit.		—	1,8...2,0		
	Construcții ușoare, con- trol obișnuit		—	1,4...1,6		
	Construcții cu condiții speciale de siguranță		Sporuri la fel ca la oțel forjat	—		
Piese mari cu grosime neomogenă, formă compli- cată, tensiuni interne mari		Sporuri față de valorile de mai sus	10...25%			

Tabela 21 (continuare)

Mate- rialul	Felul de prelucrare și destinația pieselor	Felul solicitării	Caracteristici ale materialului	Factorul k_1
1	2	3	4	5
Fontă	La piese obișnuite nu va coborî sub valoarea	Solicitări statice	—	3*
	Piese de fontă cenușie, obișnuită, piese cu forme complexe		—	4* chiar mai mult
	Piese din fontă de calitate	Solicitări variabile simetrice	—	2
	Fontă obișnuită, piese complicate		—	2,5...3
Aliaje de cupru	Alamă și cupru, forjate și matrițate	Solicitări statice	—	1,7...2
	Alamă trasă la rece		—	2...2,2
	Alamă și bronz, turnate, plastice		$\delta \geq 8\%$	2...2,4
	Alamă și bronz, turnate, plastice		$\delta \geq 5\%$	2,4...2,6
	Alamă și bronz, turnate, fragile	Solicitări variabile simetrice	—	2,8...3*
	Bronzuri și alame speciale, de calitate superioară		—	2
	Bronzuri și alame specia- le, de calitate superioară, piese mari		—	≥ 2
	Bronzuri și alame obișnuite		—	2,2...2,7
	Duraluminu, lăutal, al- cled, scleron, forjate și lămate, construcții foarte ușoare	Solicitări statice	—	1,7...2
	Duraluminu, lăutal, al- cled, scleron, forjate și lămate, construcții o- bișnuite		—	2...2,4
	Silumin, piese turnate		—	2,5...3
Aliaje ușoare	Duraluminu, lăutal, al- cled, scleron, forjate și fără concentrări de ten- siuni	Solicitări variabile	—	2
	Silumin, piese turnate		—	2...2,5

* Coeficientul k_1 pentru solicitări statice se referă la limita de curgere, afară de cei notați cu *, care se referă la rezistența de rupere; pentru solicitări variabile se referă la rezistența la oboseală.

Relații pentru deducerea rezistențelor la oboseală a epruvetelor rotunde, lustruite (valori medii)

Tabela 22

$\left. \begin{matrix} \sigma_{ot} \\ \sigma_o \\ \tau_o \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{ciclu pulsator} \\ \text{ciclu alternant} \\ \text{simetric} \end{matrix}$
 $\left. \begin{matrix} \sigma_{-1t} \\ \sigma_{-1} \\ \tau_{-1} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{ciclu pulsator} \\ \text{ciclu alternant} \\ \text{simetric} \end{matrix}$

Material	Tracțiune		Încovoiere		Răsucire	
	σ_{-1t}	σ_{ot}	σ_{-1}	σ_o	τ_{-1}	τ_o
Oțel-carbon	0,315 σ_r sau (0,7...0,8) σ_{-1}	(1,5...1,8) σ_{-1t}	minimum : 0,44 σ_r maximum : 0,53 σ_r ...4,1·10 ⁻⁴ σ_r^2 sau $\frac{\sigma_r + \sigma_c}{4} +$ + 5 kgf/mm ²	(1,6...1,8) σ_{-1}	(0,55...0,58) σ_{-1}	(1,8...2) τ_{-1}
Oțel turnat	0,26 σ_r sau 0,65 σ_{-1}	(1,5...1,8) σ_{-1t}	0,4 σ_r	(1,6...1,8) σ_{-1}	(0,55...0,58) σ_{-1}	(1,8...2) τ_{-1}
Fontă obişnuită	(0,25...0,35) σ_r sau (0,5...0,6) σ_{-1}	(1,5...1,6) σ_{-1t}	(0,4...0,5) σ_r	(1,25...1,6) σ_{-1}	(0,75...0,85) σ_{-1}	(1,2...1,4) τ_{-1}
Fontă maleabilă	0,28 σ_r sau 0,7 σ_{-1}	(1,5...1,8) σ_{-1t}	0,4 σ_r	(1,6...1,8) σ_{-1}	(0,60...0,68) σ_{-1}	(1,8...2) τ_{-1}
Aliaje uşoare	0,7 σ_{-1}	—	(0,25...0,50) σ_r	1,8 σ_{-1}	(0,55...0,58) σ_{-1}	(1,4...2) τ_{-1}
Aliaje de cupru	—	—	(0,25...0,50) σ_r	(1,5...1,6) σ_{-1}	0,58 σ_{-1}	(1,4...2) τ_{-1}

Tabela 23

Valori pentru coeficientul de rezistență (calitate) al cusăturilor sudate, în construcția cazanelor de abur

(după prof. V. A. Dobrovolski)

Felul îmbinării	Valoarea coeficientului φ pentru solicitarea la :	
	tracțiune	compresiune
Cap la cap cu sudură la rădăcină	0,85	1,0
Cap la cap fără completare la rădăcină	0,65	0,80
Cap la cap cu eclisă pe partea rădăcinii	0,80	0,90
Sudură de colț, prin suprapunere, pe o singură parte	Se calculează la forfecare 0,70	
Sudură de colț, prin suprapunere, bilaterală	0,80	

Tabela 24

Valori medii uzuale pentru coeficientul de rezistență, valabile pentru solicitări statice

Felul cusăturii	Felul solicitării	Valoarea coeficientului de rezistență (de calitate) φ	
Cusătură cap la cap	Tracțiune	0,75	Coeficientul se aplică rezistenței admisibile la tracțiune pentru metalul de bază
	Compresiune	0,85	
	Încovoiere	0,80	
	Forfecare	0,65	
Cusătură la colț	Toate solicitările	0,65	

Tabela 25

Rezistențe admisibile pentru suduri uzuale. Valori în kilograme-forță pe milimetru pătrat

(după prof. V. A. Dobrovolski)

σ_a = rezistența admisibilă la tracțiune pentru metalul de bază

Procedeul de sudare	Rezistența de rupere a metalului de bază kgf/mm ²	Rezistențe admisibile pentru cordorul de sudură		
		Sudură cap la cap		Forfecare
		Tracțiune	Compre-siune	
Sudură electrică manuală, cu electrozi metalici (marca sovietică E 34)	≥ 30	$0,6\sigma_a$	$0,75\sigma_a$	$0,5\sigma_a$
Idem, cu electrodul marca E 42; valabil și pentru sudura cu gaze	≥ 38	$0,8\sigma_a$	$0,9\sigma_a$	$0,6\sigma_a$
Sudură automată sub strat de flux și manuală cu electrozi E 42	≥ 42	$0,9\sigma_a$	$1,0\sigma_a$	$0,65\sigma_a$

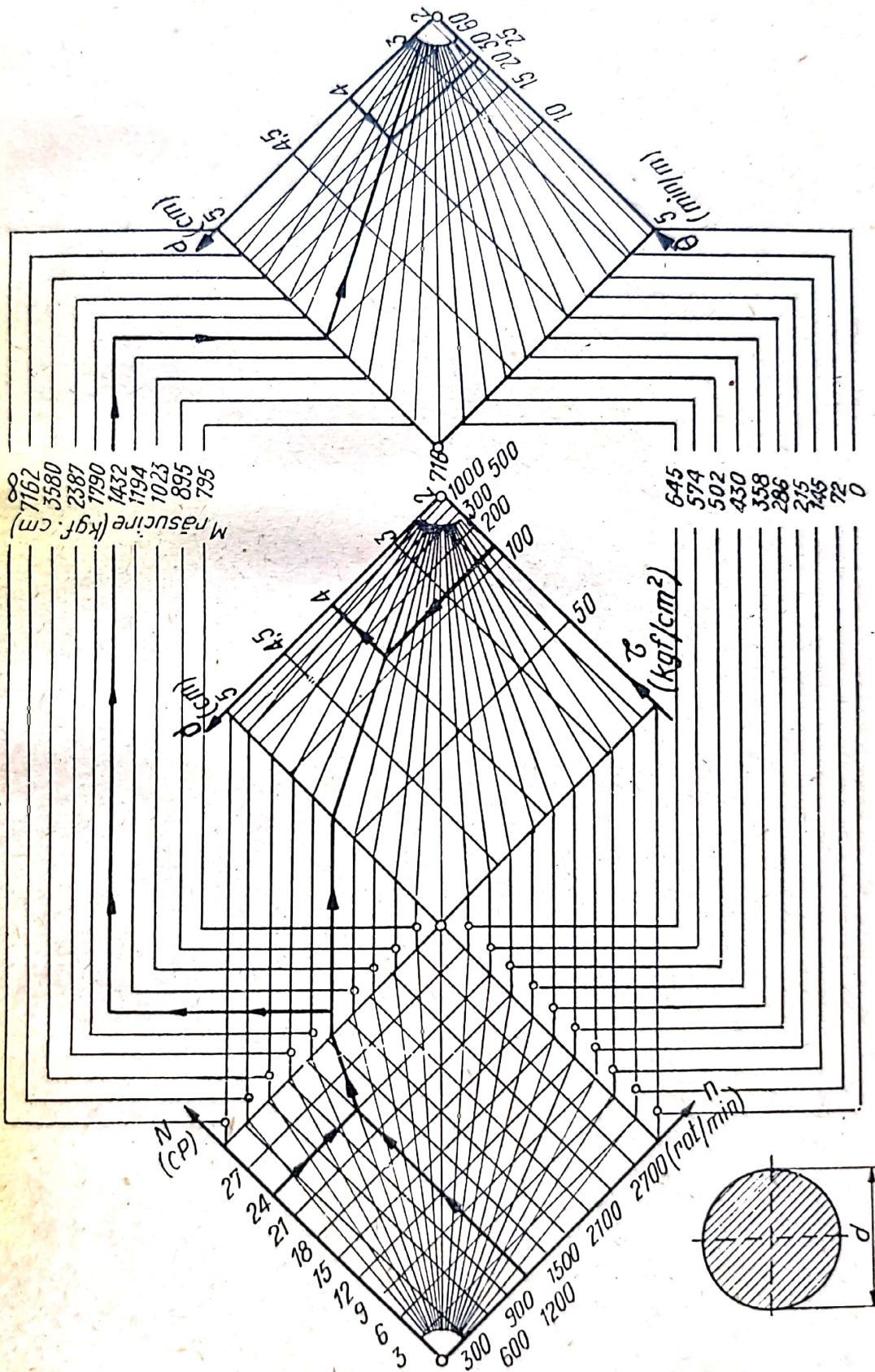
Tabela 26

Valori pentru coeficientul de rezistență (calitate) al cusăturilor sudate în construcția cazanelor de abur

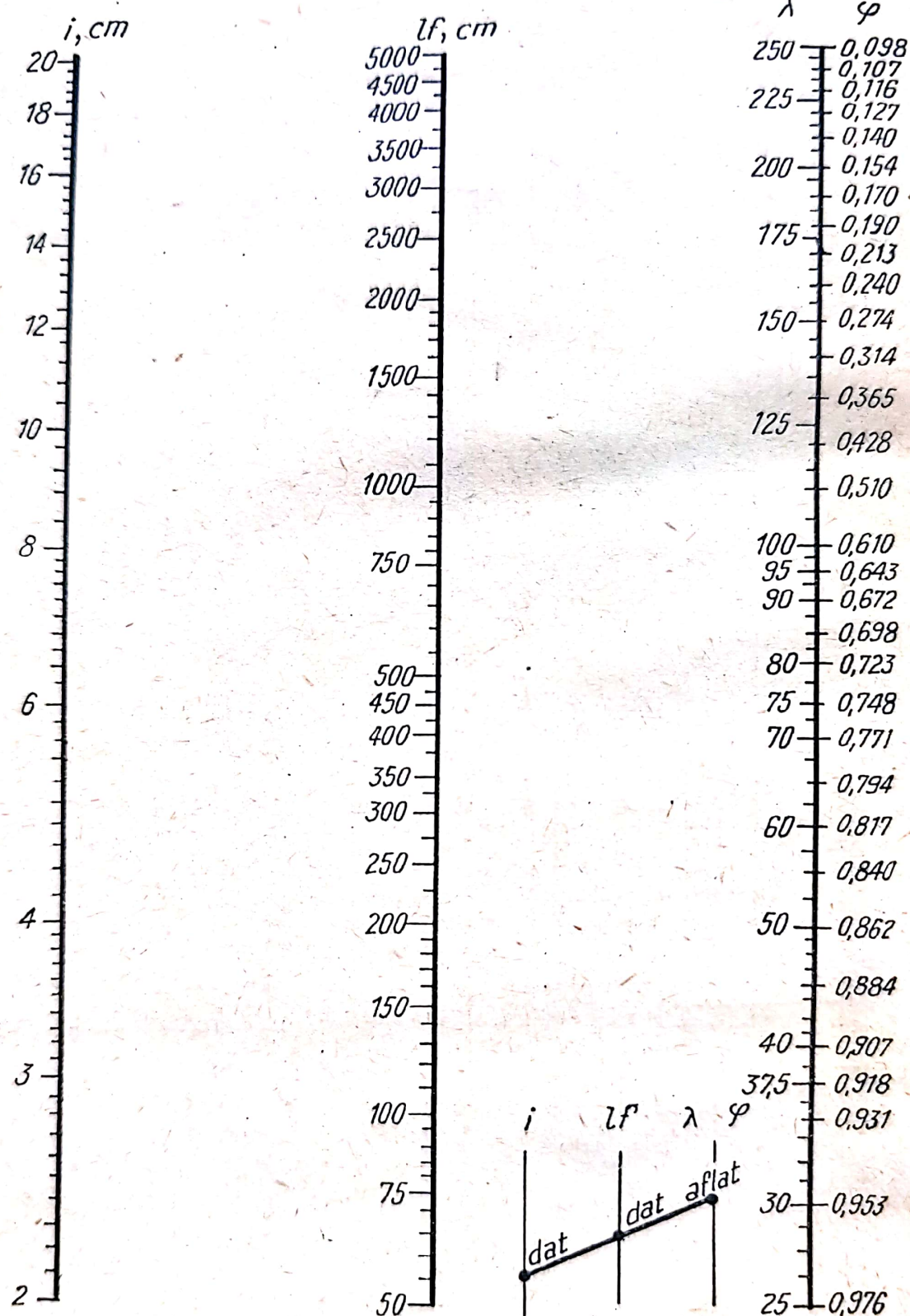
(după indicațiile tehnice pentru cazane de abur și pentru recipienti stabili sub presiune, elaborate de Direcția generală pentru energie, metrologie, standarde și invenții)

	Felul cusăturii	φ
1	Toate felurile de cusături cap la cap executate manual și cu completarea rădăcinii	0,85
2	Îmbinări longitudinale sudate cap la cap prin orice sistem de sudură cu execuția numai dintr-o parte	0,8
3	Cusăturile transversale executate ca la pct. 2	0,8
4	Toate felurile de cusături cap la cap care sînt executate numai dintr-o parte, dar prevăzute la piciorul sudurii cu o plăcuță sau inel aplicat complet pe întregul perimetru al materialului de bază	0,8
5	Îmbinările de colț (T) cu sudare pe ambele părți, la care este asigurată topirea completă a elementelor asamblate	0,85
6	Îmbinările de colț (T) cu muchiile neprelucrate în vederea sudării, la care nu este asigurată topirea completă a elementelor asamblate, precum și la îmbinările petrecute cu cusături pe ambele fețe	0,7

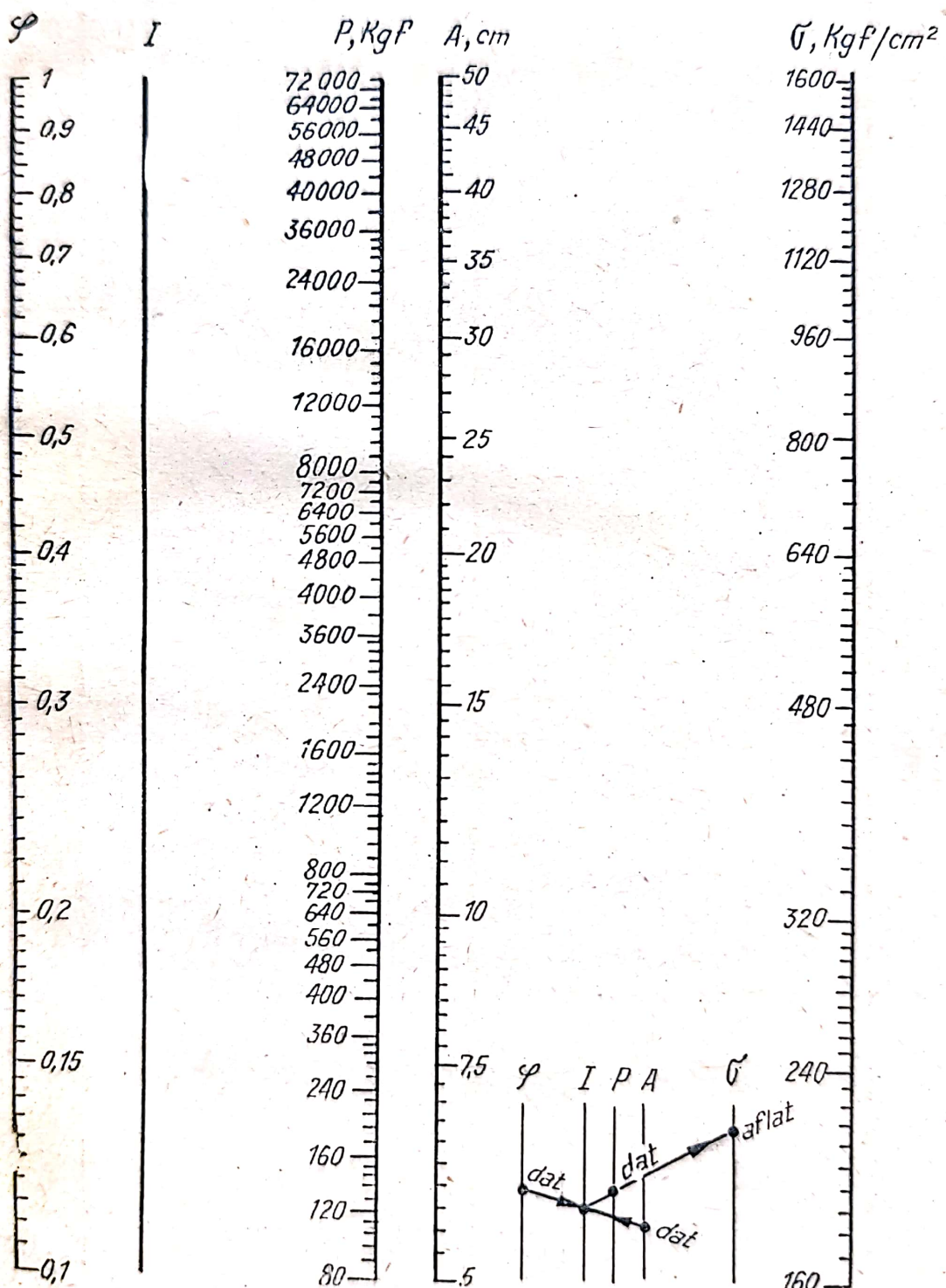
NOMOGRAME ȘI DIAGrame



Nomograma 1 : Calculul la răsucire al secțiunilor circulare



Nomograma 2,a : Calculul la flambaj prin metoda φ



Nomograma 2, b: Calculul la flambaj prin metoda φ

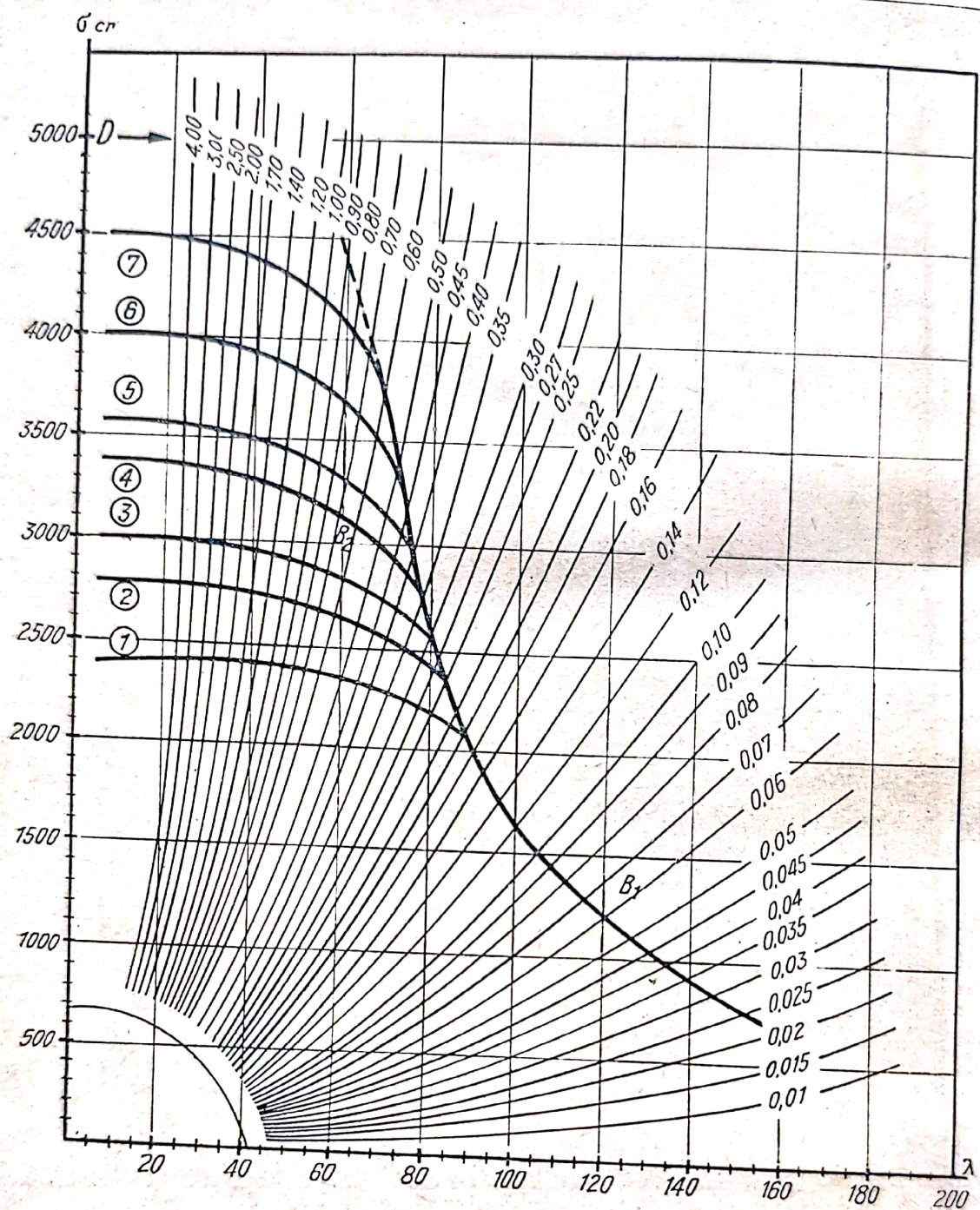
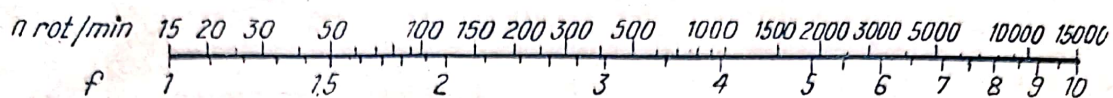


Diagrama 3 : Calculul la flambaj cu metoda grafo-analitică ing. I. Hajdu

Curba nr.	1	2	3	4	5	6	7
Materialul	OL 38 OLC 16 OLC 25	OL 50 OLC 25*	OL 60	OLC 35* OLC 45	OL 70 OLX 52	OLC 45* OLC 60	OLC 60

Semnul * este folosit pentru materiale îmbunătățite.



a

Durata de funcționare
în ore

Coefficientul de
durată S



b

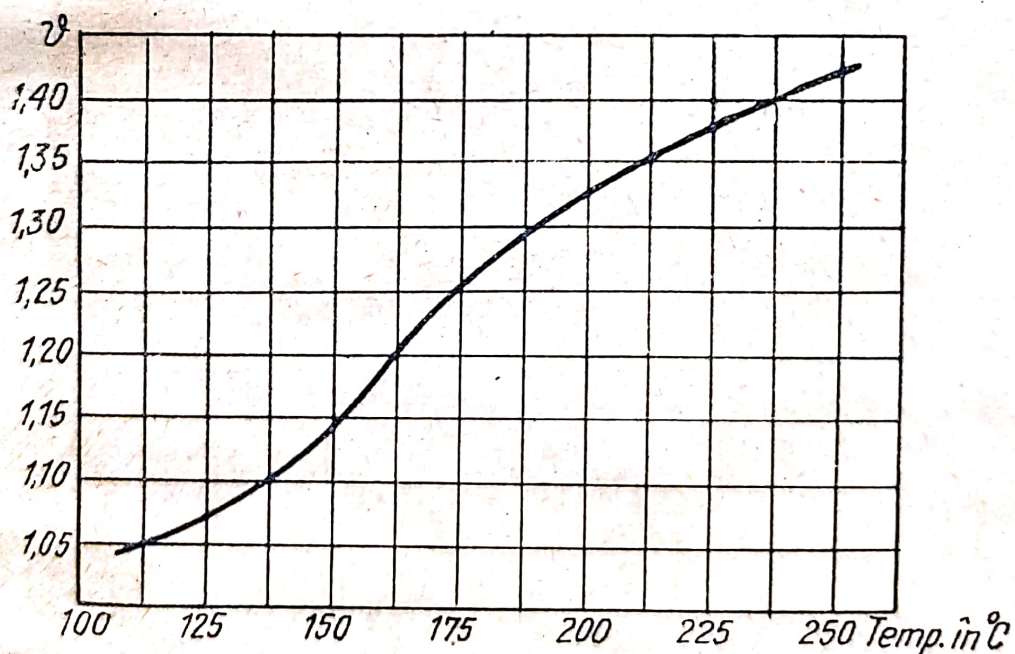


Diagrama 5 : Calculul rulmenților după catalogul uzinelor
„Steagul roșu” - Brașov

TABLA DE MATERIE

Prefață	3
<i>Partea I</i> <i>Rezistența materialelor</i>	
α - Probleme generale	5
Capitolul I. Mărimi mecanice care intervin în calculele de rezistență a barelor drepte	5
A. Definiții și formule	5
B. Probleme	8
Capitolul II. Mărimi geometrice ale secțiunii transversale, care intervin în calculul de rezistență a barelor	20
A. Definiții și formule	20
B. Probleme	24
β . Eforturi unitare și deformații în barele drepte static determinate supuse la solicitări simple.	29
Capitolul III. Întinderea axială, compresiunea axială și strivirea	31
A. Definiții și formule	31
B. Probleme	34
Capitolul IV. Forfecarea	45
A. Definiții și formule	45
B. Probleme	48
Capitolul V. Eforturi unitare în barele solicate la încovoiere	57
A. Definiții și formule	57
B. Probleme	59
Capitolul VI. Deformații în barele solicate la încovoiere	74
A. Definiții și formule	74
B. Probleme	76
Capitolul VII. Răsucirea. Eforturi unitare și deformații	86
A. Definiții și formule	86
B. Probleme	88
γ . Probleme speciale: solicitări compuse, flambajul, acțiunea dinamică a sarcinilor, bare drepte static nedeterminate	96
Capitolul VIII. Eforturi unitare în barele drepte supuse la solicitări compuse	96
A. Definiții și formule	96
B. Probleme	97
Capitolul IX. Flambajul barelor drepte	108
A. Definiții și formule	108
B. Probleme	113

Capitolul X. Solicitări prin forțe de inerție	126
A. Definiții și formule	126
B. Probleme	128
Capitolul XI. Solicitări prin șocuri	137
A. Definiții și formule	137
B. Probleme	139
Capitolul XII. Bare drepte static nedeterminate supuse la solicitări simple	147
A. Definiții și formule	147
B. Probleme	148

Partea a II-a

Organe de mașini

Capitolul XIII. Calculul de rezistență a organelor de mașini supuse la solicitări variabile	162
A. Definiții și formule	162
B. Probleme	167
Capitolul XIV. Organe de asamblare nedemontabile	180
A. Formule și date importante	180
B. Probleme	189
Capitolul XV. Organe de asamblare demontabile	208
A. Formule și date importante	208
B. Probleme	221
Capitolul XVI. Organele mișcării de rotație ale transmisiilor mecanice	236
A. Formule și date importante	236
B. Probleme	262
Capitolul XVII. Organele pentru reținerea, conducerea și comanda circulației fluidelor	292
A. Formule și date importante	292
B. Probleme	296
Bibliografie	305
Tabele	307
Nomograme și diagrame	347

Redactor responsabil: Sokoloschi Vladimir
Tehnoredactor: Bălăiță Titel

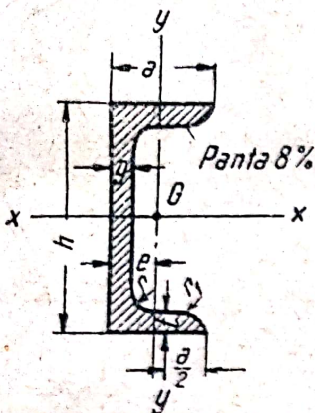
*Dat la cules: 02. 04. 1961. Bun de tipar: 22. 06. 1961.
Apărut: 1961. Tiraj: 2500+120. Hîrtie: semivelină
65 g/m², 61×86/16. Coli editoriale: 17,608. Coli de
tipar: 22,25. Planșe: 5. A.: 01036. C. Z. pentru
bibliotecile mari: 621.01.(075.36). C. Z. pentru
bibliotecile mici: 621.*

Întreprinderea Poligrafică Cluj, str. Brassai nr. 5—7.
R.P.R. — 3473/1961



100024100900860





Oțel U
(după STAS 564-49)

I = Moment de inerție
 W = Modul de rezistență
 $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ = Rază de inerție

Raportate la axa de încovoiere respectivă

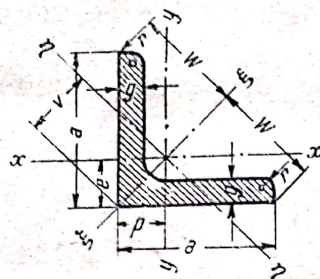
Denumirea U	Dimensiuni mm					Secțiunea A cm ²	Greutatea G kgf/m	Pentru axa de încovoiere						e cm	Denumirea U
	h	a	g	t=r	r ₁			x-x			y-y				
								I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm		
6½	65	42	5,5	7,5	4	9,03	7,09	57,5	17,7	2,52	14,1	5,07	1,25	1,42	6½
8	80	45	6	8	4	11,0	8,64	106	26,5	3,10	19,5	6,36	1,33	1,45	8
10	100	50	6	8,5	4,5	13,5	10,6	206	41,2	3,91	29,3	8,49	1,47	1,55	10
12	120	55	7	9	4,5	17,0	13,4	364	60,7	4,62	43,2	11,1	1,59	1,60	12
14	140	60	7	10	5	20,4	16,0	605	86,4	5,54	62,7	14,8	1,75	1,75	14
16	160	65	7,5	10,5	5,5	24,0	18,8	925	116	6,21	85,3	18,3	1,89	1,84	16
18	180	70	8	11	5,5	28,0	22,0	1 350	150	6,95	114	22,4	2,02	1,92	18
20	200	75	8,5	11,5	6	32,2	25,3	1 910	191	7,70	148	27,0	2,14	2,01	20
22	220	80	9	12,5	6,5	37,4	29,4	2 690	245	8,48	197	33,6	2,30	2,14	22
24	240	85	9,5	13	6,5	42,3	33,2	3 600	300	9,22	248	39,6	2,42	2,23	24
26	260	90	10	14	7	48,3	37,9	4 820	371	9,99	317	47,7	2,56	2,35	26
30	300	100	10	16	8	58,8	46,2	8 030	535	11,7	495	67,8	2,90	2,70	30

Greutatea teoretică este calculată cu greutatea specifică 7,85 kgf/dm³.

Denumirea I	Dimensiuni mm					Secțiunea A cm ²	Greutatea G kgf/m	Pentru axa de încovoiere						Denumirea I
	h	a	t	$g=r$	r_1			$x - x$			$y - y$			
								I_x cm ⁴	W_x cm ³	i_x cm	I_y cm ⁴	W_y cm ³	i_y cm	
8	80	42	5,9	3,9	2,3	7,58	5,95	77,8	19,5	3,20	6,29	3,00	0,91	8
10	100	50	6,8	4,5	2,7	10,6	8,32	171	34,2	4,01	12,2	4,88	1,07	10
12	120	58	7,7	5,1	3,1	14,2	11,2	328	54,7	4,81	21,5	7,41	1,23	12
14	140	66	8,6	5,7	3,4	18,3	14,4	573	81,9	5,61	35,2	10,7	1,40	14
16	160	74	9,5	6,3	3,8	22,8	17,9	935	117	6,40	54,7	14,8	1,55	16
18	180	82	10,4	6,9	4,1	27,9	21,9	1 450	161	7,20	81,3	19,8	1,71	18
20	200	90	11,3	7,5	4,5	33,5	26,3	2 140	214	8,00	117	26,0	1,87	20
22	220	98	12,2	8,1	4,9	39,6	31,1	3 060	278	8,80	162	33,1	2,02	22
24	240	106	13,1	8,7	5,2	46,1	36,2	4 250	354	9,59	221	41,7	2,20	24
26	260	113	14,1	9,4	5,6	53,4	41,9	5 740	442	10,4	288	51,0	2,32	26
28	280	119	15,2	10,1	6,1	61,1	48,0	7 590	542	11,1	364	61,2	2,45	28
30	300	125	16,2	10,8	6,5	69,1	54,2	9 800	653	11,9	451	72,2	2,56	30
32	320	131	17,3	11,5	6,9	77,8	61,1	12 510	782	12,7	555	84,7	2,67	32
36	360	143	19,5	13,0	7,8	97,1	76,2	19 610	1 090	14,2	818	114	2,90	36
40	400	155	21,6	14,4	8,6	118	92,6	29 210	1 460	15,7	1 160	149	3,13	40

Greutatea teoretică este calculată cu greutatea specifică 7,85 kgf/cm³.

Tabela 15



Oțel cornier cu aripi egale
(după STAS 424-49)

I = Moment de inerție

W = Modul de rezistență

$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$ Rază de inerție

Raportate la axa de încovoiere respectivă

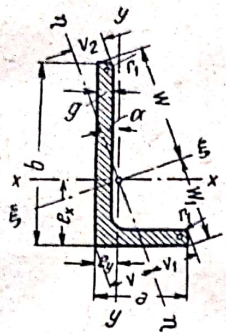
Denumirea L	Dimensiuni mm				Secțiune A cm ²	Greutate G kgf/m	Distanța axelor cm			Pentru axa de încovoiere									Denumirea L
	a	g	r	r ₁			e	w	v	x - x = y - y			ξ - ξ			η - η			
										I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	I _ξ cm ⁴	W _ξ cm ³	i _ξ cm	I _η cm ⁴	W _η cm ³	i _η cm	
20 × 20 × 3 20 × 20 × 4	20	3 4	3,5	2	1,12 1,45	0,88 1,14	0,60 0,64	1,41	0,85 0,90	0,39 0,48	0,28 0,35	0,59 0,58	0,62 0,77	0,44 0,55	0,74 0,73	0,15 0,19	0,18 0,21	0,37 0,36	20 × 20 × 3 20 × 20 × 4
25 × 25 × 3 25 × 25 × 4	25	3 4	3,5	2	1,42 1,85	1,12 1,45	0,73 0,76	1,77	1,03 1,08	0,79 1,01	0,45 0,58	0,75 0,74	1,27 1,61	0,72 0,91	0,95 0,93	0,31 0,40	0,30 0,37	0,47 0,47	25 × 25 × 3 25 × 25 × 4
30 × 30 × 4	30	4	5	2,5	2,27	1,78	0,89	2,12	1,24	1,81	0,86	0,89	2,85	1,34	1,12	0,76	0,61	0,58	30 × 30 × 4
35 × 35 × 4	35	4	5	2,5	2,67	2,10	1,00	2,47	1,41	2,96	1,18	1,05	4,68	1,89	1,33	1,24	0,88	0,68	35 × 35 × 4
40 × 40 × 4 40 × 40 × 5	40	4 5	6	3	3,08 3,79	2,42 2,97	1,12 1,16	2,83	1,58 1,64	4,48 5,43	1,56 1,91	1,21 1,20	7,09 8,64	2,51 3,05	1,52 1,51	1,86 2,22	1,18 1,35	0,78 0,77	40 × 40 × 4 40 × 40 × 5
45 × 45 × 5	45	5	7	3,5	4,30	3,38	1,28	3,18	1,81	7,83	2,43	1,35	12,4	3,90	1,70	3,25	1,80	0,87	45 × 45 × 5
50 × 50 × 5 50 × 50 × 6 50 × 50 × 7	50	5 6 7	7	3,5	4,80 5,69 6,56	3,77 4,47 5,15	1,40 1,45 1,49	3,54	1,98 2,04 2,11	11,0 12,8 14,6	3,05 3,61 4,15	1,51 1,50 1,49	17,4 20,4 23,1	4,92 5,76 6,53	1,90 1,89 1,88	4,59 5,24 6,02	2,32 2,57 2,85	0,98 0,96 0,96	50 × 50 × 5 50 × 50 × 6 50 × 50 × 7
60 × 60 × 6 60 × 60 × 8 60 × 60 × 10	60	6 8 10	8	4	6,91 9,03 11,1	5,42 7,09 8,69	1,69 1,77 1,85	4,24	2,39 2,50 2,62	22,8 29,1 34,9	5,29 6,88 8,41	1,82 1,80 1,78	36,1 46,1 55,1	8,51 10,9 13,0	2,29 2,26 2,23	9,43 12,1 14,6	3,95 4,84 5,57	1,17 1,16 1,15	60 × 60 × 6 60 × 60 × 8 60 × 60 × 10
70 × 70 × 7 70 × 70 × 9	70	7 9	9	4,5	9,40 11,9	7,38 9,34	1,97 2,05	4,95	2,79 2,90	42,4 52,6	8,43 10,6	2,12 2,10	67,1 83,1	13,6 16,8	2,67 2,64	17,6 22,0	6,31 7,59	1,37 1,36	70 × 70 × 7 70 × 70 × 9
80 × 80 × 8 80 × 80 × 10	80	8 10	10	5	12,3 15,1	9,66 11,9	2,26 2,34	5,66	3,20 3,31	72,3 87,5	12,6 15,5	2,42 2,41	115 139	20,3 24,6	3,06 3,03	29,6 35,9	9,25 10,9	1,55 1,54	80 × 80 × 8 80 × 80 × 10

30×30×4	30	4	5	2,5	2,27	1,70	1,00	2,47	1,41	2,96	1,18	1,05	4,68	1,89	1,33	1,24	0,88	0,68	35×35×4
35×35×4	35	4	5	2,5	2,67	2,10	1,00	2,47	1,41	2,96	1,18	1,05	4,68	1,89	1,33	1,24	0,88	0,68	40×40×4
40×40×4 40×40×5	40	4 5	6	3	3,08 3,79	2,42 2,97	1,12 1,16	2,83	1,58 1,64	4,48 5,43	1,56 1,91	1,21 1,20	7,09 8,64	2,51 3,05	1,52 1,51	1,86 2,22	1,18 1,35	0,78 0,77	40×40×5
45×45×5	45	5	7	3,5	4,30	3,38	1,28	3,18	1,81	7,83	2,43	1,35	12,4	3,90	1,70	3,25	1,80	0,87	45×45×5
50×50×5 50×50×6 50×50×7	50	5 6 7	7	3,5	4,80 5,69 6,56	3,77 4,47 5,15	1,40 1,45 1,49	3,54	1,98 2,04 2,11	11,0 12,8 14,6	3,05 3,61 4,15	1,51 1,50 1,49	17,4 20,4 23,1	4,92 5,76 6,53	1,90 1,89 1,88	4,59 5,24 6,02	2,32 2,57 2,85	0,98 0,96 0,96	50×50×5 50×50×6 50×50×7
60×60×6 60×60×8 60×60×10	60	6 8 10	8	4	6,91 9,03 11,1	5,42 7,09 8,69	1,69 1,77 1,85	4,24	2,39 2,50 2,62	22,8 29,1 34,9	5,29 6,88 8,41	1,82 1,80 1,78	36,1 46,1 55,1	8,51 10,9 13,0	2,29 2,26 2,23	9,43 12,1 14,6	3,95 4,84 5,57	1,17 1,16 1,15	60×60×6 60×60×8 60×60×10
70×70×7 70×70×9	70	7 9	9	4,5	9,40 11,9	7,38 9,34	1,97 2,05	4,95	2,79 2,90	42,4 52,6	8,43 10,6	2,12 2,10	67,1 83,1	13,6 16,8	2,67 2,64	17,6 22,0	6,31 7,59	1,37 1,36	70×70×7 70×70×9
80×80×8 80×80×10	80	8 10	10	5	12,3 15,1	9,66 11,9	2,26 2,34	5,66	3,20 3,31	72,3 87,5	12,6 15,5	2,42 2,41	115 139	20,3 24,6	3,06 3,03	29,6 35,9	9,25 10,9	1,55 1,54	80×80×8 80×80×10
90×90×9 90×90×11	90	9 11	11	5,5	15,5 18,7	12,2 14,7	2,54 2,62	6,36	3,59 3,70	116 138	18,0 21,6	2,47 2,72	184 218	28,9 34,3	3,45 3,41	47,8 57,1	13,3 15,4	1,76 1,75	90×90×9 90×90×11
100×100×10 100×100×12 100×100×14	100	10 12 14	12	6	19,2 22,7 26,2	15,1 17,8 20,6	2,82 2,90 2,98	7,07	3,99 4,10 4,21	177 207 235	24,7 29,2 33,5	3,04 3,02 3,00	280 328 372	29,6 46,4 52,6	3,82 3,80 3,77	73,3 86,2 98,3	18,4 21,0 23,4	1,95 1,95 1,94	100×100×10 100×100×12 100×100×14
120×120×11 120×120×13	120	11 13	13	6,5	25,4 29,7	19,9 23,3	3,36 3,44	8,49	4,75 4,86	341 394	39,5 46,0	3,66 3,64	541 625	63,7 73,6	4,62 4,59	140 162	29,5 33,3	2,35 2,34	120×120×11 120×120×13
130×130×12 130×130×14 130×130×16	130	12 14 16	14	7	30,0 34,7 39,3	23,6 27,2 30,9	3,64 3,72 3,80	9,19	5,15 5,26 5,37	472 540 605	50,4 58,2 65,8	3,97 3,94 3,92	750 857 959	81,6 93,3 104	5,00 4,97 4,94	194 223 251	37,7 42,4 46,7	2,54 2,53 2,52	130×130×12 130×130×14 130×130×16
150×150×14 150×150×16	150	14 16	16	8	40,3 45,7	31,6 35,9	4,21 4,29	10,6	5,95 6,07	845 949	78,2 88,7	4,58 4,56	1340 1510	126 142	5,77 5,74	347 391	58,3 64,4	2,94 2,93	150×150×14 150×150×16

Greutatea teoretică este calculată cu greutatea specifică 7,85 kgf/dm³.

Oțel cornier cu aripi neegale
(după STAS 425-49)

Tabela 18



I — Moment de inerție
 W — Modul de rezistență
 $i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \text{Rază de inerție}$

Raportate la axa de încovoiere respectivă

Denumirea L	Dimensiuni mm					Secțiune A cm ²	Greutate G kgf/m	Distanța axelor cm							Pozitia axei η-η tg α	Pentru axa de încovoiere									
	a	b	g	r	r ₁			e _x	e _y	W	W ₁	v	v ₁	v ₂		x-x			y-y			ξ-ξ		η-η	
																I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	I _ξ cm ⁴	i _ξ cm	I _η cm ⁴	i _η cm
40×60×5 40×60×6 40×60×7	40	60	5 6 7	6	3	4,79 5,68 6,55	3,76 4,46 5,14	1,96 2,00 2,04	0,97 1,01 1,05	4,08 4,06 4,04	3,01 3,02 3,03	1,68 1,72 1,77	2,09 2,08 2,07	1,10 1,12 1,14	0,437 0,433 0,429	17,2 20,1 23,0	4,25 5,03 5,79	1,89 1,88 1,87	6,11 7,12 8,07	2,02 2,38 2,74	1,13 1,12 1,11	19,8 23,1 26,3	2,03 2,02 2,00	3,50 4,12 4,73	0,86 0,85 0,85
50×65×7 50×65×9	50	65	7 9	6,5	3,5	7,60 9,58	5,97 7,52	2,07 2,15	1,33 1,41	4,50 4,48	3,62 3,63	2,19 2,28	2,37 2,36	1,52 1,57	0,574 0,567	31,0 38,2	6,99 8,77	2,02 2,00	15,8 19,4	4,31 5,39	1,44 1,42	38,4 47,0	2,25 2,22	8,37 10,5	1,05 1,05
65×80×6 65×80×8 65×80×10	65	80	6 8 10	8	4	8,41 11,0 13,6	6,60 8,66 10,7	2,39 2,47 2,55	1,65 1,73 1,81	5,61 5,59 5,56	4,63 4,65 4,68	2,69 2,79 2,90	2,94 2,94 2,95	2,01 2,05 2,11	0,649 0,645 0,640	52,8 68,1 82,2	9,41 12,3 15,1	2,51 2,49 2,46	31,2 40,1 48,3	6,44 8,41 10,3	1,93 1,91 1,89	68,5 88,0 106	2,85 2,82 2,79	15,6 20,3 24,8	1,36 1,36 1,35
75×100×7 75×100×9 75×100×11	75	100	7 9 11	10	5	11,9 15,1 18,2	9,32 11,8 14,3	3,06 3,15 3,23	1,83 1,91 1,99	6,96 6,91 6,87	5,42 5,45 5,49	3,10 3,22 3,32	3,61 3,63 3,65	2,18 2,22 2,27	0,553 0,549 0,545	118 148 176	17,1 21,5 25,9	3,15 3,13 3,11	56,9 71,0 84,0	10,0 12,7 15,3	2,19 2,17 2,15	145 181 214	3,49 3,47 3,44	30,1 37,8 45,4	1,59 1,59 1,58
80×120×8 80×120×10 80×120×12	80	120	8 10 12	11	5,5	15,5 19,1 22,7	12,2 15,0 17,8	3,83 3,92 4,00	1,87 1,95 2,03	8,23 8,18 8,14	5,99 6,03 6,06	3,27 3,37 3,46	4,20 4,19 4,18	2,16 2,19 2,25	0,441 0,438 0,433	226 276 323	27,6 34,1 40,4	3,82 3,80 3,77	80,8 98,1 114	13,2 16,2 19,1	2,29 2,27 2,25	261 318 371	4,10 4,07 4,04	45,8 56,1 66,1	1,72 1,71 1,71
100×150×10 100×150×12 100×150×14	100	150	10 12 14	13	6,5	24,2 28,7 33,2	19,0 22,6 26,1	4,80 4,89 4,97	2,34 2,42 2,50	10,3 10,2 10,2	7,50 7,53 7,56	4,10 4,19 4,28	5,25 5,24 5,23	2,68 2,73 2,77	0,442 0,439 0,435	552 650 744	54,1 64,2 74,1	4,78 4,76 4,73	198 232 264	25,8 30,6 35,2	2,86 2,84 2,82	637 749 856	5,13 5,10 5,07	112 132 152	2,15 2,15 2,14

Greutatea teoretică este calculată cu greutatea specifică 7,85 kgf/dm³.

Deformații la grinzii sollicitate la încovoiere

Tabela 11

Nr. crt.	Grindă și încărcarea	Desenul grinzii	Reacțiunile	Momentul încovoietor M_x	Momentul maxim M_{max}	Săgeata f	Unghiul fibrei medii	Observații
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Grindă încastrată la un capăt, cu o sarcină concentrată la celălalt capăt		$V_0 = P$	$M_x = P_x$	$M_{max} = -Pl$ în încastrare	$f = \frac{Pl^3}{3EI_z}$	$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{Pl^2}{2EI_z}$	
2	Grindă simplu rezemată la capete, cu o sarcină concentrată		$V_1 = P \frac{b}{l}$ $V_2 = P \frac{a}{l}$	$M_{x_1} = V_1 x_1$ $M_{x_2} = V_2 x_2$	$M_{max} = P \frac{ab}{l}$ în C	$f_c = \frac{Pa^2 b^2}{3EI_z l}$	$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{Pab(a+b)}{6EI_z}$ $\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{Pab(2a+b)}{6EI_z l}$	
3	Idem, cu o sarcină la mijloc		$V_1 = V_2 = \frac{P}{2}$	$M_x = \frac{P}{2} x$	$M_{max} = \frac{Pl}{4}$	$f = \frac{Pl^3}{48EI_z}$	$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{Pl^2}{16EI_z} = \operatorname{tg} \varphi_1$	
4	Grindă cu două reazeme simple și consolă, încărcată pe consolă		$V_1 = \frac{P(a+l)}{l}$ $V_2 = \frac{Pa}{l}$	$M_{x_1} = V_1 x_1$ $M_{x_2} = V_2 x_2$	$M_{max} = -Pa$ pe reazemul 1	în capătul liber $f = \frac{Pa^2(a+l)}{3EI_z}$	$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{Pla}{3EI_z}$ $\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{Pal}{6EI_z} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi_1$ $\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{Pa(3a+2l)}{6EI_z}$	
5	Grindă cu două reazeme simple și două console, simetrică, încărcată pe console		$V_1 = V_2 = P$	$M_x = P_x$	$M_{max} = -Pa$ între reazeme	$f_1 = \frac{Pl^2 a}{8EI_z}$ $f_2 = \frac{P}{EI_z} \left(\frac{a^3}{3} + \frac{a^2 l}{2} \right)$	$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{Pal}{2EI_z}$	Linia elastică între reazeme este un arc de cerc cu raza $\rho = \frac{EI_z}{Pa}$
6	Grindă încastrată la un capăt, simplu rezemată la celălalt, cu o sarcină concentrată		$V_1 = \frac{P(2l^2 + 6ab + 3a^2)b}{2l^3}$	$M_x = P_x$	Momentul de încastrare $M_1 = -\frac{Pab(a+b)}{2l^2}$	$f = \frac{Pa^3 b^2 (3a+4b)}{2l^3}$		Se realizează $ M_1 = M_c $

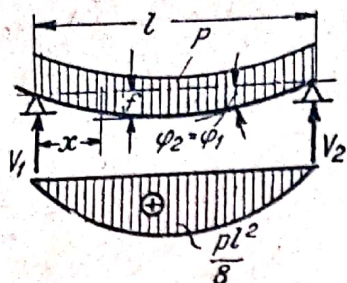
	consolă, încărcată pe consolă		$V_2 = \frac{Pa}{l}$	$M_{x_2} = V_2 x_2$	$M_{max} = -Pa$ pe reazemul 1	$f = \frac{Pa^2(a+l)}{3EI_z}$	$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_2 &= \frac{Pa(3a+2l)}{6EI_z} \\ \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{Pa(3a+2l)}{6EI_z} \end{aligned}$	
5	Grindă cu două reazeme simple și două console, simetrică, încărcată pe console		$V_1 = V_2 = P$	$M_x = Px$	$M_{max} = -Pa$ între reazeme	$\begin{aligned} f_1 &= \frac{Pl^2 a}{8EI_z} \\ f_2 &= \frac{P}{EI_z} \left(\frac{a^3}{3} + \frac{a^2 l}{2} \right) \end{aligned}$	$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{Pal}{2EI_z}$	Linia elastică între reazeme este un arc de cerc cu raza $\rho = \frac{EI_z}{Pa}$
6	Grindă încastrată la un capăt, simplu rezemată la celălalt, cu o sarcină concentrată		$V_1 = \frac{P(2b^2 + 6ab + 3a^2)b}{2l^3}$ $V_2 = \frac{Pa^2(2a + 3b)}{2l^3}$	$M_x = V_2 x$	Momentul de încastrare $M_1 = -\frac{Pab(a+2b)}{2l^2}$ Momentul în C $M_C = \frac{Pa^2b(2a+3b)}{2l^3}$	$f_C = \frac{Pa^3b^2(3a+4b)}{12EI_z l^3}$		Se realizează $ M_1 = M_C $ când $a = \sqrt{2}b$
7	Grindă încastrată la ambele capete, cu o sarcină concentrată		$V_1 = \frac{P(3a+b)b^2}{l^3}$ $V_2 = \frac{P(a+3b)a^2}{l^3}$	$M_1 = -\frac{Pab^2}{l^2}$ $M_C = \frac{2Pa^2b^2}{l^3}$	$M_{max} = M_2$ $M_2 = \frac{Pa^2b^2}{l^3}$	$f_C = \frac{Pa^3b^3}{3EI_z l^3}$		
8	Grindă încastrată la un capăt și cu o sarcină uniform distribuită		$V = pl$	$M_x = \frac{plx^2}{2}$	$M_{max} = \frac{pl^2}{2}$ în încastrare	$f = \frac{pl^4}{8EI_z}$	$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{pl^3}{6EI_z}$	
9	Grindă simplu rezemată la capete și cu o sarcină uniform distribuită		$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2}$	$M_x = \frac{plx}{2} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$	$M_{max} = \frac{pl^2}{8}$ în mijloc	$f = \frac{5pl^4}{384EI_z}$	$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{pl^3}{24EI_z}$	
10	Grindă simplu rezemată cu console, simetrică, cu sarcină uniform distribuită		$V_1 = V_2 = \frac{p(l+2a)}{2}$	$M_x = \frac{p(l+2a)x^2}{2}$ $M_x = \frac{plx^2}{2}$	$M_1 = M_2 = -\frac{pa^2}{2}$ $M_C = \frac{p(l+2a)}{4} \left(a - \frac{l}{2} \right)$			$M_1 = M_2 = -M_C$ când $a = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0,577l$



2 V

9

Grindă simplu rezemată la capete și cu o sarcină uniform distribuită



$$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2}$$

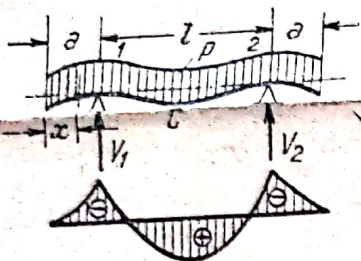
$$M_x = \frac{plx}{2} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

$$M_{max} = \frac{pl^2}{8}$$

în mijloc

10

Grindă simplu rezemată cu console, simetrică, cu sarcină uniform distribuită



$$V_1 = V_2 = \frac{p(l+2a)}{2}$$

$$M_x = \frac{p(l+2a)x^2}{2(l+2a)}$$

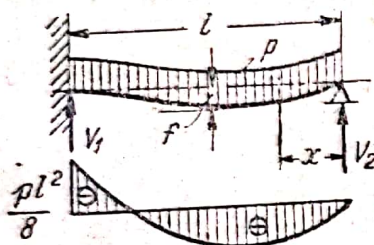
$$M_1 = M_2 = -\frac{pa^2}{2}$$

$$M_x = \frac{px^2}{2}$$

$$M_c = \frac{p(l+2a)}{4} \left(a - \frac{l}{2} \right)$$

11

Grindă încastrată la un capăt și simplu rezemată la celălalt, cu sarcină uniform distribuită



$$V_1 = \frac{5}{8} pl$$

$$V_2 = \frac{3}{8} pl$$

$$M_x = V_2 x - \frac{px^2}{2}$$

sau

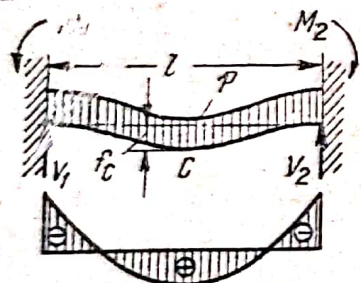
$$M_x = \frac{pl}{2} \left(\frac{3}{4} x + \frac{x^2}{l} \right)$$

$$M_1 = -\frac{pl^2}{8}$$

în încastrare

12

Grindă încastrată la ambele capete, cu sarcină uniform distribuită



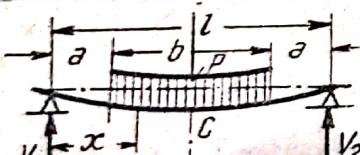
$$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2}$$

$$M_c = \frac{pl^2}{24}$$

$$M_1 = M_2 = -\frac{pl^2}{12}$$

13

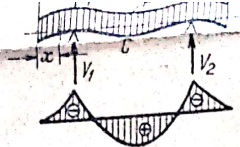
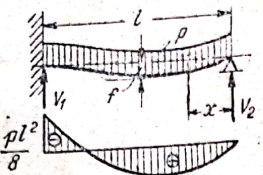
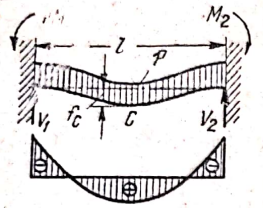
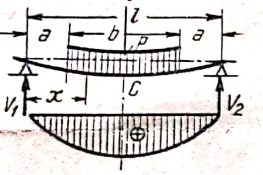
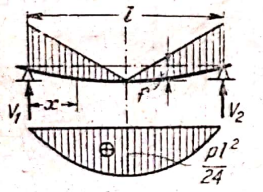
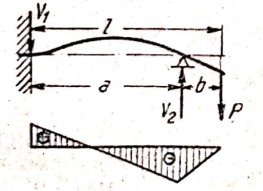
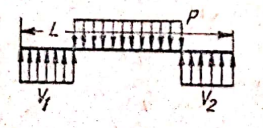
Grindă simplu rezemată, cu o sarcină uniform distribuită pe o parte

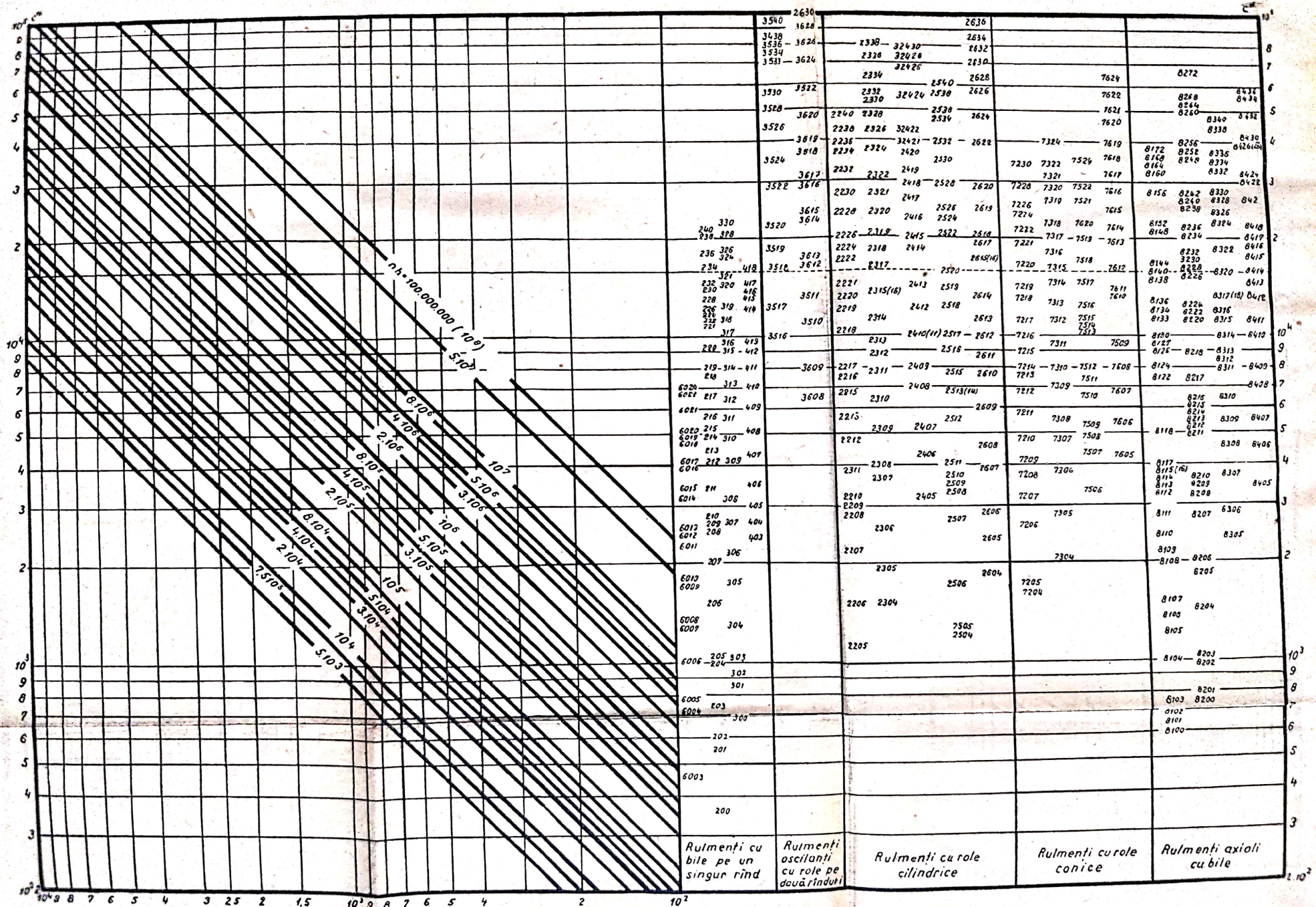


$$V_1 = V_2 = \frac{pb}{2}$$

$$M_x = \frac{pb}{2} \left[x - \frac{(x-a)^2}{b} \right]$$

$$M_{max} = M_c = \frac{pb}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{b}{4} \right)$$

	zemată cu console, simetrică, cu sarcină uniform distribuită 	$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2}$	$M_x = \frac{p(l+2a)}{2}$ $M_x = \frac{px^2}{2}$	$M_1 = M_2 = \frac{p(l+2a)}{4} \left(a - \frac{l}{2} \right)$		$\alpha = \frac{l}{\sqrt{8}}$ $\approx 0,354l$
11	Grindă încastrată la un capăt și simplu rezemată la celălalt, cu sarcină uniform distribuită 	$V_1 = \frac{5}{8} pl$ $V_2 = \frac{3}{8} pl$	$M_x = V_2 x - \frac{px^2}{2}$ sau $M_x = \frac{pl}{2} \left(\frac{3}{4} x + \frac{x^2}{l} \right)$	$M_1 = -\frac{pl^2}{8}$ în încastrare	$f = \frac{pl^4}{185 EI_z}$	
12	Grindă încastrată la ambele capete, cu sarcină uniform distribuită 	$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2}$	$M_{\alpha} = \frac{pl^2}{24}$	$M_1 = M_2 = -\frac{pl^2}{12}$	$f_c = \frac{pl^4}{384 EI_z}$	
13	Grindă simplu rezemată, cu o sarcină uniform distribuită pe o parte din lungimea grinzii 	$V_1 = V_2 = \frac{pb}{2}$	$M_x = \frac{pb}{2} \left[x - \frac{(x-a)^2}{b} \right]$	$M_{max} = M_c = \frac{pb}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{b}{4} \right)$		
14	Grindă simplu rezemată, cu o sarcină variind liniar (încărcare triunghiulară) 	$V_1 = V_2 = \frac{pl}{4}$	$M_x = \frac{plx}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} + \frac{2x^2}{3l^2} \right)$	$M_{max} = \frac{pl^2}{24}$ în mijloc	$f = \frac{3pl^4}{640 EI_z}$	
15	Grindă încastrată la un capăt, simplu rezemată în alt punct și cu o consolă încărcată 	$V_1 = \frac{3}{2} P \frac{b}{a}$ $V_2 = \frac{P(2a+3b)}{2a}$	$M_x = M_1 - V_1 x$	$M_1 = \frac{Pb}{2}$ $M_2 = -Pb$		
16	Corp cu două reazeme continue și cu o sarcină distribuită uniform 	$V_1 = V_2 = \frac{Pl}{2}$		$M_{max} = \frac{Pl}{8}$ în mijloc		



Nomograma 6: Calculul rulmenților după catalogul uzinelor „Steagul-roșu”-Brașov

